









56

See 1991 d 89/1727



Ant. Coypel Eques pinxit — *Carol. Dupuis sculp.*

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXVII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Phisique, pour la même Année.

Tirés des Regiſtres de cette Academie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXIX.

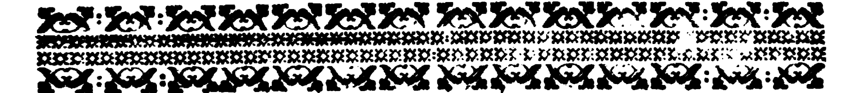


TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

TABLE.

ARITHMETIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

MECHANIQUE.

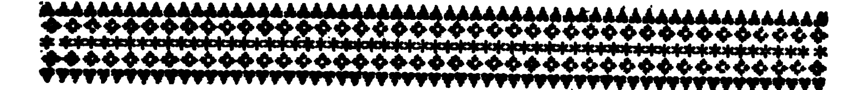


TABLE POUR LES MEMOIRES.



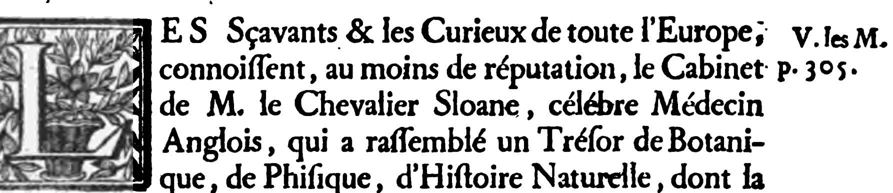
HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.
Année M. DCCXXVII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR DES OS D'ELEPHANTS TROUVE'S SOUS TERRE.



LES Sçavants & les Curieux de toute l'Europe, connoiſſent, au moins de réputation, le Cabinet de M. le Chevalier Sloane, célébre Médecin Anglois, qui a raſſemblé un Tréſor de Botanique, de Phiſique, d'Hiſtoire Naturelle, dont la grandeur paroît au deſſus des forces d'un Particulier. Quand on a devant ſoi un ſemblable fonds, on a les matériaux néceſſaires pour travailler ſur telle matiére que l'on veut, & il V. les M. p. 305.

ne faut plus que les détacher de la maſſe commune. C'eſt ce qu'il a fait ſur les Os d'Eléphant trouvés ſous terre, en joignant encore aux piéces qu'il avoit ſous les yeux, tout ce qu'une grande lecture d'Auteurs, tant anciens que modernes, lui avoit appris ſur ce même ſujet, & il en a composé un Mémoire qu'il a envoyé à l'Académie, dont il eſt membre ſous le titre d'Aſſocié Etranger.

Les Os d'Eléphant trouvés en terre, ne ſe reconnoiſſent pas toûjours au premier coup d'oeil pour ce qu'ils ſont, il n'y a guére que les deux grandes dents ſaillantes en dehors, ou *Defenſes*, & qui ſont l'Yvoire, à quoi l'on ne peut ſe tromper, pour peu qu'on ait de connoiſſances. Faute de cela, on les a quelquefois priſes pour des Cornes. Les autres Os moins particuliers à l'Eléphant, ſe reconnoiſſent ſûrement par la comparaiſon qu'on en fait avec de ſemblables parties dans des Squelettes de cet Animal. Les Dents de toutes les ſortes ſont les Os que l'on trouve le plus ſouvent, & qui par conſéquent ſe conſervent le mieux. Leur action ſi néceſſaire & ſi ſouvent répétée, demandoit qu'elles euſſent l'avantage d'une conſiſtence plus forte & plus inaltérable.

Quelquefois les Os d'Eléphant ſont pétrifiés en tout, ou en partie, & quelquefois ils ſont calcinés de façon, qu'au ſimple toucher ils s'en vont en pouſſiére, ou du moins ſe ſéparent en quantité de morceaux. Il eſt aſſés évident que cette différence ne peut être rapportée qu'aux différents ſucs terreſtres dont ces Os ſe ſont impregnés ſelon les différents lieux. De ces ſucs, les uns rongent, détruiſent, calcinent, les autres conſolident & pétrifient. De-là vient qu'on trouve même quelquefois des Corps humains aſſés entiers, quoiqu'inhumés depuis long-temps.

On a découvert des Oſſements d'Eléphant en Angleterre, en Flandre, en Allemagne, & juſqu'en Iſlande & en Sibérie, les pays du monde où l'on peut le moins ſoupçonner qu'il y ait jamais eu d'Eléphants. Quand le Dégel, & ſur-tout un dégel prompt, arrive en Sibérie, de grandes Riviéres qui doivent paſſer au pied des Montagnes, & qui roulent alors

un prodigieux nombre de Glaçons d'une énorme grandeur, détachent de ces Montagnes, & emportent avec elles de grosses piéces de terre, où se trouvent quelquefois des ossements d'Eléphants, qui demeurent épars çà & là. Ils appartiennent si bien à des Eléphants, que c'est assés souvent de l'Yvoire, dont on trafique. Cependant les Sibériens, & surtout ceux qui sont Idolâtres, & encore fort sauvages, ont imaginé un Animal fabuleux, auquel ils donnent ces Os. Ils l'appellent *Mammout*. Il est d'une grandeur prodigieuse, il vit dans de grandes Cavernes, d'où il ne sort jamais, & s'il en sort par quelque accident, il perd la vie, dès qu'il voit le jour. Lorsqu'il marche dans des lieux trop bas, il souleve la terre, qui retombe ensuite. On ne l'a jamais vû, & on en fait l'histoire.

Ces ossements d'Eléphant, ausquels on peut joindre ceux de Baleines, & de quelques autres grands Animaux, ont produit encore, selon M. Sloane, une autre erreur considérable, même parmi quelques Sçavants, ils ont cru que ces grands Os appartenoient à des Géants, qui souvent par les proportions qu'on en tiroit auroient excédé toute mesure imaginable; tel d'entre eux auroit eu jusqu'à 60 coudées, ou 90 pieds. L'érudition de M. Sloane lui fournit un dénombrement assés exact de ces prétendus Géants. Outre qu'il est plus raisonnable de rapporter les grands Os à de grands Animaux que l'on connoît, qu'à des Hommes prodigieux dont on n'a point de certitude; on peut quelquefois remarquer aisément que ces grands Os n'ont point les proportions de dimension, ni même la figure que demanderoient des Os humains, & on le pourroit toûjours par une Anatomie *comparée* plus exacte qu'elle n'a été jusqu'à présent sur ce sujet. M. Sloane en donne pour exemple quelques Os des Vertebres d'une Baleine trouvés en terre, & qui au jugement du commun du monde auroient pu appartenir à un grand Géant, mais que des yeux d'Anatomiste jugeoient bien vîte trop différents des Vertebres de l'Homme.

Il reste une grande question; comment des Eléphants ont-

ils laiſſé leurs Os dans des pays, où il n'y a pas d'apparence qu'ils ayent jamais été vivants? M. le Comte Marſigli, qui dit dans ſon grand Ouvrage du Danube, qu'il a trouvé de ces Os au fond de pluſieurs Lacs de Hongrie, croit que les Romains y avoient tranſporté des Eléphants pour s'en ſervir dans leurs Armées, & que ceux qui mouroient, on les jettoit dans des Lacs pour garantir le Camp de l'air empeſté de leurs Cadavres. Cette opinion, quoiqu'aſſés vrai-ſemblable & ingenieuſe, n'eſt pourtant pas adoptée par M. Sloane. Il prouve par des témoignages de l'antiquité que l'Yvoire étoit d'un grand prix chés les Romains, & qu'ils auroient du moins ſauvé celui des Eléphants morts, ce qu'on voit qu'ils n'ont pas fait. Il eſt cependant très-probable qu'il y aura eu des Eléphants tranſportés & enterrés dans quelques lieux que naturellement ils n'habitoient pas, mais on ne peut guére imaginer qu'il y en ait jamais eu en Sibérie un auſſi grand nombre qu'il faudroit pour ſatisfaire aux faits conſtants. De plus qu'imagineroit-on pour les os de Baleine, pour une infinité de coquillages ſemés par toute la Terre? Il eſt aiſé de voir à quelle concluſion nous en voulons venir avec M. Sloane. Il y a eu de grands bouleverſements ſur nôtre Globe terreſtre, & ſur-tout de grandes inondations. Nous en avons déja beaucoup parlé dans les Hiſtoires de 1706*, de 1708*, de 1710*, de 1715*, de 1721*, & de 1723*. Il eſt ſeulement à craindre qu'on ne néglige trop déſormais les nouvelles preuves qu'on découvrira d'une vérité ſi bien établie.

* p. 9. & ſuiv.
* p. 30. & ſuiv.
* p. 19. & ſuiv.
* p. 1. & ſuiv.
* p. 1. & ſuiv.
* p. 15. & ſuiv.

OBSERVATION DE PHISIQUE GENERALE.

LE 21 Août 1727 à 5 heures $\frac{1}{4}$ du ſoir on vit à Beziers une Colonne aſſés noire qui deſcendoit d'une Nuë juſqu'à terre, & diminuoit toûjours de largeur en approchant de la terre, où elle ſe terminoit en pointe. Elle paroiſſoit être à

deux lieuës de la Ville entre Puisserguier & Capestan. L'Air étoit alors calme à Beziers. On y avoit entendu auparavant quelques coups de Tonnere du côté de l'Occident.

Comme ce Méteore, qui n'est pas fort rare sur Mer, où il s'appelle *Trombe de mer*, l'est beaucoup sur terre, M.rs Boüillet & Cros, de l'Académie nouvellement établie à Beziers, eurent la curiosité d'aller à Capestan, où il avoit été beaucoup mieux vû, pour en apprendre sûrement toutes les particularités. A Capestan le Ciel s'obscurcit d'une maniére extraordinaire; le Vent y fut violent, la Colonne, toûjours en forme de Cone renversé, étoit de couleur cendrée tirant sur le Violet, elle obéïssoit au Vent qui soufloit de l'Oüest au Sud-Oüest, accompagnée d'une espece de fumée fort épaisse, & d'un bruit pareil à celui d'une Mer fort agitée, arrachant quantité de rejettons d'Olivier, déracinant des Arbres, & jusqu'à un gros Noyer qu'elle transporta à 40 ou 50 pas, & marquant son chemin par une large trace bien battuë, où trois Carrosses de front auroient passé. Il parut une autre Colonne de la même figure, mais qui se joignit bien-tôt à la premiére, & après que le tout eut disparu, il tomba une grande quantité de Grêle. On a parlé en 1725 * d'un Méteore qui a quelque rapport avec celui-ci. * p. 5.

M. Andoque, de la même Académie de Beziers, envoya à M. de Mairain, avec la Relation de ces faits, un sistême qu'il en avoit imaginé. Il n'est point satisfait de l'espece d'Eolipile qu'on pourroit concevoir dans les Nuës, ainsi que l'on a fait pour expliquer quelques Phénoménes pareils en quelque sorte, & en effet la matiére de la Colonne, qui sortiroit de la Nuë par une ouverture semblable au trou de l'Eolipile, ne prendroit pas la figure d'un Cone renversé, mais la figure contraire. Il a recours à des Tourbillons qui se doivent former dans l'Air, comme il s'en forme dans les Eaux.

Que l'on imagine dans la Mer deux Courants paralléles pour plus de facilité, de même direction, & assés peu éloignés, l'eau qui est entre eux est par elle-même sans mouvement; mais les parties les plus proches de part & d'autre des deux

Courants ne peuvent s'empêcher d'en prendre par la rencontre & la collision des Courants, & le mouvement qu'elles prennent est déterminé à se faire en rond, comme celui d'une Roüe horisontale en repos frappée selon une Tangente. On conçoit sans peine que ce mouvement est d'autant plus fort que l'est celui des Courants, & qu'il se communique de proche en proche à toute l'eau auparavant tranquille. Elle se meut donc en tourbillon.

Et il ne faut pas seulement imaginer ce tourbillon à sa surface supérieure, mais dans toute la profondeur renfermée entre les deux Courants. Seulement l'eau de la surface supérieure, qui n'est chargée de rien, a plus de facilité à tourbillonner, que l'eau inférieure chargée de la supérieure, & de-là le tourbillon total doit prendre la figure d'un Cone dont la base soit en haut.

Si l'on ne suppose qu'un Courant, il ne laissera pas de faire tourbillonner dans toute sa profondeur une partie de l'eau tranquille qu'il rencontrera, mais une moindre partie que s'il y avoit eu deux Courants. Le reste sera le même.

Cela s'applique aisément au phénoméne que M. Andoque veut expliquer. Il y avoit un calme à Beziers, & un grand vent à Capestan ; un Courant impétueux dans l'Athmosphére en alloit choquer violemment une autre partie tranquille, & faisoit tourbillonner ce qu'il en détachoit. La grande obscurité du Ciel à Capestan marque une grande condensation de nuages causée par ce vent, & à cause de cette condensation il en tomboit des vapeurs aqueuses, qui se mêlant à l'air tourbillonnant faisoient par leur quantité la fumée épaisse, & le bruit par leur extrême agitation. La figure du Tourbillon d'air & de vapeurs dut être la même, & posée de même que celle d'un Tourbillon d'eau formé dans la Mer, elle fut l'effet des mêmes principes. Ces idées suffiront à qui voudroit suivre encore tout cela plus loin.

NOus renvoyons entiérement aux Memoires Le Journal des Observations de M. Maraldi pour 1727.

V. les M. p. 398.



ANATOMIE.

SUR CE QUE LE NERF INTERCOSTAL *fournit des Esprits aux Yeux.*

LE nom d'Intercostal, que l'on donne à un Nerf fort connu des Anatomistes, doit faire juger qu'il se répand ou se ramifie entre les Côtes, & qu'il y porte des Esprits qui serviront au mouvement de ces parties, à ceux de l'Estomac, à la respiration, à la voix, &c. Car tout le monde sçait que comme les Artéres sont les canaux du sang, de ce grand fluide commun, d'où toutes les autres humeurs sont tirées, de même les Nerfs sont les canaux des Esprits nécessaires à tous les mouvements de la Machine animale. Le Nerf Intercostal a effectivement les fonctions désignées par son nom, mais il en a encore d'autres plus cachées, & que M. Petit le Médecin n'a découvertes qu'en étudiant aussi exactement qu'il l'a fait par rapport à l'opération de la Cataracte tout ce qui appartient aux Yeux. V. les M. p. 1.

Les Nerfs de la 5me & de la 6me Paire se distribuent dans toute la Tête, & les Yeux reçoivent certainement plusieurs de leurs rameaux. Tous les Anatomistes, à la tête desquels on doit mettre à l'égard de la description des Nerfs Willis & Vieussens, ont cru que le Nerf Intercostal prenoit son origine des Nerfs de ces deux Paires pour aller de-là se répandre dans la région des Côtes. Mais M. Petit soupçonna qu'il venoit plutôt se joindre à ces Nerfs qu'il n'en partoit. Car s'il en partoit, il devoit naturellement être posé à leur égard de façon qu'il reçût d'eux les Esprits, fluide qu'ils lui fournissoient, selon le cours que ce fluide avoit en coulant dans leur cavité, c'est-à-dire qu'il falloit qu'en partant des Nerfs de la 5me & de

la 6me Paire l'Intercostal eût son origine tournée vers la leur; or M. Petit observoit une position contraire de l'Intercostal, & le fluide n'eût pû entrer dans sa cavité qu'en rebroussant. En second lieu, après la jonction de l'Intercostal & du Nerf de la 6me Paire, celui-ci étoit plus gros du côté opposé à son origine, ce qui marquoit que de ce côté-là loin d'avoir, pour ainsi dire, jetté l'Intercostal hors de lui, il l'avoit reçû, & continuoit sa route avec lui. Cette augmentation de volume dans le Nerf de la 6me Paire, d'où l'on tiroit cet indice, ne se voyoit pas de même dans le Nerf de la 5me après sa jonction avec l'Intercostal, mais ce Nerf de la 5me Paire est si gros par rapport à celui de la 6me, qu'il n'étoit pas étonnant que son volume ne fût pas sensiblement augmenté comme celui de l'autre; du reste nous avons déja dit que la position de l'Intercostal à l'égard de l'un & de l'autre étoit la même.

Il n'étoit point indifférent de sçavoir si l'Intercostal partoit des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire, ou s'il venoit s'y joindre. S'il en partoit, il n'avoit point de rapport aux Yeux, sujet sur lequel M. Petit ne vouloit rien négliger; s'il venoit se joindre à ces Nerfs, il pouvoit, il devoit même selon toutes les apparences aller avec eux jusqu'aux Yeux. Mais comme après sa jonction avec ces deux Nerfs il s'y perd entiérement, & en devient inséparable, la vûë seule ne peut décider la question, & M. Petit imagina heureusement un autre moyen aussi sûr que la vûë même. Si l'Intercostal étant coupé à un Animal, il s'en ensuit des effets sensibles dans les Yeux, & qui ne puissent être rapportés à aucune autre cause, certainement l'Intercostal va aux Yeux, & par conséquent il ne part pas des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire, mais il s'y va joindre. Cette conséquence est importante pour la Nevrologie, mais il l'est encore plus de sçavoir quel est le rapport de l'Intercostal aux Yeux, sur quelles parties précisément tombe ce rapport, quelles maladies en peuvent naître.

M. Petit a fait un grand nombre d'experiences sur des Chiens vivants, à qui il a coupé l'Intercostal, toûjours vis-à-vis de la 3me ou 4me Vertébre du Col. Là ce Nerf est enfermé

enfermé dans une Gaine avec le Nerf de la 8me Paire, & on ne peut couper l'un sans l'autre, mais il est bien sûr que ce Nerf de la 8me Paire n'a aucun rapport aux Yeux, ainsi tout ce qui arrive aux Yeux par cette opération ne peut jamais être attribué qu'à l'Intercostal. Dans toutes les expériences de M. Petit les effets qu'on auroit cru devoir plus naturellement provenir de ce que l'Intercostal étoit coupé, la perte ou l'affoiblissement de la voix, les vomissements, les palpitations de cœur, &c. ont tous varié, & varié considérablement, & jusqu'au point de manquer quelquefois, mais ceux qui appartenoient aux Yeux ont été beaucoup plus constants, les Yeux sont devenus ternes, ils ont diminué, ils ont jetté de la Chassie ou des larmes, la Cornée s'est applatie, une membrane cartilagineuse qui coule sur le bord de la Cornée s'est étendüe, & en a couvert une partie, la Conjonctive s'est enflammée, &c. car nous supprimons un détail trop particulier. Et afin qu'il ne reste aucun doute sur ces accidents des Yeux, ils ne sont jamais arrivés qu'à l'Oeil droit ou au gauche, quand l'Intercostal n'a été coupé que de l'un ou de l'autre côté.

Il est donc bien démontré que l'Intercostal porte des Esprits dans les Yeux, mais comme ce n'est qu'en certaines parties des Yeux, le désordre que cause la section de ce Nerf arrive parce que quelques parties sont privées des Esprits qu'elles eussent dû recevoir, tandis que d'autres ne le sont pas. Toutes les parties du Corps animal sont en quelque sorte arc-boutées les unes contre les autres, & se tiennent en état par cet équilibre. Celles à qui il manque des Esprits qui leur appartenoient, perdent la tension nécessaire, se relâchent, & d'autres profitent aussi-tôt de leur foiblesse, & usurpent sur elles. Les liqueurs qui ne coulent plus assés facilement dans des vaisseaux relâchés, s'y amassent, & si la liqueur est du sang, voilà une inflammation ; si c'est celle qui doit comme dans les Yeux entrer par les *Points lacrimaux*, & qui ne le peut plus, du moins en assés grande quantité, ce sont des larmes, ou de la Chassie, qui coulent au dehors. Il se peut

auſſi que le dérangement des parties ſolides empêche une liqueur de ſe former auſſi abondamment qu'il faudroit, & c'eſt ainſi qu'il ne ſe forme pas aſſés d'Humeur aqueuſe pour tenir bien tenduë la Cornée dont elle remplit la concavité; de-là vient que cette membrane ſe ride, ſe fronce, & perd ſon brillant naturel. Ce peu d'idées générales & d'applications particuliéres peuvent ſuffire pour ſervir d'introduction à des explications infiniment plus circonſtanciées que donne M. Petit ſur une matiére juſqu'à préſent peu approfondie.

SUR LA VUE DES ENFANTS.

V. les M. p. 246.

VOICI encore un fruit de l'étude particuliére que M. Petit a faite des Yeux, & qui s'eſt préſenté à lui ſur ſon chemin. Tout le monde a obſervé que les Enfants nouveau-nés voyent peu, ou ne diſtinguent rien, leur vûë incertaine, qui ne ſe fixe à aucun objet, marque qu'aucun ne les frappe aſſés. Si on obſerve de plus près, on s'apperçoit que leurs Yeux n'ont point encore le brillant qu'ils auront dans la ſuite. M. Petit a été plus loin par l'Anatomie, il a trouvé que l'épaiſſeur de leur Cornée étoit beaucoup plus grande que dans les Adultes, où elle ne paſſe pas une demi-ligne, & que leur Humeur Aqueuſe étoit beaucoup au-deſſous de 5 grains, ce qui eſt la quantité dont elle eſt dans les Adultes, que de plus elle eſt en moindre quantité que ne demanderoit la proportion de leur Oeil à celui des Adultes, & qu'à meſure que les Enfants ſont plus avancés dans un eſpace de temps compris entre leur naiſſance & 5 ou 6 ſemaines, ils ont la Cornée moins épaiſſe, & plus d'Humeur aqueuſe, juſqu'à ce qu'enfin cette Humeur vienne à être dans la quantité requiſe ſelon la grandeur de leur Oeil. L'Uvée paroît auſſi plus épaiſſe, la Rétine eſt extrêmement molle, mais l'Humeur Vitrée, le Criſtallin & la Capſule qui le renferme, ont toute leur tranſparence naturelle. Dans les Fœtus qui ne ſont pas venus à terme, toutes les différences d'avec les Yeux des Adultes ſont encore plus

marquées. On doit ſeulement s'attendre qu'il ſe ſera trouvé, comme il arrive toûjours, des variétés en différents Sujets.

Il paroît donc que le défaut de la vûë des Enfants nouveau-nés vient principalement de ce que leur Cornée eſt trop épaiſſe, & leur Humeur Aqueuſe en trop petite quantité. Cette trop grande épaiſſeur de la Cornée n'eſt pourtant pas préciſément une cauſe du défaut, les Rayons ne laiſſeroient pas de traverſer toûjours bien la Cornée, comme ils traverſent des Verres ſans comparaiſon plus épais, mais elle n'eſt épaiſſe que parce qu'elle n'eſt pas bien tenduë, parce qu'elle eſt froncée & ridée, ce qui produit dans ſa ſurface des inégalités fort contraires à la régularité néceſſaire des Refractions. De plus, puiſque la Cornée n'eſt pas aſſés tenduë, elle n'a pas la convexité & la courbure que ces mêmes Refractions demandent. C'eſt l'Humeur Aqueuſe, qui doit tendre la Cornée en rempliſſant ſa concavité, & elle n'eſt pas en quantité ſuffiſante, & cela même fait encore que les Rayons qui la traverſent n'ont pas un aſſés long eſpace à parcourir, pour être auſſi diſpoſés qu'il le faut à la réünion. On ſçait aſſés que de cette réünion, qui s'acheve enfin ſur la Rétine, dépend l'image diſtincte, ou la perception des objets. Il ſe peut auſſi que la Rétine, trop molle dans les Enfants, ne ſoit pas ſuffiſamment ébranlée, & que les pointes des Pinceaux Optiques s'y émouſſent, & y perdent de leur action, comme des Dards ſur de la Laine. Cependant la lumiére agit ſur les Yeux de ces Enfants, ils en ont le ſentiment, puiſque quand elle eſt trop forte, leur Prunelle ſe rétrécit, ainſi que M. Petit l'a obſervé. Les Fibres de l'Uvée, qui ne ſont plus épaiſſes, que parce qu'elles ne ſont pas auſſi tenduës qu'elles le feront, le ſont donc déja aſſés pour cauſer, quand il le faut, ce rétréciſſement de la Prunelle.

Il eſt aiſé d'imaginer d'où viennent ces diſpoſitions des Yeux dans les Enfants nouveau-nés. Leurs Yeux ont été fermés pendant 9 mois, toûjours comprimés par les Eaux où le Fœtus nage, abreuvés de ces mêmes Eaux. La Cornée a toûjours été pouſſée de dehors en dedans, ce qui l'a empêchée

de prendre sa convexité naturelle qui est en dehors, les Vaisseaux où se doit filtrer l'Humeur Aqueuse étant trop pressés, n'ont guére permis cette filtration, &c.

M. Petit a porté sa curiosité jusqu'aux Animaux nouveau-nés; tels que les Chiens, les Chats, les Lapins, les Veaux, les Cochons. Il y a bien de l'apparence qu'ils ne voyent pas plus que les Enfants, soit ceux d'entre eux qui voyent immédiatement après leur naissance, soit ceux qui ont quelque temps les yeux fermés. Ils sont tous dans le même cas d'avoir la Cornée trop épaisse & peu convexe, & peu d'Humeur Aqueuse. Et lors même que la Cornée paroît assés brillante & assés polie, son épaisseur qui ne doit pas subsister, marque toûjours qu'elle est froncée, quoiqu'imperceptiblement pour nous. Les rayons de lumiére sçavent bien sentir les moindres inégalités d'une surface.

Dans le cours de cette recherche M. Petit fit une observation singuliére, fondée sur un fait qui lui parut d'abord étrange & inexplicable. En disséquant des Yeux de ces Animaux, de Veau par exemple, il trouvoit ordinairement leur Cristallin opaque & glaucomatique, horsmis dans quelque étenduë vers le bord de sa circonférence. Mais s'il regardoit les Yeux de ces mêmes Animaux vivants, il ne voyoit point dans leur Prunelle la blancheur qui est le Cristallin glaucomatique. Le Glaucoma se formoit-il donc dès que l'Animal étoit mort? Cela étoit sans apparence & sans exemple. Mais enfin M. Petit s'apperçut qu'un Cristallin glaucomatique cessoit de l'être pour avoir été quelque temps dans sa main, qu'il le redevenoit étant mis dans un lieu plus froid, & cela alternativement tant qu'on vouloit, & il fut aisé de conclurre que la chaleur étoit nécessaire pour entretenir la transparence du Cristallin de ces jeunes Animaux, & qu'ils n'avoient garde de la perdre lorsqu'ils vivoient, bien entendu qu'il ne s'y mêlât pas quelque autre cause. Mais cela même est remarquable qu'une assés légére différence de chaleur produise deux effets aussi sensiblement contraires que la transparence & l'opacité. Avec quelle extrême précaution, avec quelle timidité ne doit-

on pas se conduire dans les recherches de Physique, où chaque pas est une occasion de chûte pour l'Esprit humain !

SUR LES MOUVEMENTS DES LÉVRES.

LES mouvements des Lévres, quoique si exposés aux yeux, n'ont pas encore été assés expliqués par les Anatomistes, & Mrs Maloët & Senac en ont entrepris une explication plus particuliére. Il y en a deux principaux, le premier par lequel les Lévres s'avancent en dehors le plus qu'il se peut en faisant une espece de tuyau cilindrique & tenant la bouche fermée, ce qu'on appelle *faire la moüe;* le second, qui n'est sensiblement que ce même mouvement plus fort, de sorte que le tuyau n'est plus cilindrique en devant, mais s'évase en forme de Trompe à pavillon, parce que le bord de la Lévre supérieure se retrousse en enhaut, & celui de l'inférieure en embas, ce qui fait que la bouche demeure entr'ouverte.

M. Maloët prétend que le premier mouvement s'execute par le Muscle *Orbiculaire,* qui suit le contour des Lévres de la même maniére à peu près qu'un Cordon passé dans l'ouverture d'une Bourse. Il se contracte dans toute son étenduë, par toutes ses fibres, & par-là serre & ferme la bouche, comme le Cordon de la Bourse lorsqu'il est tiré, & par conséquent diminué de longueur, la serre & la ferme.

Dans le second mouvement, M. Maloët concevant le Muscle Orbiculaire divisé en deux parties, l'une *antérieure* ou moins éloignée du bord des Lévres, l'autre *postérieure,* croit que de toutes les deux qui avoient également été contractées dans l'autre mouvement, il n'y a plus que la postérieure qui le soit, & que l'antérieure qui est dans le relâchement permet que les bords des Lévres se retroussent, que la bouche s'entr'ouvre, & que le tuyau qui étoit cilindrique s'évase à son extrémité. Selon lui les Muscles *Buccinateurs* sont aussi alors dans le relâchement.

M. Senac a des idées assés différentes de M. Maloët. Il croit que quand toutes les fibres du Muscle Orbiculaire se contractent, en demeurant dans le même plan où elles étoient, ce n'est que ce qu'on appelle *faire la petite bouche*, c'est-à-dire la fermer le plus qu'il se peut, & qu'alors les Buccinateurs tirent les Lévres en arriére; & les appliquent sur les Dents, mais que pour ce que nous avons appellé le premier mouvement, les fibres de l'Orbiculaire se contractent de maniére qu'elles se placent en différents plans; celles qui sont sur les bords des Lévres rapprochent par leur raccourcissement les coins de la bouche, & celles qui sont plus éloignées de ces bords étant pareillement raccourcies, viennent se placer derriére les précédentes, les jettent en avant & les rendent saillantes. Toutes ces fibres s'aident les unes les autres, parce qu'elles concourent à rapprocher les coins de la bouche.

A l'égard du second mouvement, il y a encore plus de différence. M. Senac ne juge pas que l'action des fibres postérieures de l'Orbiculaire & l'inaction des antérieures suffisent pour le retroussement des Lévres, il met en jeu de nouveaux Muscles qui n'y avoient pas été mis. Les fibres de l'*Incisif* descendent devant le plan supérieur de l'Orbiculaire, & en se raccourcissant retroussent la Lévre supérieure en enhaut, les fibres du *Quarré* montent devant le plan inférieur, & retroussent la Lévre inférieure en embas.

Voilà les principaux mouvements des Lévres, mais elles en peuvent avoir plusieurs autres, dont M. Senac n'a fait qu'indiquer en général les principes. Les *Muscles de Couper* peuvent donner aux Lévres une saillie en avant, l'Incisif & le Quarré, s'ils agissent seuls, formeront une bouche quarrée, ce qui est assés extraordinaire pour avoir été montré à la Foire S.t Germain dans un Espagnol; les Buccinateurs appliqueront les bords des Lévres en tirant les coins, & en les éloignant; les *Triangulaires* & les *Canins* rapprocheront les coins de la bouche. Combien de mouvements, & combien de combinaisons des uns avec les autres? On voit tous les mouvements qu'une Machine execute; on a la Machine sous les

yeux & entre les mains, on en desassemble les piéces tant que l'on veut, & on a encore bien de la peine à s'assûrer de la maniére dont cette Machine execute ces mouvements, tout au plus s'assûre-t-on quelquefois de quelques-uns.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I

UNE Païsanne du Village de Montorot près d'Illiers fut accouchée d'un Garçon vivant par une Sage-femme, qui ne put la délivrer de l'Arriére-faix, & l'abandonna 8 jours après l'accouchement sans avoir fait la ligature au Cordon Ombilical qui sortoit de la Matrice. L'Accouchée, qui perdoit tout son sang, fut bientôt à la derniére extrémite, & on appella M. Guerin, Chirurgien d'Illiers, qui à peine lui trouva encore quelque signe de vie. Cependant en la touchant il reconnut avec certitude qu'elle avoit un second Enfant dans la Matrice, & il hasarda de le tirer par les pieds. Il le tira vivant, & c'étoit un Garçon, il délivra la Mere de son Arriére-faix, qui étant commun avec celui du premier, n'avoit pû sortir que les deux Enfants ne fussent sortis, & toute cette opération fut si heureuse que la Mere fut sauvée, & remise en état d'accoucher de nouveau, & que les deux Enfants ont parfaitement bien vêcu. Quelles ressources de la Nature, & pourroit-on les espérer dans des corps plus accoûtumés à la mollesse ! M. Geoffroy a communiqué à l'Académie ce fait, qu'il tenoit de M. Guerin.

II

Les pieds & les mains ont certainement des rapports de construction, des ressemblances bien marquées, cependant on ne seroit point surpris que si quelqu'une de ces causes accidentelles qui produisent tant d'irrégularités de construction dans les Foetus, en produisoit quelqu'une aux pieds, elle ne

la produisît point aux mains; au contraire il seroit étonnant qu'elle le fît, & d'autant plus étonnant qu'elle le feroit plus parfaitement, car quel rapport des pieds aux mains à cet égard, & comment imagineroit-on que cette cause accidentelle, qui seroit ou une compression, ou un défaut de circulation, &c. dût agir précisément de la même maniére sur les uns, & sur les autres? c'est pourtant ce qui est arrivé à Besançon, selon un bon nombre de témoignages très authentiques. La Femme d'un Vigneron, nommé Jean-François Maigrot, après avoir eu un premier Enfant bien conformé, accoucha au mois de Mai 1726 d'une fille qui avoit les cinq doits de chaque main & de chaque pied parfaitement joints en un seul corps, & faisant le même volume, & la même figure que des doits séparés à l'ordinaire, qui se tiendroient joints. Toute la différence entre les doits des mains, & ceux des pieds également confondus, étoit que les premiers étoient couverts d'un seul ongle, dont la grandeur étoit à peu près celle de cinq, & que les autres avoient leurs ongles séparés, posés comme ils devoient l'être naturellement.

Comme il seroit fort fâcheux que cet Enfant n'eût que des mains inutiles, on a songé à lui en séparer les doits par des incisions, & quatre mois après sa naissance M. Bernier, Chirurgien Major de la Citadelle, en a fait l'opération assés heureusement. Il a même trouvé quelquefois les phalanges de deux doits voisins confondües, & par conséquent les doits plus difficiles à séparer. Ces mains ainsi raccommodées par art, ont de l'air d'une patte de Chat, les doits sont courbés, un peu élevés vers le milieu, & l'ongle qu'on a eu l'adresse de ménager à chacun d'eux, se termine en une pointe fort aigüe. Il est difficile de dire si ces doits, qui auront tous à leurs parties latérales, & selon toute leur longueur, de fortes cicatrices, seront d'un usage bien facile, leur fléxion & leur extension seront gênées par ces cicatrices comme par des cordes roides, à moins cependant que la souplesse de parties aussi jeunes, l'usage de Topiques émollients souvent appliqués, & la longue habitude, ne préviennent cet inconvénient. On en

en peut imaginer encore quelques autres, dont l'événement seul peut décider.

On s'est assûré que la Mere n'avoit été frappée d'aucun spectacle, ni d'aucune idée qui ait pû donner lieu à cette conformation irréguliére. C'est là un excès d'attention, que ceux qui l'ont eûë n'ont peut-être pas jugée fort nécessaire, non plus que beaucoup d'autres habiles Phisiciens.

III.

Nous avons rapporté en 1701 * une Observation de feu M. Littre sur le Foye d'un Homme tué en parfaite santé, où les Glandes, naturellement invisibles par leur petitesse, se découvroient aisément sans Microscope. M. Maloët a confirmé cette Observation, mais par le Foye d'un Homme dont la premiére & la principale maladie avoit dû être une obstruction dans ce Viscere. Aussi les Glandes de ce dernier Foye étoient-elles plus grosses que celles du premier, elles avoient souvent jusqu'à deux lignes de diametre, & quelquefois trois. Elles étoient d'un jaune pâle, parce qu'elles étoient communément assés grosses pour laisser paroître une partie de la couleur de la Bile, qui s'y étoit amassée & épaissie. Ainsi il n'y a presque pas lieu de douter que les Glandes invisibles, dont le Foye est tout semé, ne soient destinées à la filtration de la Bile. Si la grandeur extraordinaire, quoique moindre, des Glandes du Foye dans le Sujet de M. Littre, n'étoit pas une conformation naturelle, c'étoit le commencement d'une obstruction dans le Foye, que cet homme eût eûë, s'il eût vêcu plus long-temps.

* p. 51. 2de Edit.

IV.

Ce même Sujet de M. Maloët avoit une autre particularité remarquable, le Péritoine épais d'environ une ligne en quelques endroits, dur, & presque cartilagineux, & cela à peu près dans toute son étenduë, adhérent aux Intestins & à toutes les parties qu'il touchoit. Mais M. Maloët a vû dans un autre Sujet une adhérence du Péritoine beaucoup plus singuliére. Il s'étoit attaché à la partie convexe du Foye, & ce Viscere étoit tellement rapproché du Diaphragme & des

Fausses Côtes, que les quatre premiéres de ces Côtes s'étoient enfoncées dans le Foye, & y avoient tracé chacune un sillon, qui représentoit parfaitement leur direction, & assés exactement leur longueur & leur largeur. Cet accident causoit au Malade, dans cette région, une douleur qui ne se dissipoit jamais totalement, mais que M. Maloët soulageoit seulement par de fréquentes Saignées, par des Tisanes, par des Emulsions, par l'abstinence du Vin, qui procuroient quelque relâchement dans l'adhérence du Péritoine aux parties qu'il incommodoit.

V.

Un Portefaix, âgé de 30 ans, en faisant un effort pour soulever un fardeau, fut surpris d'une douleur dans le bas Ventre, qui ne l'a jamais depuis entiérement quitté. Il ne laissa pas de travailler encore pendant plus d'un an dans les intervalles, où sa douleur étoit supportable, mais enfin elle cessa de l'être. Il lui survint au bas Ventre une dureté éminente & douloureuse qui sembloit menacer d'un Abscès. Elle devenoit toûjours plus profonde, mais elle étoit errante, tantôt paroissant occuper toute la capacité, tantôt cantonnée d'un côté, tantôt de l'autre. A la fin elle se fixa dans la région Iliaque gauche; le Malade avoit le ventre paresseux, il vomissoit quelquefois sans beaucoup de suite, les Aliments, les Purgatifs & les Lavements passoient assés bien. Cependant la Fiévre lente vint à s'allumer, qui avec les grandes douleurs & les longues insomnies, causa la mort. Nous supprimons le détail des Remedes qu'employa M. du Puy, Médecin du Roi à Rochefort, qui traita le Malade, il sera aisé aux habiles Médecins de les imaginer, & nous en voulons venir à la cause singuliére de la maladie. Elle ne pouvoit se manifester que par l'ouverture du Cadavre, que fit M. du Puy.

L'Intestin Colon étoit d'une grosseur démesurée. Il rentroit en lui-même de haut en bas de la longueur de 4 doits, un peu au-dessus de la courbure par laquelle il va joindre le *Rectum*, & il rentroit de même de bas en haut de la longueur de 6 doits au-dessous de l'endroit où il se recourbe

pour descendre dans l'Hypochondre gauche, & entre les deux endroits marqués par ces deux différents replis, se trouvoit dans la cavité de cet Intestin un Corps étranger, retenu & serré par ces replis dans ses deux extrémités, & flotant dans le reste de son étenduë, il avoit environ 10 doits de long & 5 de circonférence dans sa partie la plus large, car sa figure étoit à peu près cilindrique. Ce Corps étranger n'en étoit pourtant pas proprement un, c'étoit la Membrane interne du Colon, qui s'étant détachée de l'autre, comme si un poids l'eût tirée, étoit descenduë dans l'intestin en s'allongeant toûjours au-delà de son extension naturelle, & selon toutes les apparences en prenant aussi une nourriture vitieuse. M. du Puy trouva à l'extrémité inférieure de cette énorme Appendice trois Glandes grosses comme de petits Marrons, & d'une consistence très-ferme; c'étoient là les poids qui selon la conjecture de M. du Puy, avoient tiré la Membrane interne du Colon en embas, ils avoient toûjours grossi, & augmenté de force. On voit assés comment un grand effort du Portefaix avoit pû être la premiére cause de tout ce désordre, & comment la longue continuation d'un travail dur & forcé avoit toûjours augmenté le mal. Les Vaisseaux dérangés, comprimés, tiraillés de différentes façons, ont altéré les liqueurs qu'ils portoient, de-là les inflammations, les Abscès, la fiévre. Les Intestins grêles ne déchargeoient pas les matiéres avec facilité dans le Colon engorgé en grande partie, & par-là ils se gonfloient trop, & formoient une tumeur qui se portoit tantôt d'un côté, tantôt d'un autre, selon l'endroit de leurs circonvolutions où étoit posé l'amas des matiéres; il y avoit aussi une autre tumeur causée par l'Appendice qui se formoit dans la cavité du Colon, & qui n'y étoit point encore arrêtée par ses deux extrémités, mais elle l'a été enfin, quand cet Intestin à force d'être agité & irrité est venu la saisir & se coller à elle par ses deux bouts. Il laissoit toûjours un passage, quoique moins libre, aux aliments & aux remedes.

C'est une chose connuë que les Intestins, & sur-tout les Grêles peuvent rentrer en eux-mêmes par un repli fait de

haut en bas ou de bas en haut, mais M. du Puy avouë qu'il n'avoit jamais ni vû, ni lû qu'une portion des parois d'un Inteſtin rentrât en dedans de ſon canal, & y fit une longue Appendice intérieure. Non-ſeulement les maux qui viennent d'un dérangement extraordinaire des Solides ſont preſque abſolument incurables, mais il eſt difficile d'avoir des ſignes auſquels on les connoiſſe, ſur-tout ſi ces dérangements ſont rares comme celui-ci. Il eſt pourtant toûjours bon de ſçavoir qu'ils ſont poſſibles.

V I.

En 1716 la fille d'un Bourgeois de Vienne en Dauphiné, âgée de 12 ans, tomba de 6 pieds de haut ſur une pierre de taille, & ſe caſſa la mâchoire inférieure, entre l'angle & le menton du côté gauche. Elle ſentit d'abord une très-vive douleur, qui fut ſuivie d'une contuſion conſidérable. En remuant un peu les deux piéces de la fracture en ſens contraire, la malade entendoit une crépitation dans l'endroit le plus douloureux. On lui appliqua pour tout remede pendant 40 jours des Compreſſes d'Eau de vie, les douleurs augmenterent toûjours accompagnées d'une difformité à l'endroit de la fracture, & au bout d'un an on s'apperçut qu'il s'y formoit une petite tumeur. Alors on appella un Chirurgien qui appliqua ſur cette tumeur les pierres à Cautére, & il en ſortit environ trois onces d'une matiére un peu noire avec nombre d'eſquilles de différente groſſeur, après quoi on mit tout en uſage pour empêcher qu'il ne reſtât une fiſtule, mais on ne put y réuſſir. Il y ſurvint en différents temps pluſieurs excroiſſances de chair qu'on faiſoit tomber avec une ligature, & de-là on jugeoit que la tumeur étoit carcinomateuſe, & produiſoit des *fungus*. Cependant l'Exoſtoſe groſſiſſoit toûjours, & en 1726 elle vint au point que la malade avoit de la peine à prendre des aliments ſolides. Ses regles ſe ſupprimerent, il ſe forma un ulcere chancreux avec puanteur à la circonférence de l'endroit carié, la partie tomba en Sphacele le 1 May 1727, de ce jour la malade ne prit plus que de la Limonade pour tout aliment, & elle mourut le 16 âgée de 24 ans.

M. Cremoux, Chirurgien Major d'un Régiment de Dragons, a envoyé de Vienne cette Relation à M. Morand, & en même temps l'Exoſtoſe même, que M. Morand a trouvée du poids de 13 ½ onces, bien ſéparée de toute partie molle. L'Os de la Mâchoire d'une perſonne de même âge dans l'état naturel ne peſe que 1 ½ once.

Il y avoit dans l'endroit de la Carie une cavité conſidérable, dont le fond étoit noir & vermoulu, & dans quelques endroits de l'Exoſtoſe une eſpece de tiſſu ſpongieux, entr'ouvert par des cellules aſſés écartées. Il eſt aſſés clair que cette Exoſtoſe monſtrueuſe a été cauſée par l'épanchement du ſuc oſſeux, par les Vaiſſeaux diviſés à l'endroit de la fracture, & par la mauvaiſe qualité du ſuc, qui avoit fort dégénéré de ſa douceur naturelle.

VII.

Il a été dit dans l'Hiſtoire de 1723*, que *M. Morand avoit obſervé dans l'Hidrophtalmie, ou Hidropiſie de l'Oeil, qui allonge & dilate la Sclérotique du côté du Nerf Optique, qu'en expoſant à la lumiére l'Oeil détaché de l'Orbite, il eſt très tranſparent dans toute l'étendüe de l'axe qui le traverſe depuis la partie antérieure & ſaillante de la Cornée juſqu'au de-là de la partie poſtérieure & dilatée de la Sclérotique.* Mais M. Morand a obſervé depuis cette tranſparence dans des Yeux qui n'avoient point d'Hidropiſie, & il s'eſt apperçû qu'elle étoit plus grande dans des Yeux plus âgés. Cela s'accorde avec une obſervation faite en 1726 * par M. Petit le Médecin, que *la Choroïde tout à fait brune dans les Enfants, s'éclaircit enſuite toûjours & conſidérablement juſqu'à une vieilleſſe avancée.* On conçoit ſans peine que cette Membrane devenüe plus claire rend tout le globe de l'Oeil détaché plus tranſparent. Ainſi il faut modifier l'obſervation de M. Morand par celle de M. Petit, des Yeux Hidropiques âgés ſeront les plus tranſparents de tous, il pourra y en avoir d'également tranſparents, les uns par l'Hidropiſie, les autres par l'âge, &c.

* p. 33.

* V. l'Hiſt. p. 23.

VIII.

Nous avons parlé en 1724 * d'un Fœtus monſtrueux

* p 20. & ſuiv.

double, qu'on pouvoit se représenter en concevant deux Fœtus réguliers *couchés sur le dos à côté l'un de l'autre, dont on auroit emporté tout le côté droit de l'un, & tout le côté gauche de l'autre, de sorte que leurs Epines vinssent à se toucher.* M. Bouthier, Médecin à Périgueux, a envoyé à M. Maloët la Relation bien circonstanciée d'un autre Monstre qu'il avoit disséqué, double à contre-sens. C'étoient deux Fœtus adossés, confondus ensemble par le dos, & par le derriére des deux têtes. Par la maniére dont le premier Monstre étoit double; les deux Fœtus dont on le suppose formé, avoient perdu chacun la moitié de leur charpente ou Squelette, dans celui-ci au contraire les deux Fœtus par leur position n'auroient rien perdu de leur charpente. En voici les particularités les plus remarquables.

Les deux Têtes ayant leurs faces opposées, très bien formées, & d'ailleurs si ressemblantes l'une à l'autre, qu'il étoit très difficile d'y appercevoir de la différence, formoient une figure ovale applatie, dont le petit diametre étoit dans le plan du milieu des deux faces. Par l'applatissement les Os Occipitaux se trouvoient vers les extrémités du grand diametre de l'Ovale, & tenoient la place ordinaire des Pariétaux. Les deux Epines ne laissoient pas de naître des Occipitaux à l'ordinaire.

Le Tronc composé de deux Troncs entiers étoit gros à proportion, & sembloit quarré. Quatre Bras, Cuisses, Jambes, bien formés, s'y attachoient réguliérement.

Tout l'intérieur étoit pareillement régulier dans les deux Corps à cela près, & c'est une exception très considérable, qu'aucun des deux n'avoit ni parties de la génération internes, ni apparence extérieure de Sexe, ni Anus.

Une même Cloison membraneuse très forte séparoit dans les deux Corps tant les parties de la Poitrine que celles du bas Ventre, de sorte qu'on ne pouvoit douter auquel des deux elles appartenoient.

Une Cloison membraneuse de même force séparoit aussi les deux Cerveaux, mais de maniére à laisser tout-à-fait in-

certain à laquelle des deux faces appartenoit chaque Cerveau, car pour distinguer les Cerveaux le plan de la membrane auroit dû être paralléle aux deux faces, & au contraire il passoit par le milieu des deux. Sa position étoit contraire à celle du plan de la Cloîson des deux Poitrînes & des deux Ventres.

Le Monstre étoit venu à 11 mois, & paroissoit n'être mort que 4 ou 5 heures avant sa naissance. La Mere, qui étoit une pauvre femme, étoit accouchée sans aucun secours.

Nous avons dit en 1724 que si les Monstres étoient dans l'intention directe de la Nature, & par conséquent destinés à vivre, ils seroient sans Sexe, parce qu'on ne voit pas qu'ils soient destinés à perpetuer leur espece. Il ne tiendroit pas à cela que le Monstre de Périgueux ne fût dans l'intention directe de la Nature, il étoit sans Sexe, mais il étoit aussi sans Anus, & par là il ne pouvoit vivre. D'ailleurs il porte des marques encore plus sensibles & en plus grand nombre de l'union de deux Oeufs que le Monstre de 1724, & celles qui seront les moins favorables à ce Systême, y pourront être ramenées sans des efforts trop violents. Il paroît du moins que la présomption est assés grande de ce côté là, & se fortifie toûjours.

IX.

M. Maloët a fait voir à l'Académie que le petit Lobe du Foye d'un Homme âgé de plus de 40 ans, étant plus mince & plus étroit qu'à l'ordinaire, s'étoit prolongé jusqu'à la Rate, qui avoit conservé sa situation naturelle, & en recouvroit la partie supérieure dans l'étenduë de 5 ou 6 travers de doit. En cet endroit, ou les deux membranes externes des deux Viscereś étoient immédiatement appliquées l'une sur l'autre, ou quelquefois des filets fort courts continus aux deux membranes, les attachoient ensemble plus étroitement. Comme le Foye est naturellement dans l'Hipochondre droit, & la Rate dans le gauche, cette disposition singuliére pourroit faire qu'une maladie qui n'attaqueroit que le Foye, telle que la Jaunisse, causeroit du côté gauche une douleur qu'elle ne

devoît point causer, & c'est ce que M. Maloët assûre avoir vû arriver dans des Jaunisses; on ne soupçonnoit point par où la Rate y pouvoit être intéressée.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 27.
Les Observations de M. de Maupertuis sur une espece de Salamandres.

V. les M. p 108.
Les Observations de M. Sloane sur des Cornes d'une grandeur extraordinaire.

V. les M. p. 383.
Et celles de M. de Reaumur sur le Porc-épic.



CHIMIE.



CHIMIE.

SUR LE VERRE DES BOUTEILLES, OU SUR LA DISSOLUBILITÉ DE PLUSIEURS VERRES.

IL faut se rappeller ici ce qui a été dit dans l'Hist. de 1724* sur des Bouteilles de Verre, où le Vin se gâtoit, sans que l'on en sçût la raison. M. Geoffroy le cadet la trouva par des expériences qui lui apprirent que le verre de ces Bouteilles se dissolvoit par des Acides. Ceux du Vin sont donc aussi d'une nature propre à ronger ce Verre, & ils en emportent des particules qui gâtent la liqueur. Ainsi on sçait sûrement qu'un Verre dissoluble par des Acides n'est pas bon à faire des Bouteilles, où l'on veut mettre du Vin. V. les M. p. 32. * p. 40. & suiv.

Nous avons dit que M. Geoffroy avoit de ces mauvaises Bouteilles, mais non pas les matiéres dont on les avoit faites dans la Verrerie d'où elles étoient venuës. Il ne put que découvrir une marque du vice du Verre, sans découvrir d'où ce vice provenoit. M. du Fay a eu depuis & les matiéres employées dans cette Verrerie, & une instruction sur les doses, & par là il a été en état de rechercher l'origine du mal. On met 7 parties de cendres lessivées, & séchées dans les Arches du Four, 1 partie de cendres du même Four au défaut de cendres fortes, ou non lessivées, 1 partie & $\frac{1}{4}$ de sable séché.

M. du Fay, en employant les matiéres de la Verrerie dont on se plaignoit, & dans la même dose, fit aussi de mauvais Verre, & conclut de-là que les circonstances particuliéres &

locales, telles que le degré de feu, la construction du Four, n'y avoient point de part. Il a vû de même que le Sable de la Verrerie n'y en avoit aucune, puisque d'autre Sable mis à sa place ne faisoit pas mieux. En vain prenoit-il aussi, au lieu des cendres de la Verrerie, des cendres lessivées du bois flotté ou non flotté, qu'il brûloit à son usage ordinaire, il trouvoit seulement que le Verre étoit moins mauvais, quand elles étoient mêlées en certaines doses avec les cendres du Four de la Verrerie, ou quand elles étoient de bois non flotté. On sousentendra bien, vû le sujet dont il s'agit, que le Verre est d'autant plus mauvais, qu'il se dissout plus facilement & plus promptement dans les liqueurs Acides, & qu'il en est plus altéré. Mais on y peut joindre aussi le plus de difficulté que les matiéres dont il est formé auront à se mettre en fusion, une moindre transparence, & même une couleur moins agréable.

Enfin M. du Fay auroit toûjours fait du Verre plus ou moins mauvais, s'il ne s'étoit avisé de prendre des cendres de branches vertes bien séchées. Elles lui ont donné un Verre indissoluble aux Acides, & cela, quoiqu'employées en un certain nombre de doses différentes avec les cendres du Four de la Verrerie; pour le Sable, il ne paroît pas qu'il y eût guére de choix. Au de-là de ces doses, où le Verre étoit bon, il le devenoit toûjours moins à mesure qu'il y avoit moins de cendres de branches.

Il est fort naturel de penser, comme fait M. du Fay, que plus une matiére est Alkaline, plus les Acides agissent aisément sur elle. L'Eau, où le bois flotté a séjourné long-temps, en a dissous les Sels moyens, ou concrets, c'est-à-dire, qu'elle a enlevé les Acides de ces Sels, & n'en a laissé que la matrice alkaline & terreuse. Ce que l'Eau a fait sur le bois flotté, le temps l'a fait sur le bois non flotté ou neuf que l'on brûle ordinairement, parce que ce bois est presque tiré du tronc ou des grosses branches d'Arbres morts, ou fort vieux, dont les Sels les plus subtils & les plus chargés d'Acides se sont évaporés. Il est visible que les jeunes branches ne sont pas dans ce cas-là.

Comme on ne peut pas brûler une aussi grande quantité de jeunes branches qu'il faudroit pour le grand nombre de Bouteilles qui se font, il semble que les bonnes devroient être beaucoup plus rares qu'elles ne le sont effectivement; mais il y a apparence que les Arbres de certaines especes, ou les mêmes Arbres en différents pays, soûtiennent mieux la vieillesse, quant à l'évaporation de leurs acides, & que les bonnes Bouteilles sont faites de cendres de ces bois là, sans que l'on ait eu pourtant cette attention.

SUR LE FROID QUI RE'SULTE ordinairement du mêlange des Huiles Essentielles avec l'Esprit de Vin.

LES liqueurs qu'on appelle chaudes ou froides par rapport à certaines proprietés, & sur-tout à l'impression qu'elles font sur nôtre langue, ou dans nos veines, n'en sont pour cela ni plus ni moins chaudes ou froides extérieurement, & pourvû qu'elles ayent été assés exposées à l'air, elles y prennent toutes un degré de chaud ou de froid, que le Thermometre fait voir parfaitement le même. Il ne s'agit ici que de ce chaud ou de ce froid extérieur, dont le Thermometre est juge. Ce sujet abonde en phénoménes singuliers, que les plus habiles Phisiciens n'eussent pas prévûs. V. les M. p. 114.

Eussent-ils deviné, par exemple, que des Dissolutions qui se feroient avec une fermentation sensible, même avec bruit, même en poussant des vapeurs chaudes, eussent pû cependant être froides? On l'a vû dans l'Histoire de 1700.* * p. 53. & suiv. 2de Ed.

On n'eût pas cru au contraire que l'Eau versée sur de l'Esprit de Vin bien rectifié en augmentât la chaleur. M. Geoffroy le Cadet a fait voir qu'elle l'augmente, & beaucoup, & promptement, & d'autant plus que la dose de l'Eau est plus forte par rapport à celle de l'Esprit de Vin.* * V. les M. de 1713. p. 53. & suiv.

Maintenant M. Geoffroy présente cette merveille par une autre face. Tandis que l'Eau qui devroit diminuer la chaleur

de l'Eſprit de Vin l'augmente, les Huiles eſſentielles la diminuent, quoiqu'elles la duſſent augmenter, puiſqu'elles ne ſont preſque compoſées que de Soufres très-inflammables & très-diſpoſés à prendre feu. Il paroît par les expériences de M. Geoffroy, que le moindre effet de quelques Huiles eſſentielles ſur l'Eſprit de Vin eſt de n'en pas diminuer la chaleur. Telles ſont l'Huile eſſentielle de Lavande, & celle de Geroſle. Il eſt à remarquer que l'Eau, qui augmente tant la chaleur de l'Eſprit de Vin, ne produit aucun effet ſur les Huiles eſſentielles.

Nous pouvons, ſans entrer dans le détail des expériences, donner une idée générale des principes phiſiques, qui apparemment ont lieu dans ces phénoménes. Le mouvement qu'il s'agit ici d'augmenter ou de diminuer, eſt celui de liquidité, celui par lequel toutes les petites parties intégrantes d'un liquide détachées les unes des autres ſont mûes en tout ſens. On ſuppoſe que c'eſt une matiére ſubtile, qui coule entre elles, & les agite, & que par elle-même elle a toûjours la même vîteſſe. Le mouvement de ces molécules du liquide ſera augmenté, ſi elles deviennent plus mobiles, elles ne le peuvent devenir que par être plus fines & plus déliées, & ſi au contraire elles deviennent plus groſſiéres & plus maſſives, le même mouvement ſera diminué. On peut ajoûter encore que dans un liquide, dont les parties ſeront hétérogenes, ainſi qu'elles le ſont preſque toûjours, le mouvement de liquidité, dont le Thermometre doit ſentir le degré de chaleur, ſera plus augmenté, ſi les molécules qui deviennent plus ſubtiles ſont celles qui ſont les plus propres par leur nature à faire ſentir de la chaleur au Thermometre; il arrivera le contraire dans le cas oppoſé. Si on mêle enſemble deux liqueurs, & qu'elles agiſſent l'une ſur l'autre, comme il arrive ſouvent, ou les molécules de l'une ſeront attenuées & plus diviſées par celles de l'autre, auquel cas le mouvement de liquidité de la premiére augmentera, & le Thermometre montera, ou les molécules de l'une ſe joindront à celles de l'autre, & les rendront plus groſſiéres, auquel cas le mouvement de liquidité diminuera, & le Thermometre

descendra. Il faudra de plus avoir égard à la nature des molécules qui auront été altérées par l'action des deux liqueurs. Si elles n'ont pas d'action l'une sur l'autre, soit parce qu'elles ne sont pas de nature à en avoir, soit parce qu'elles ne se mêlent pas assés intimement ensemble, le mouvement de liquidité ne reçoit nul changement, & le Thermometre est immobile.

L'Eau ne fait nul effet sur les Huides essentielles, parce que ce sont des Huiles, & que l'Eau & l'Huile ne se mêlent pas. Mais l'Eau augmente la chaleur de l'Esprit de Vin, parce que d'un côté elle se mêle très intimement avec la grande quantité de flegme toute semblable à elle, qu'il contient, & que d'un autre côté elle étend & développe les Soufres qi nagent dans ce flegme.

Les Hüiles essentielles contiennent avec leurs Soufres beaucoup de parties Salines, or tout le monde sçait que les Sels refroidissent l'Eau, ou, ce qui est le même, en diminuent le mouvement de liquidité. Il faut donc que le mélange des Sels des Huiles essentielles avec le flegme ou l'Eau de l'Esprit de Vin diminüe la chaleur de l'Esprit de Vin. Le degré de cette diminution dépend du plus ou moins de Sels des Huiles essentielles.

Avec ces principes généraux, on peut expliquer les Phénomenes, & même en prévoir quelques-uns. Cependant il pourroit se trouver telles combinaisons singuliéres & délicates, qu'il seroit difficile de ramener aux principes supposés, quoiqu'elles en fussent réellement des suites. Cet inconvénient n'est que trop commun en Phisique.

SUR UN SEL NATUREL DE DAUPHINE'.

EN parlant d'un Sel naturel qui se trouve en Espagne *, & que M. Boulduc le fils a reconnu pour être le vrai Sel de Glauber, nous avons dit que *Glauber n'eût apparem-* V. les M. p. 375. * V. l'Hist.

de 1724. p. 54. & suiv. *ment pas cru que ce Sel dont il se sçavoit si bon gré, & qu'il nommoit* admirable, *dût se trouver tout formé dans le sein de la Terre.* Cette espece de merveille diminuë aujourd'hui. Le même M. Boulduc en examinant un autre Sel naturel tiré de Dauphiné & d'auprès de Grenoble, a découvert que c'étoit encore de veritable Sel de Glauber, un Acide Vitriolique porté sur la base terreuse du Sel Marin.

Il n'a pas suffi à M. Boulduc que le Sel de Dauphiné fût par toutes les qualités extérieures parfaitement semblable, soit au Sel naturel d'Espagne, soit à l'artificiel de Glauber, qu'il fût aussi aisément dissoluble par l'Eau, aussi friable, que ses Cristaux affectassent constamment les mêmes configurations, qu'il se fondît de même sur le feu sans fuser, & sans s'enflammer, & seulement en se gonflant, qu'il eût le même goût sur la langue, &c. La recherche a été plus approfondie, & a pénétré jusqu'à la composition intime de ce Mixte.

On sçait que le Turbith mineral est du Mercure empreint de l'Acide Vitriolique, & que le Mercure ne peut devenir Turbith que par cet Acide. M. Boulduc a versé dans une solution de Mercure par l'Esprit de Nitre du Sel de Dauphiné dissous dans l'Eau commune. Aussi-tôt il s'est fait au fond du Vaisseau une précipitation d'une matiére qui étoit de vrai Turbith, ce Turbith étoit donc du Mercure empreint d'un Acide Vitriolique, & cet Acide ne pouvoit être venu que du Sel de Dauphiné. Il avoit abandonné sa base, & avoit enlevé le Mercure à l'Esprit de Nitre.

On sçait aussi que l'Acide Vitriolique ne peut qu'avec la base terreuse du Sel Marin former un Sel semblable par ses propriétés extérieures à celui de Glauber. Il est donc bien prouvé que les deux principes qui composent le Sel de Glauber & le Sel de Dauphiné sont les mêmes.

* p. 32. M. Boulduc, ainsi que nous l'avons dit en 1726 *, avoit aussi trouvé du Sel de Glauber dans les nouvelles Eaux de Passy; il croit aussi qu'il y en a dans le Sel d'Ebsom, dont * p. 37. & suiv. nous avons parlé en 1718 *, soit que ce Sel de Glauber soit porté par les Eaux minerales d'Ebsom, comme par celles de

Paſſy, ſoit qu'il ſoit purement foſſile, comme celui d'Eſpagne & de Dauphiné, car un Sel naturel peut nous venir de ces deux différentes maniéres.

De plus M. Boulduc cite pluſieurs Chimiſtes qui ont parlé de Sels naturels, qu'il juge devoir être les mêmes que celui de Glauber. Ainſi voilà la merveille encore plus diminuée que nous ne l'avons dit d'abord, voilà un Remede fort accrédité dans la Médecine, qui n'a plus beſoin d'être préparé avec une induſtrie toûjours pénible, & ſujette à erreur.

OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

On trouve quelquefois de l'Or, qui a divers caractéres d'impureté ou d'imperfection. Il ne ſe met jamais en fuſion claire, ſa ſurface eſt livide, ſi on le verſe dans une Lingotiére il en demeure dans le Creuſet une partie qui n'eſt pas aſſés coulante, enfin il eſt aigre, caſſant, & ne ſe peut preſque pas travailler. On croit communément qu'il tient quelque portion d'Emeril, qui eſt une matiére pierreuſe, dure, & très hétérogéne à l'Or. En effet on rencontre aſſés ſouvent de l'Emeril dans les Mines d'Or, mais ſans examiner s'il s'en eſt mêlé véritablement dans l'Or dont il s'agit ici, M. du Fay a donné un moyen de le purifier, & de le rendre auſſi doux qu'il doit l'être naturellement. Ce moyen lui venoit d'un Artiſte, qui a travaillé long-temps avec lui en Chimie.

Tout le monde ſçait que tout métal, excepté l'Argent, mêlé avec l'Or, s'en ſépareroit par la *Coupelle*, l'Argent ne s'en ſépare que par le *Départ*. Ici il faut d'autres moyens, ce qui paroît prouver que ce mauvais Or tient effectivement quelque matiére, telle que de l'Emeril.

Il faut prendre parties égales de cet Or & de Biſmuth, les fondre enſemble dans un Creuſet, & verſer dans un Culot ce qui pourra ſortir coulant, peſer enſuite ce mêlange fondu

pour juger de la quantité restéedans le Creuset, la mêler avec une égale quantité de Bismuth, refondre & reverser comme la premiére fois, & répéter encore l'opération, jusqu'à ce qu'enfin toute la matiére soit sortie du Creuset bien coulan e. Cet Or ainsi saoulé de Bismuth, on le mettra dans une grande & épaisse Coupelle bien soûtenüe d'une autre faite de terre à Creuset, dans laquelle elle aura été formée & bien battüe. On coupellera le mêlange sans y rien mettre autre chose, & quand il sera figé, on trouvera l'Or encore impur, & couvert d'une peau livide; on mettra alors sur chaque marc d'Or 2 ou 3 Onces de Plomb, & on continüera de coupeller jusqu'à ce que tout le Plomb soit évaporé ou imbibé dans la Coupelle. Après cette seconde opération, l'Or n'est point encore aussi beau qu'il le doit être, quoiqu'il soit déja moins livide, & moins aigre. Pour achever de le purifier, il faut le mettre dans un Creuset large que l'on placera dans une Forge, de sorte que le vent du Soufflet darde la flamme sur le Métal, on le tiendra quelque temps en fusion, & on cessera de souffler quand l'Or commencera à s'éclaircir; on y jettera ensuite à plusieurs reprises un peu de Sublimé corrosif, & sur la fin un peu de Borax. On reconnoît que l'operation est entiérement finie, lorsque le métal devient tranquille, qu'il ne fume plus, & que sa surface est brillante. On le peut alors jetter en lingot, & quand on le travaillera, on le trouvera fort doux.

Si ce mauvais Or tenoit aussi de l'Argent, il faudroit le traiter davantage selon cette vûë, parce que l'Argent mêlé avec l'Or est le seul métal qui ne s'en sépare pas par la Coupelle. Après que l'Or aura été coupellé la premiere fois avec le Bismuth, on mettroit deux parties d'Argent sur une d'Or, afin que l'Argent en plus grande quantité tirât mieux l'Argent de l'Or, on le coupelleroit avec le Plomb, comme il a été dit, & il ne seroit pas necessaire de mettre tant de Sublimé corrosif. On feroit enfin le Départ de l'Argent à l'ordinaire.

II.

II.

On a vû dans l'Hist. de 1704 *, une Observation de feu M. Homberg sur une espéce de Végétation, ou Arbrisseau d'Argent. De l'Argent ayant été mis à la Coupelle avec trois fois autant de Plomb, il s'étoit élevé de dessus la surface de l'Argent, lorsqu'elle se congéloit dans le feu, un petit jet qui l'avoit percée, & avoit formé cet Arbrisseau. M. Hombert en avoit aisément trouvé la cause. L'Argent étoit encore en fusion, excepté à sa surface refroidie par l'Air extérieur, & cette matiere boüillante, trop gênée dans son mouvement par une croûte dure, l'avoit ouverte. M. Morel, Docteur en Médecine, & employé à la Monnoye pour l'Affinage des Métaux, a suivi cette idée, & a fait à l'Académie le récit de ses expériences. * p. 40.

Il approche de la surface de l'Argent un linge moüillé, afin de la refroidir plus promptement, & que la matiére en fusion étant encore alors plus échauffée, fasse plus d'effort, & jaillisse en plus grande quantité, & plus haut. En même-temps & dans la même vûë il trempe dans l'eau froide le fond de la Coupelle, ce qui fait qu'elle se resserre brusquement, & ajoûte un nouvel effort à celui de la matiére qui doit jaillir. Par ce moyen la croûte superficielle se perce en beaucoup plus d'endroits, & il sort une infinité de Jets, qui par les différents arrangements qu'ils prennent en se congelant à l'Air, représentent assés bien des têtes de Chou-fleurs.

L'Argent mêlé avec le Plomb fait de plus belles végétations que le Plomb seul. Sa surface se perce trop vîte, & en trop d'endroits à la fois, d'ailleurs il se refroidit trop aisément, & ses jets sont congelés dans l'Air avant que de s'être assés élevés.

Il paroît par-là qu'un mêlange d'Argent & de Plomb doit tenir le milieu requis pour les belles végétations, & celui qui a le mieux réüssi à M. Morel est d'une ou de deux parties de Plomb sur une d'Argent. Si on mettoit trois ou quatre parties de Plomb, les végétations se feroient encore, mais avec le défaut d'être trop plombées, ou de n'être qu'argentées.

Plus on employe de matiére, plus les végétations sont belles.

Le Cuivre ne végéte pas facilement; pour peu que sa surface soit congelée, elle est trop dure pour se laisser percer par la matiére liquide, & cette matiére agit plûtôt dans le sens opposé, c'est-à-dire sur le fond de la Coupelle qu'elle brise. Par cette raison l'Argent de bas alloi, dont l'alliage est ordinairement de Cuivre, ne végéte pas bien.

Si l'on essaye de faire des végétations d'Or à la maniére que M. Morel a trouvée pour celles d'Argent, il s'éleve avec bruit de la surface de l'Or quantité de petits grains ronds, qui sont quelquefois jettés à plus de 10 pouces de la Coupelle. On voit bien que cette impétuosité de mouvement doit empêcher la végétation, mais pour quoi est-elle particuliére à l'Or? c'est ce que M. Morel n'a pas entrepris d'expliquer, il laisse ce Phénoméne à ceux qui voudront suivre cette matiére. Ils profiteront toûjours des expériences qu'il a faites, soit qu'ils ayent dessein de perfectionner les végétations métalliques, soit qu'ils veüillent les prévenir, parce qu'elles seroient contraires à de certaines vûës.

III.

La Potasse est une matiére toute saline & alkaline, qu'on employe pour le Savon, pour les Teintures, pour le Verre, pour l'Email de la Fayence, dans la Médecine même. On n'en connoît guére la fabrique, & M. du Fay qui l'a observée aux environs de Sare-Loüis, car il s'en fait beaucoup dans les grandes Forêts qui sont depuis la Moselle jusqu'au Rhin, en a donné une relation.

On choisit de gros & de vieux Arbres, le Hêtre est le meilleur, on les coupe en tronçons de 10 ou 12 pieds de long, on les arrange l'un sur l'autre, & on y met le feu. On ramasse les Cendres dont on fait une lessive très forte, on prend ensuite des morceaux du même bois pourris & spongieux que l'on fait tremper dans la lessive, & que l'on n'en retire que quand ils en sont bien imbibés, & après lesquels on en remet d'autres pareils jusqu'à ce que toute la lessive soit

épuisée & enlevée. On fait dans la terre un trou de 3 pieds en quarré sur lequel on met quelques barres de Fer pour soûtenir des morceaux de bois sec, & par-dessus on arrange les morceaux de Hêtre imbibés de lessive. On met le feu au bois sec, & lorsqu'il est bien allumé, on voit tomber dans le trou une pluye de Potasse fondüe, & on remet de nouveau bois imbibé jusqu'à ce que le trou soit rempli de Potasse. Lorsqu'il l'est, & avant que la Potasse soit refroidie, on en nettoye la superficie le mieux qu'on peut en l'écumant avec un Rateau de Fer. Il y reste toûjours beaucoup de Charbon, & d'autres impuretés, ce qui fait qu'on ne s'en sert que pour le Savon gras. Quand elle est refroidie, elle forme un seul Pain que l'on brise pour le mettre dans des Tonneaux, de peur que l'Air n'humecte cette matiére fort avide d'humidité. On l'appelle Potasse *en terre,* il est aisé de voir pourquoi, & on ne la vend que 16 liv. le Quintal.

Il y a une autre sorte de Potasse plus pure & meilleure, qui se vend 19 liv. On la commence comme l'autre. La forte lessive de cendres étant faite, on repasse de l'eau deux ou trois fois, jusqu'à ce qu'on ne sente plus l'eau grasse sous les doits. On met alors ces lessives dans une Chaudiere de fer contenant un demi-muid, & montée sur un fourneau. On la fait boüillir, & à mesure qu'elle s'évapore, on y remet de nouvelle lessive, jusqu'à ce qu'on la voye s'épaissir considérablement, & monter comme de la mousse. Alors on diminuë le feu par degrés, après quoi on trouve au fond de la Chaudiére un sel très-dur, qu'on en tire en le cassant avec un Ciseau, ou un Maillet. On le porte ensuite dans un fourneau disposé de maniére que la flamme du feu qu'on fait des deux côtés se répande dans une espece d'Arche qui est au milieu, & aille calciner la Potasse. Elle l'est suffisamment, quand elle est bien blanche. Elle garde pourtant toûjours un peu de la couleur qu'elle avoit avant la calcination, qui lui vient, à ce que disent les Ouvriers, des différents bois qu'on employe. Ils ont remarqué que les Arbres qui sont au haut des montagnes font la Potasse d'un bleu pâle, que ceux qui sont dans les endroits

marécageux la font rouge, & en donnent une moindre quantité, & que les autres la font blanche, mais n'en donnent pas tant que ceux du haut des montagnes. Après le Hêtre, il n'y a guere que le Charme qui ſoit propre à cette opération, les autres eſpeces payeroient à peine le travail. La Potaſſe calcinée s'appelle Potaſſe *en chaudron*, ou *ſalin*.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

V. les M. p. 40.
Un ſecond Mémoire de M. Lémery ſur la Précipitation des Sels, qui eſt une ſuite d'un Mémoire donné en 1724.

V. les M. p. 185.
L'Ecrit de M. de Reaumur ſur la Porcelaine.

V. les M. p. 214.
Un troiſiéme Mémoire de M. Lémery ſur le même ſujet que le ſecond ci-deſſus.



BOTANIQUE.

SUR LE CORAIL.

IL faut que la nature du Corail ſoit bien douteuſe, & bien difficile à définir. Les Anciens l'ont cru Pierre ſans héſiter, les Modernes, du moins la plûpart, le croyent Plante, & en dernier lieu M. de Reaumur le croit en partie Pierre, & en partie Plante, tandis qu'un autre Phiſicien, curieux & habile Obſervateur, & qui a beaucoup étudié les productions de la Mer, le met preſque au rang des Animaux, en conjecturant qu'il eſt l'ouvrage de quelques Inſectes Marins. V. les M. p. 269.

Nous avons dit en 1710 * qu'il paroît que tout ce qu'il y a d'organique dans le Corail par rapport à la végétation, conſiſte dans ſon Ecorce, & dans la ſuperficie de la vraye ſubſtance Coralline, immédiatement couverte de cette Ecorce. M. de Reaumur adopte & fortifie cette idée que nous n'avions fait qu'effleurer légérement. Il prend pour une Plante l'Ecorce groſſiére & ſenſible du Corail, très-diſtincte de ce que nous appellons Corail, & de plus une autre Ecorce beaucoup plus fine, & que les yeux ne diſtinguent point de la vraye ſubſtance Coralline qu'elle revêt, & tout le reſte du Corail, preſque toute la ſubſtance Coralline, n'eſt qu'une Pierre ſans organiſation; il y a beaucoup de Plantes, qui pour végéter ont beſoin d'être ſoûtenües, celle-ci a le même beſoin, mais au lieu que les autres vont chercher des appuis hors d'elles, des Corps étrangers déja tout formés, celle-ci ſe fait elle-même peu à peu au dedans d'elle un appui qu'elle embraſſe, & qu'elle enveloppe. Il ſemble que l'extrême variété des Combinaiſons demande quelque Plante de cette derniére eſpece. Quand on a vû un grand nombre d'Animaux * p. 75.

dont les Os étoient couverts de leurs Chairs, des Phisiciens eussent pû conjecturer légitimement qu'il y en avoit d'autres dont les Chairs étoient couvertes de leurs Os.

Les Sucs, qui doivent nourrir toute la substance végétale du Corail, portent avec eux un Sable très-fin, dont se forme la substance minérale ou pierreuse, de même précisément que les Sucs qui nourrissent une Huitre, portent avec eux les petites particules pierreuses, dont se formera sa Coquille. Dans l'un & l'autre cas, tout ce qu'il y a de pierreux se dépose où il faut, s'amasse, & ne retourne point avec les Sucs véritablement nourriciers dans les voyes de la Circulation animale, ou végétale, s'il y en a une végétale. La substance végétale & la pierreuse du Corail croissent en même temps selon toutes les dimensions, aussi-bien que l'Huitre & sa Coquille.

Le Sable fin, dont M. de Reaumur prétend que se forme la substance pierreuse, qui est le vrai Corail, n'est point une supposition. Il l'a vû, & même en poudre rouge, quand il a eu du Corail avec son Ecorce, car on ne le voit guére ici que dépoüillé, & quand il a broyé cette Ecorce, il l'a senti encore plus sûrement sous la dent.

Enfin ce petit systême semble être mis hors de doute par une observation singuliére de Boccone, qui a vû un Corail, bien couvert de son Ecorce, dont tout le milieu selon sa longueur, & si l'on veut l'axe du Cilindre, étoit une petite branche de bois, longue de quelques pouces. L'Ecorce du Corail avoit végété autour de cette branche, mais à quelque distance d'elle en rond, & avoit deposé le sable fin, la vraye substance Coralline, dans tout l'intervalle qui étoit entre elle & la branche. Sans la branche, elle auroit rempli de Corail tout ce vuide.

Les fleurs du Corail découvertes, ainsi que nous l'avons dit en 1710, par M. le Comte Marsigli, conviennent parfaitement à l'idée de M. de Reaumur, elles ne sortent que de l'Ecorce, & la substance intérieure ne prend point de part à leur production. Le Phisicien, dont nous avons parlé d'abord, a étendu cette belle observation. Il a trouvé des

fleurs de même eſpece aux Madrepores, & à d'autres productions pierreuſes de la Mer.

Mais ſelon ſa penſée ces fleurs ne ſont pas véritablement des fleurs. De ce qu'on a pris pour des Plantes marines des Tuyaux, tels que ceux de l'*Orgue de Mer*, qu'on a trouvé depuis qui étoient l'ouvrage & l'habitation de certains Vers ou Inſectes, il ſoupçonne qu'on peut s'être trompé de même ſur les autres Plantes pierreuſes, ſur les Coraux, les Pores, les Madrepores, & même ſur les Litophitons, quoique par leur molleſſe & leur fléxibilité ils paroiſſent être d'une autre Claſſe. Il juge que tous ces Corps peuvent être faits par des Vers, qui y habitent, comme les Gâteaux de Cire par les Abeilles, & que ce qu'on appelle les Fleurs de ces prétendües Plantes, qui ne ſortent & n'écloſent que quand elles ſont dans l'Eau, & ſe referment ou diſparoiſſent dès qu'elles en ſont dehors, ſont de petits Vers qui ſe montrent en partie ou ſe cachent, ſelon que l'Elément où ils ſont leur plaît ou leur déplaît. En effet ce jeu-là ſe paſſe dans toutes les Saiſons de l'année, ce qui ne convient pas tant à des Fleurs. Il eſt vrai cependant que les Plantes marines environnées d'un Elément beaucoup moins variable que l'Air, quant aux degrés de chaleur, doivent être auſſi beaucoup moins dépendantes des Saiſons pour fleurir.

Nous ne ſuivrons point M. de Reaumur dans les réponſes qu'il fait aux principales raiſons dont on a appuyé ce nouveau Syſtême. Son Auteur ne paroît pas s'être lui-même tout à fait contenté ſur la maniére dont les petits Vers feroient leurs Bâtiments.

SUR UNE VEGETATION PARTICULIERE QUI VIENT SUR LE TAN.

V. les M. p. 335.

APRÈS que le *Tan*, qui eſt de l'Ecorce de jeunes Chênes bien battüe, & miſe en poudre, a été long-temps en macération dans des foſſes pleines d'eau avec des Cuirs de Bœuf, dépouillés auparavant de leur poil par de la Chaux, les Cuirs étant ſuffiſamment *tannés*, on retire toute la matiére qui y a ſervi, on la met en de gros tas pour en faire des mottes à brûler, & c'eſt ce qu'on appelle de la *Tannée*. Dans les temps chauds il ſe forme ſur cette Tannée pluſieurs touffes d'une eſpéce de gazon d'un beau jaune mat, elles peuvent avoir juſqu'à 10 ou 12 pouces de diametre, & 6 à 8 lignes d'épaiſſeur. Les Tanneurs accoûtumés à en voir n'en ſont nullement ſurpris, ils les appellent *Fleurs de Tannée*, mais M. Marchant qui n'en avoit jamais vû, ni entendu parler dans aucun Auteur d'Hiſtoire Naturelle, les regarda avec attention, lorſqu'il en vit par hazard chés un Tanneur.

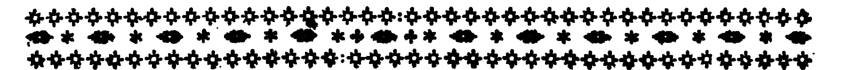
Il ſuivit cette végétation ſinguliére depuis ſa naiſſance juſqu'à ſa fin. Quand elle naît, la Tannée d'où elle ſort eſt auſſi chaude que ſi on y avoit verſé de l'eau tiéde. On ne voit d'abord qu'une eſpéce d'écume, qui enſuite ſe condenſe, & quelque temps après n'eſt plus qu'une croute ſéche, épaiſſe de deux lignes, tout cela d'autant plus vîte qu'il fait plus chaud; la végétation peut ne durer que 2 jours. On trouve au bout de quelques jours ſous la croute ſéche une pouſſiére noire très fine, qui reſſemble à celle qu'on voit dans le Lycoperdon, ou *Veſſe de Loup*. Il eſt plus que vraiſemblable que la Tannée eſt la matrice de cette végétation. Les Acides végétaux du Tan, les Alkali de la Chaux, les Sels & les Souffres des Cuirs, entrent certainement dans la Tannée, & elles ſont bien propres à y fermenter, ſur-tout quand elle eſt

est exposée à un air chaud; cette fermentation excite la végétation, cependant on ne découvre point de filaments, ni rien qui puisse passer pour en être les racines dans la Tannée, on ne voit d'ailleurs ni feüilles, ni fleurs, ni graines. Mais l'Eponge dépourvûë, du moins sensiblement, de toutes ces parties, ne laisse pas d'être reconnuë pour Plante, & il se trouve que la végétation de la Tannée par sa surface platte & fine, par son port, & par sa structure intérieure, a beaucoup plus de rapport à l'Eponge qu'à aucune autre Plante connuë. Ainsi M. Marchant la range sous le genre de l'Eponge, du moins par provision, & sur ce pied-là lui donne un nom à la maniére, & selon le stile de la Nomenclature Botanique. Cette Nomenclature, quoique déja si vaste, grossira encore beaucoup, non-seulement par des Plantes bien sensiblement Plantes, mais encore par d'autres qu'on n'aura pas encore jusqu'à present reconnuës pour telles, faute de les avoir ou vûës, ou assés examinées. La fecondité de la Nature sera difficilement épuisée par les Observations, si elle l'est jamais.

M. Marchant a lû la Description de la *Spiræa Opuli Folio*. Inst. Rei Herb.

Et de l'*Anapodophyllon Canadense Morini*. Inst. Rei Herb.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires L'Histoire qu'a faite M. de Jussieu, d'un Recüeil de Peintures de Plantes & d'Animaux de la Bibliotheque du Roi. V. les M. p. 131.



ARITHMETIQUE.

SUR QUELQUES PROPRIETES NOUVELLES DES NOMBRES.

LEs Propriétés des Nombres ſont inépuiſables, & il ne faut pas ſe flater de les pouvoir découvrir toutes, mais il ne faut pas auſſi négliger celles qu'on peut appercevoir. Quelquefois elles ſont d'un ſecours imprévû dans de hautes ſpéculations, ou facilitent de grands Calculs, & tout au moins, c'eſt toûjours un ſpectacle agréable à l'Eſprit.

M. de Beaufort a découvert cette Propriété ſinguliére. Un Nombre, qui ſera une puiſſance quelconque, étant poſé, ſi le double de l'Expoſant de la puiſſance plus 1 eſt un nombre premier, ce nombre premier ſera un Diviſeur exact du nombre poſé, augmenté ou diminué de 1. Des Exemples vont faire entendre cette Propoſition, & en même temps la néceſſité d'une exception qu'il y faut apporter.

La Propoſition a lieu juſque ſur les 1res Puiſſances, qui ne ſont que les Nombres mêmes non élevés. Ainſi le double de l'Expoſant de la 1re Puiſſance, qui eſt 1 étant 2, & 2 plus 1 étant 3, nombre premier, tout nombre augmenté ou diminué de 1 eſt diviſible par 3. 25 par exemple diminué de 1, & 26 augmenté de 1, c'eſt-à-dire 24 & 27 ſont diviſibles par 3. L'exception néceſſaire ſaute aux yeux, il ne faut point que le nombre poſé ſoit ni 3, ni un multiple de 3, car alors il ſeroit diviſible par 3 ſans être augmenté ni diminué de 1.

Il ne ſeroit point du tout néceſſaire de paſſer par cette

considération des Exposants, & des Nombres premiers, pour trouver simplement que tout nombre qui n'est ni 3, ni multiple de 3, est divisible par 3, lorsqu'il est augmenté ou diminué de 1, car toute la suite naturelle des Nombres étant divisée de trois en trois, on voit d'un coup d'œil que tout nombre qui n'est ni 3 ni un multiple de 3, est ou comme 25 d'une unité au-dessus, ou comme 26 d'une unité au-dessous d'un multiple de 3. Mais en s'en tenant-là, on n'auroit pas découvert la Propriété générale.

Les nombres quarrés ayant 2 pour Exposant, & 4 plus 1 étant 5 nombre premier, tous les quarrés augmentés ou diminués de 1, sont divisibles par 5, à l'exception des quarrés multiples de 5, ausquels visiblement cette augmentation ou diminution ne convient pas. Ainsi en prenant la suite des quarrés 4, 9, 16, 36, 49, &c. on voit que 5, 10, 15, 35, 50, &c. sont divisibles par 5.

De même les nombres cubiques, 8, 27, 64, 125, &c. qui augmentés ou diminués de 1 sont 7, 28, 63, 126, &c. sont divisibles par 7, parce que 2 fois 3 plus 1 est 7, nombre premier.

La proprieté n'a point lieu sur la 4me puissance, puisque 2 fois 4 plus 1, est 9, qui n'est pas nombre premier. Mais elle recommence à la 5me puissance, car deux fois 5 plus 1 est 11, nombre premier, & tous les nombres qui ne sont pas multiples de 11 élevés à la 5me puissance, & augmentés ou diminués de 1 sont divisibles par 11. Ainsi 32, 5me puissance de 2, augmenté de 1, est 33, divisible par 11; 243, 5me puissance de 3, diminué de 1, est 242 divisible par 11.

La propriété continuë pour la 6me puissance, dont les nombres seront divisibles par 13. Elle cesse pour la 7me, parce que 15 n'est pas nombre premier. Elle reprend à la 8me puissance, &c.

Toutes les puissances, dont l'exposant est pair, sont des quarrés, & par conséquent tous les nombres élevés à ces puissances seront divisibles par 5 en qualité de quarrés,

j'entends qu'ils seront augmentés ou diminués de 1. Ces nombres élevés à toute autre puissance paire que 2, seront de plus quelque autre puissance que le quarré, par exemple la puissance dont l'exposant est deux fois 3, est aussi un cube, & ces mêmes nombres en qualité de cubes, seront aussi divisibles par 7. Ainsi 729 qui est 3 élevé à la puissance deux fois 3 ou le quarré de 27 & le cube de 9, est divisible par 5 & par 7. Et parce que 729 est aussi la 6me puissance de 3, & que la 6me puissance est, comme nous l'avons vû, dans le cas de la propriété dont il s'agit, ce nombre sera divisible par 5, par 7, & par 13. Il suit de-là que quand l'exposant d'une puissance est un nombre formé du produit de plusieurs facteurs, comme chacun de ses facteurs, & les différents produits qu'on en peut faire selon les regles des Combinaisons, & le produit total ou l'exposant même, expriment tous quelque puissance, le nombre élevé à la puissance totale a la propriété autant de fois qu'il y a de ces facteurs, & de ces produits particuliers à qui elle appartient, & qu'il l'a encore une fois si elle appartient à l'exposant total. Chaque fois produira un nombre par lequel il sera divisible. Ainsi 16 qui est un quarré, & une 4me puissance, n'a la propriété qu'une fois, & est divisible par 5 en qualité de quarré, mais en qualité de 4me puissance, il n'a point la propriété ni de nombre diviseur. Toute puissance, dont l'exposant est un nombre premier, ne peut avoir la propriété qu'une fois, si elle l'a, car nous avons vû que la 7me puissance, par exemple, ne l'a pas.

En suivant assés loin tous les nombres diviseurs des puissances qui ont la propriété, nous observons que ces diviseurs sont tous les nombres premiers pris de suite à commencer par 3. 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, &c. Si l'on a devant soi une Table de ces nombres, comme celle qui est dans les leçons de Mathematiques de M. l'Abbé de Molieres, dont nous avons parlé en 1726 *, il suit de tout ce qui a été dit, une Méthode très-aisée de découvrir tout d'un coup à quelles puissances appartient la propriété.

* p. 45.

Il ne faut que prendre un nombre premier quelconque, par exemple 41, en retrancher 1, & sa moitié 20 est l'exposant de la puissance, qui a 41 pour diviseur. En même temps on voit que l'exposant 20 étant formé des facteurs, 2, 2, 5, un nombre élevé à la 20me puissance, est un quarré, une 4me, une 5me, une 10me & une 20me puissance, qu'il n'a point la propriété en qualité de 4me ni de 10me puissance, & qu'il ne l'a que dans les trois autres, & que par conséquent il est divisible par 5, par 11, & par 41. Nous ne parlons point de la propriété d'être divisible par 3 en qualité de 1re puissance, cela est commun à tous les nombres, & doit être toûjours sous-entendu. On trouvera de même que le nombre premier 29 appartient à la puissance 14, qui n'étant formée que des facteurs 2 & 7, ne sera divisible que par 5 en qualité de quarré, par 29 en qualité de 14me puissance, & non en qualité de 7me puissance.

Il est souvent difficile, peut-être même impossible, de trouver des démonstrations générales & analytique de ces sortes de propriétés des nombres, & M. de Beaufort n'en a pas donné de celle ci. On est obligé de se contenter d'inductions assés longues, il y a tout lieu de croire que ce qui se soûtient toûjours sans altération pendant un long cours, se soûtiendra également jusqu'au bout. La preuve fort simple & fort courte, qui a été donnée de la divisibilité de tout nombre, ou de toute 1re puissance par 3, pourra être appliquée successivement aux autres puissances, en y apportant les modifications nécessaires, & par cette route on fera, comme M. de Beaufort, des inductions suffisantes de puissance en puissance.

Quand on a de grands nombres, dont on veut sçavoir, si une certaine racine, par exemple, la 5me est rationnelle, ou irrationnelle, on peut par la Théorie de M. de Beaufort s'épargner la peine d'une longue & pénible extraction de racine 5me, car si le nombre proposé, augmenté ou diminué de 1, n'est pas divisible par 11, certainement il n'est pas une puissance 5me, & sa racine 5me est irrationnelle. On voit du premier coup d'œil si un nombre est divisible par 5, car alors

ſon dernier chiffre eſt 5 ou 0, & l'on voit de même ſi, augmenté ou diminué de 1, ſon dernier chiffre ſeroit 5 ou 0. Or à moins que de cela il n'eſt point quarré, & l'on voit de ce ſeul coup d'œil ſi ſa racine 2de eſt irrationelle. Il faut prendre garde qu'on doit ſeulement juger que ſa racine 2de eſt irrationnelle, ou qu'il n'eſt pas quarré, mais non pas qu'il ſoit quarré, dès que par l'addition ou le retranchement de 1, on lui trouve 5 pour diviſeur. Tous les nombres quarrés ont cette propriété, mais il s'en faut bien que tous ceux qui l'ont ſoient quarrés. C'eſt la même choſe pour les autres puiſſances.

Voici encore une propriété de nombres, non pas abſolument découverte, comme la précédente, par M. de Beaufort, mais pouſſée beaucoup plus loin qu'elle n'avoit été. On ne ſçauroit calculer le moins du monde ſans s'apperçevoir que ſi on éleve à des puiſſances quelconques des nombres, dont le dernier chiffre ſoit 0, ou 1, ou 5, ou 6, il vient des nombres terminés par le même chiffre que la racine, ou le nombre ſur lequel on a opéré pour l'élever. Quelques Auteurs ſe ſont apperçus de plus que tous les nombres élevés au quarré, & par conſéquent à toute puiſſance paire, ne ſe terminent que par les chiffres qu'on vient de marquer, ou encore par 4 & 9, & jamais par 2, par 3, par 7, ni par 8. C'eſt là ce qui a donné lieu à M. de Beaufort de rendre la propriété générale, & de faire une petite Théorie des derniers chiffres qui termineront les puiſſances quelconques des nombres.

Il a démontré d'abord, car ici ce ne ſont plus des inductions, qu'en prenant deux nombres également éloignés de 0 & de 10, leurs quarrés doivent ſe terminer par le même chiffre. On le voit en effet dans 1 & 81, quarrés de 1 & de 9, dans 4 & 64, quarrés de 2 & de 8, dans 9 & 49, dans 16 & 36. 5 étant préciſément au milieu de l'intervalle entre 0 & 10, ſon quarré ne peut être comparé de cette maniére à un autre correſpondant; ſeulement il donne un nouveau chiffre 5, par lequel un quarré ſe termine.

Que deux nombres ſoient pris, non entre 0 & 10, mais entre 10 & 20, entre 20 & 30, &c. avec la même condi-

tion d'être également éloignés des extrêmes, M. de Beaufort démontre que ce sera encore la même chose. Ainsi les quarrés de 11 & de 19, de 12 & de 18, &c. ceux de 21 & de 29, &c. se termineront par le même chiffre. Il seroit inutile de répéter que le quarré représente toutes les puissances paires, puisque toute puissance paire est un quarré.

Quant aux puissances impaires, la regle générale trouvée & démontrée par M. de Beaufort, est que deux nombres étant pris également éloignés des extrêmes 0 & 10, & élevés à une puissance impaire quelconque, ils se terminent par deux chiffres qui pris ensemble font 10, de sorte que si l'on a l'un, on a l'autre. Ainsi le cube de 2 étant 8, & terminé par 8, le cube de 8 se terminera par 2, parce que 8 & 2 font 10, & en effet ce cube de 8 est 512. 27, cube de 3, & 343, cube de 7, se terminent par 7 & 3, qui font 10. Il en va de même des cubes de deux nombres également éloignés de 10 & de 20, &c. & en général de deux nombres quelconques ainsi conditionnés, élevés à une puissance impaire.

Il n'y a point de chiffre par lequel quelque puissance impaire ne puisse se terminer.

Tout cela posé, il est assés facile de voir par quels chiffres se termineront des nombres quelconques élevés à des puissances quelconques. Il suffit de considérer par quel chiffre sera terminé ce nombre à élever, car 11, 12, 13, &c. 21, 22, 23, &c. sont de la même condition à cet égard que leurs chiffres terminants, 1, 2, 3, &c. Les puissances quelconques de 11, 12, 13, &c. de 21, 22, 23, &c. se termineront par les mêmes chiffres que celles de 1, 2, 3, &c. Il suffit donc de considérer quels chiffres termineront les puissances quelconques de 0, 1, 2, 3, &c. 10. Et même il est inutile de songer à celles de 0, & de 5, qui ne peuvent se terminer que par 0 & par 5.

Si les nombres sont élevés au quarré, tous ceux qui sont terminés par 1, & tous ceux qui le sont par 9 son correspondant, ne peuvent après l'élévation se terminer que par 1,

car le nombre ſimple 1 étant quarré eſt 1, ou ſe termine par 1, & il régle en même temps ſon correſpondant 9.

Pour la même puiſſance, tous les nombres terminés par 2, ou par 8, ne peuvent ſe terminer que par 4, étant quarrés, puiſque le quarré de 2 eſt 4, ou ſe termine par 4. De même tous les nombres terminés par 3, ou par 7, auront un quarré terminé par 9. Enfin tous les nombres terminés par 4, ou par 6, auront un quarré terminé par 6, car le quarré de 4 eſt 16.

Il faut remarquer ici que quoique la 4me puiſſance ſoit auſſi un quarré, les nombres élevés à cette puiſſance ne ſe terminent pas par autant de chiffres différents que ceux qui ſont élevés au ſimple quarré. Ceux qui étoient terminés par 1 & par 9, ſe terminent après l'élevation par 1, ceux qui étoient terminés par 2, ou par 8, ſe terminent par 6, parce que la 4me puiſſance de 2 eſt 16, ceux qui étoient terminés par 3, ou par 7, ſe terminent par 1, parce que la 4me puiſſance de 3 eſt 81, enfin ceux qui étoient terminés par 4, ou par 6, ſe terminent par 6, parce que la 4me puiſſance de 4 eſt 256. Ainſi des quatre chiffres, 1, 4, 6, 9, car nous ne comptons point 0 & 5, par leſquels ſe peuvent terminer les nombres élevés aux puiſſances paires, la puiſſance 4me & par conſéquent toute puiſſance dont l'expoſant eſt diviſible par 4, en retranche deux, qui ſont 4 & 9.

Pour les puiſſances impaires, tous les nombres terminés par 1, ne peuvent, étant cubés, ſe terminer que par 1, & leurs correſpondants terminés par 9, ne peuvent, étant cubés, ſe terminer que par 9, car ſelon la Théorie de M. de Beaufort, le nombre ſimple 1 cubé, étant 1, & terminé par 1, dont le complément à 10 eſt 9, le nombre ſimple 9 ſon correſpondant étant cubé, doit être tel que le complément de ſon dernier chiffre à 10 ſoit 1, & par conſéquent ce dernier chiffre ſera 9. De même les nombres terminés par 2; étant cubés, ſeront terminés par 8, & leurs correſpondants terminés par 8, le ſeront alors par 2. Les nombres terminés par 3, étant cubés, ſeront terminés par 7, & leurs correſ-

pondants

pondants terminés par 7, le feront par 3. Enfin les nombres terminés par 4, étant cubés, feront terminés par 4, & leurs correſpondants terminés par 6, le feront encore par 6.

On raiſonnera de même ſur les autres puiſſances impaires, & il ſera même aiſé de faire une Table des derniers chiffres de toutes les puiſſances, au moyen de laquelle tout ſe préſentera au premier coup d'œil, & pourra même faire encore naître de nouvelles réfléxions.

On s'apperçoit ſans doute que ces chiffres déterminés, qui finiſſent les puiſſances des Nombres, ſont une propriété attachée à ce que la progreſſion qu'on a choiſie arbitrairement pour le retour périodique des chiffres, eſt la progreſſion décuple. Dans une autre progreſſion qui ſeroit de neuf en neuf, au lieu que celle-ci eſt de dix en dix, ce ſeroient d'autres chiffres qui auroient la propriété. Les démonſtrations fondamentales dont M. de Beaufort a eu beſoin pour ſa Théorie, ont été générales, & pour une progreſſion quelconque. On pourroit par curioſité en tirer les propriétés de telle autre progreſſion qu'on voudroit, mais ce ſeroit une curioſité aſſés inutile, & il vaut mieux que les travaux de l'Eſprit ayent quelque objet plus réel. La propriété dont il s'agit, priſe dans la progreſſion décuple, peut avoir ſon uſage pour faire reconnoître ſi des nombres, ſur-tout de grands nombres, ſont certaines puiſſances, au lieu que la même propriété dans toute autre progreſſion ne s'appliqueroit à rien, du moins tant que la pratique ancienne, & ſi bien établie, ſubſiſtera.

Tandis qu'on en étoit à l'Académie ſur les propriétés des puiſſances des Nombres, M. Pitot en propoſa une qui pouvoit avoir aſſés d'uſage, & des conſéquences curieuſes.

Toute puiſſance de tout nombre eſt exactement diviſible par 4, ou le devient par l'addition ou le retranchement de 1. Cette alternative demande que l'on entre dans la diſtinction des nombres & des puiſſances.

Toutes les puiſſances des nombres pairs ſont diviſibles par 4. Car tout nombre pair eſt 2 multiplié par quelqu'un des nombres naturels 1, 2, 3, &c. Or ce produit étant quarré,

4 en est nécessairement un facteur, s'il est cubé, c'est 8 qui est ce facteur, & 8 est deux fois 4, s'il est élevé à la 4me puissance, c'est 16, à la 5me 32, &c.

Toutes les puissances paires des nombres impairs, diminuées de 1, sont divisibles par 4. Car tout impair est un certain pair plus 1, & si on quarre 3 ou 2 plus 1, ou 4 plus 1, &c. on a 4 plus 4 plus 1, ou 16 plus 8 plus 1, &c. & l'on voit que dans ces grandeurs tout est divisible par 4, pourvû qu'on retranche 1.

Pour les puissances impaires des impairs, il y a un cas où il faut encore retrancher 1, & un autre où il faut l'ajoûter.

Les impairs, où il ne faut pas compter 1 qui n'a point de puissances, sont 3, 5, 7, 9, 11, 13, &c. En ne prenant qu'alternativement tous les termes de cette Suite infinie, on en fait deux, dont la 1re est 3, 7, 11, &c. & la 2de, 5, 9, 13, &c. Les puissances impaires de tous les termes de la 1re, augmentées de 1, & de tous les termes de la 2de, diminuées de 1, sont divisibles par 4. Ainsi 27 cube de 3, 243, 5me puissance de 3, &c. 343 cube de 7, 16807, 5me puissance de 7, étant augmentés de 1, sont divisibles par 4. Au contraire il faut retrancher 1 de 125 cube de 5, de 3125, 5me puissance de 5, &c. de 729 cube de 9, de 59049, 5me puissance de 9, &c.

Il suit de-là que l'addition de 1 n'est que pour les puissances impaires des impairs de la 1re Suite, & que le retranchement de 1 est pour les puissances tant paires qu'impaires des impairs de la 2de Suite, puisque nous avons vû qu'il est nécessaire pour les puissances paires de tout impair.

Ces deux Suites sont visiblement des progressions arithmétiques, & la différence de l'une & de l'autre est 4. M. Pitot démontre leur différente propriété, en observant simplement leur formation ou génération par cette différence 4.

Mais comme il a vû que ces deux Suites n'ont 4 pour diviseur exact des puissances paires ou impaires de tous leurs termes, moyennant l'addition ou le retranchement de 1, que parce que ce sont des progressions arithmétiques formées sur

la différence 4, il a jugé avec raison que d'autres progressions pareilles formées sur toute autre différence, par exemple, sur 5, sur 6, &c. auroient la même propriété, c'est-à-dire, que les puissances de tous leurs termes, augmentées ou diminuées de 1, seroient divisibles par 5, par 6, &c. En effet en prenant 5 pour différence, on a pour 1re Suite selon la formation de M. Pitot, que l'on retrouvera aisément, 4, 9, 14, 19, &c. & pour 2de Suite 6, 11, 16, 21, &c. les puissances impaires de la 1re Suite augmentées de 1, & les puissances tant paires qu'impaires de la 2de, diminuées de 1, sont divisibles par 5. Ainsi un nombre quelconque étant donné, que l'on voudra qui soit diviseur des puissances quelconques de tous les termes de deux Suites infinies, moyennant l'addition ou le retranchement de 1, on formera aisément ces deux Suites, & c'est-là un Problême nouveau sur les Nombres, qui peut-être aura lieu dans quelques hautes spéculations.

Du moins en attendant cet usage, on a ici de nouveaux moyens de reconnoître si des Nombres proposés sont des puissances parfaites, ou, ce qui est le même, ont des racines rationnelles, & quelles pourront être ces racines; car on voit d'un coup d'œil si un nombre est divisible par 4, ou s'il le deviendra par l'addition ou le retranchement de 1.

Si un nombre n'est pas divisible par 4, il n'est aucune puissance paire d'un nombre pair, & si diminué de 1 il n'est point encore divisible par 4, il n'est aucune puissance paire d'aucun nombre impair, & par consequent il n'a aucune racine paire rationnelle.

Si par l'addition de 1 il ne devient point divisible par 4, il n'est aucune puissance impaire d'aucun des termes de la Suite 3, 7, 11, &c.

Si par le retranchement de 1, il ne devient pas divisible par 4, il n'est aucune puissance impaire d'aucun des termes de la Suite 5, 9, 13, &c.

GEOMETRIE.

SUR LE ROULEMENT DES POLYGONES RE'GULIERS.

V. les M. p. 204.

TOUT le monde sçait que la Cycloïde est formée par le roulement d'un Cercle sur une ligne droite, c'est-à-dire, par l'application successive de tous ses points à tous ceux de cette ligne. Les Géometres ont démontré que l'espace contenu entre la Cycloïde & la droite ou base sur laquelle le Cercle a roulé, étoit triple de celui du Cercle.

Si l'on imagine la Suite des Polygones réguliers commençant par le Triangle équilatéral, par le Quarré, le Pentagone, & continuée à l'infini par des Polygones, dont les côtés toûjours égaux dans chacun, croîtront en nombre, & décroîtront de grandeur, le dernier terme de cette Suite infinie sera un Cercle, & de-là il suit que si ces Polygones rectilignes rouloient sur une base droite, comme le Cercle y roule pour la génération de la Cycloïde, on trouveroit dans les espaces formés par le roulement de ces Polygones, un rapport aux espaces des Polygones générateurs, qui seroit ou le même que celui de la Cycloïde au Cercle, c'est-à-dire, un rapport triple, ou du moins ce rapport modifié de façon qu'il deviendroit triple dans l'infini. M. de Maupertuis, qui a eu cette pensée, où l'analogie le conduisoit, en a éprouvé la vérité.

Un Triangle équilatéral étant appliqué par un de ses côtés sur une base droite, si ensuite on le meut, ensorte qu'une des extrémités de ce côté qui étoit appliqué se releve, & décrive un arc de cercle sur l'autre extrémité immobile, jusqu'à ce que le côté suivant s'applique sur la base, & que ce

2d côté fasse le même mouvement, jusqu'à l'application du 3me sur la base, après quoi le roulement du Triangle sera fini, on verra clairement que l'angle ou sommet du triangle, qu'on aura pris pour point décrivant, aura décrit deux arcs de cercle de 120 degrés chacun sur deux centres différents & sur deux rayons égaux. Si du point où ces deux arcs se rencontrent, on leur tire deux cordes jusqu'à la base où ils se terminent, l'espace compris entre ces deux cordes & la base sera triple du Triangle équilatéral; c'est une chose qui sautera aux yeux. Il faut bien remarquer que cet espace triple du Triangle générateur, n'est pas celui qui est enfermé par les deux arcs circulaires que le Triangle a réellement décrits, mais seulement celui qui l'est par leurs cordes, qu'il n'a pas décrites.

Ce sera la même chose pour un Quarré roulant de la même maniére. Un de ses angles pris pour point décrivant, décrira trois arcs circulaires sur trois différents centres, & il sera visible à l'œil même que l'espace renfermé par les cordes de ces trois arcs & par la base sera triple du Quarré.

Il n'en faudroit peut-être pas davantage pour prouver que le rapport triple de l'espace Cycloïdal à celui du Cercle générateur est une proprieté commune à tous les Polygones réguliers roulants sur une base droite, car si elle appartient aux deux premiers Polygones, & au dernier de la Suite infinie, il est très vrai-semblable qu'elle est par-tout. Il est vrai qu'elle pourroit d'abord paroître un peu différente dans ces premiers Polygones rectilignes & dans le Cercle. A l'égard des Polygones il faut prendre l'espace renfermé par les cordes des arcs circulaires décrits, & à l'égard du Cercle il faut prendre l'espace renfermé par les arcs mêmes que le point décrivant du Cercle aura décrits. Mais il est aisé de voir que cette différence n'est qu'apparente. Le Triangle décrit deux arcs circulaires, le Quarré trois, le Pentagone en décrira quatre, &c. & en général le Polygone régulier décrira toûjours autant d'arcs moins un qu'il aura de côtés. Plus il décrira d'arcs, moins l'espace renfermé par les arcs,

& celui qui le sera par leurs cordes, seront différents, & enfin la différence s'évanoüira entiérement, quand le nombre des arcs décrits sera Infini, comme il l'est quand le Polygone roulant est un Cercle. Alors les arcs & les cordes se confondent.

Mais M. de Maupertuis n'a pas crû qu'il fût suffisant que la propriété connuë de l'espace circulaire à l'égard du Cycloïdal se trouvât aussi dans les deux premiers Polygones réguliers, & il est bien certain que cette analogie n'est pas du même prix, qu'une démonstration générale & géométrique, telle qu'on la donne ici. M. de Maupertuis y fait un usage heureux d'une belle propriété des Cordes des Polygones donnée par feu M. le Marquis de l'Hôpital.

Si l'on fait rouler un Cercle, non plus sur une base droite, mais sur un Cercle, l'espace de l'Epicycloïde qui en naîtra, sera quintuple du Cercle générateur, comme le sçavent les Géométres, & M. de Maupertuis fait voir par sa Théorie générale, qu'il en ira de même de tous les Polygones rectilignes, & d'un nombre de côtés finis qui auront roulé sur des Polygones égaux & semblables. On entend assés qu'à l'égard de ces Polygones finis, il faudra prendre l'espace déterminé par les cordes des arcs décrits.

Puisqu'il se trouve une si constante analogie entre les espaces du Cercle & de la Cycloïde, & ceux de tous les Polygones réguliers roulants, comparés aux espaces décrits par leur roulement, il y a toute apparence que le contour ou la circonférence de la Cycloïde étant quadruple du diametre de son Cercle générateur, le contour de la figure formée par un Polygone régulier fini, qui aura roulé sur une base droite, sera pareillement quadruple de la ligne qui aura fait la fonction de diametre dans ce roulement. C'est aussi ce que M. de Maupertuis démontre, mais il y a ici un peu plus de difficulté. Le contour de la figure formée par le roulement d'un Polygone rectiligne quelconque sur un Polygone égal & semblable, est octuple de la ligne qui a été le diametre de ce roulement, précisément comme la circonférence

de l'Epicycloïde, formée par le roulement d'un Cercle ſur un Cercle égal, eſt octuple du diametre du Cercle. Il eſt peut-être remarquable qu'on ait apperçû ces propriétés dans le Polygone infini, avant que de les appercevoir dans les finis, mais il n'eſt pas extrêmement rare que l'infini nous mene à des connoiſſances du fini, que l'on n'auroit pas eûës autrement, & en général toutes les vérités ont preſque toûjours plus de branches qu'on ne penſe.

SUR LES POLYGONES REGULIERS CIRCONSCRITS ET INSCRITS.

SI on circonſcrit & ſi on inſcrit à un même Cercle deux Polygones réguliers de même nom, & par conſéquent ſemblables, deux Triangles équilateraux, deux Quarrés, deux Pentagones, &c. il y aura une différence très ſenſible entre les deux eſpaces rectilignes compris, l'un par le Polygone circonſcrit, & l'autre par l'inſcrit. Que ſur un des côtés du circonſcrit pris pour diametre, on décrive un Cercle auquel on inſcrira un Polygone ſemblable, ou que d'un des côtés du Polygone inſcrit pris de même pour diametre, on décrive un Cercle auquel on circonſcrira le 3me Polygone ſemblable, qui ſera le même de laquelle des deux façons qu'on ait operé, & inſcrit ou circonſcrit au même Cercle, l'eſpace compris par ce 3me Polygone ſera égal à la différence des eſpaces compris par les deux 1ers. C'eſt une Propoſition nouvelle dûë à M. du Fay, & dont la démonſtration ſe fait preſque à l'œil. Il eſt bon, pour plus de facilité, que les deux 1ers Polygones ſoient diſpoſés de ſorte que le point du milieu des côtés de l'inſcrit réponde préciſément au ſommet des angles du circonſcrit. V. les M. p. 297.

Le Cercle auquel on circonſcrit & l'on inſcrit deux Polygones réguliers ſemblables, eſt lui-même certainement un Polygone régulier, mais infini; ainſi puiſqu'il eſt indifférent

quels Polygones ſemblables on circonſcrive & inſcrive, on peut circonſcrire & inſcrire deux Cercles qui ſont ſemblables, & le Polygone du milieu, c'eſt-à-dire, celui par rapport auquel on fait la circonſcription, & l'inſcription ſera néceſſairement un Polygone rectiligne ou fini, & alors la propriété trouvée par M. du Fay doit ſubſiſter, c'eſt-à-dire, que la différence des aires des deux Cercles, l'un circonſcrit, l'autre inſcrit, cette eſpece d'Anneau qu'ils laiſſeront entr'eux, doit être égale à quelque autre Cercle, qui ſera le 3me Polygone ſemblable aux deux premiers. Mais où prendre le diametre de ce Cercle? il faudroit, ſelon ce que nous avons établi pour les Polygones rectilignes, que ce fût un côté du Polygone ſoit circonſcrit, ſoit inſcrit ; mais ici les deux Polygones, le circonſcrit & l'inſcrit, qui ſont deux Cercles, n'ont aucun côté fini & déterminable. Alors il faut prendre pour diametre du 3me Cercle que l'on cherche, le côté du Polygone du milieu, qui ſera toûjours rectiligne. On le verra très-clairement ſi le Polygone du milieu eſt un Quarré. L'aire du Cercle circonſcrit ſera double de celle de l'inſcrit, & par conſéquent la différence de leurs aires égale au Cercle inſcrit; d'un autre côté le 3me Cercle, qui aura pour diametre le côté du Quarré, ſera viſiblement le même que cet inſcrit. Mais ceci n'eſt qu'un exemple, & M. du Fay démontre la propoſition en général.

Si au lieu de deux Cercles on circonſcrit & inſcrit à ce Quarré deux autres Polygones ſemblables, comme deux Octogones, un Cercle qui aura encore pour diametre le côté du Quarré, ſera tel que ſi l'on y inſcrit un 3me Octogone, ſon aire ſera égale à la différence des aires des deux premiers. Ce n'eſt encore là qu'un exemple qu'il faut conçevoir élevé à une entiére généralité.

M. du Fay a trouvé moyen, du moins dans les Polygones pairs, de n'être pas obligé à décrire ſur un côté de Polygone le Cercle où ſera inſcrit le Polygone ſemblable aux deux premiers, & égal à la différence de leurs aires. Il décrit d'une maniére très-ſimple ce 3me Polygone, qui ſe trouve concentrique aux deux premiers, ce qui fait une eſpece d'agrément.

Nous

Nous ne suivrons pas cette matiére jusqu'où M. du Fay l'a poussée. La Géométrie, sur-tout la Géométrie pure, passé un certain point, veut être traitée tout-à-fait géométriquement.

SUR UN NOUVEAU DÉVELOPPEMENT DES COURBES.

V. les M. p. 340.

LES Géométres cherchent de toutes parts des nouveautés dignes de leur attention, & de l'état où cette sublime Science est aujourd'hui. M. Huguens avoit trouvé la belle Théorie des Développées, en concevant les Courbes couvertes par leur convéxité d'un fil ou égal à leur contour, ou plus long, que l'on en détachoit, de façon qu'il fût toûjours Tangent de la Courbe à chaque instant où il l'abandonnoit *. La portion de ce fil devenuë ligne droite, étoit à chaque instant le Rayon d'un arc circulaire infiniment petit décrit par son extrémité mobile, & la suite de tous ces arcs differemment posés les uns par rapport aux autres, formoit une nouvelle Courbe, qu'on peut appeller *Développante* par opposition à celle qui a été *Développée* du fil. Tous les Rayons qui partent de la Développée sont donc perpendiculaires à la Développante, & si réciproquement on prend une Courbe quelconque pour Développante, comme on le peut, ou, ce qui est le même, pour formée par le développement d'une autre, & qu'on imagine des perpendiculaires tirées sur tous ses points du côté de sa convexité, ils se rencontreront deux à deux du côté de la concavité en des points qui appartiendront tous à la Développée, & en formeront le contour.

* V. l'Hist. de 1701. p. 80. 2de Édit. & celle de 1706. p. 90.

Nous avons vû en 1709 *, que M. de Reaumur avoit étendu cette idée, en faisant tomber sur tous les points de la convexité d'une Courbe quelconque prise pour Développante, des droites qui y fissent toutes non un angle droit, comme dans la Théorie de M. Huguens, mais tout autre angle quelconque. Du concours de ces lignes au dedans de

* p. 64. & suiv.

la Développante, naiſſoient de nouvelles ſortes de Développées, que nous avons nommées *imparfaites*.

Dans l'une & l'autre Théorie, les Rayons de la Développée en ſont toûjours les Tangentes; maintenant M. de Maupertuis ſort abſolument de cette idée. Il développe une Courbe de façon que le fil qui l'abandonne lui ſoit toûjours perpendiculaire, au lieu de la toucher. La condition que le Rayon ſoit Tangente, fait qu'on ne peut développer une Courbe que du côté de ſa convexité; car les Tangentes ne ſont que de ce côté-là, mais on tire auſſi-bien une perpendiculaire à la Courbe du côté de la concavité que de celui de la convexité, & par conſéquent le développement de M. de Maupertuis ſe fait des deux côtés également, & on peut concevoir deux fils couchés ſur la Courbe, ou plûtôt une ſeule perpendiculaire qui la coupe à chaque point, & qui par ſes deux extrémités décrit & au dehors & au dedans de la Développée une Développante. La longueur de cette perpendiculaire, ou Rayon, eſt, comme dans le Développement de M. Hugens, égale à l'arc de la courbe développée juſque-là, à moins que la longueur du fil, ainſi qu'il arrive, & doit arriver ſouvent, n'ait excédé la Courbe, & en ce cas il faut que ce ſoit d'une quantité connuë. La Courbe ayant été enveloppée ou couverte de deux fils égaux, la longueur de la perpendiculaire ou Rayon entre la Développée, & l'une ou l'autre Développante, eſt viſiblement égale.

Toute Courbe a une Développée à la maniére de M. Huguens, & par conſéquent elle a à chacun de ſes points un Rayon de la Développée, qui lui eſt perpendiculaire, & dont les Géométres connoiſſent l'expreſſion générale. Donc la Courbe, qui ſe développe à la maniére de M. de Maupertuis, ſe développant par un fil toûjours perpendiculaire, ce fil eſt dans la même poſition que le Rayon de la Développée de M. Huguens, & il doit faire partie de ce Rayon, ou ce Rayon faire partie de lui. Comme la longueur de tout Rayon de la Développée eſt connuë, ſi l'on tire ce Rayon à un poin quelconque de la Courbe qu'on développe ſelon le nouveau

développement, il ira du côté de sa concavité rencontrer la Développante, qui est de ce côté-là, & prolongé du côté de la convéxité, il rencontrera l'autre Développante à la même distance, ainsi qu'il vient d'être dit.

Il se forme donc deux espaces *mixtilignes* compris entre 1° l'Axe commun aux trois Courbes, la Développée & les deux Développantes, 2° le Rayon ordinaire de la Développée, 3° la Courbe qu'on développe perpendiculairement, 4° l'une ou l'autre Développante. De ces deux espaces, l'un est donc vers la convéxité de la Développée, l'autre vers la concavité.

Des quatre lignes qui les enferment, ils en ont toûjours trois communes ou égales, & ils ne différent que par la 4me seule, qui est l'une ou l'autre Développante. Or la Développante qui est du côté de la convéxité de la Développée est plus grande que l'autre ; car que l'on conçoive outre le Rayon ordinaire de la Développée, qui est une des lignes entre lesquelles l'espace est compris, un autre Rayon infiniment proche, ces deux Rayons ne peuvent concourir que du côté de la concavité de la Développée, & ils se serrent toûjours en approchant de ce point où ils concourent. Or c'est par leurs parties prises à distances égales de part & d'autre de la Développée, qu'ils décrivent les deux Développantes, ils décrivent donc par des parties plus serrées la Développante qui est du côté de la concavité de la Développée, & donnent moins d'étendüe aux côtés infiniment petits de cette Développante, ce qui la rend moindre dans son tout, & l'autre au contraire plus grande. Ce raisonnement n'est pas démonstratif, parce que dans un intervalle plus serré la position d'une ligne peut être telle qu'elle en deviendra si grande qu'on voudra, & il faudroit prouver encore que les petits côtés de la Développante, qui est vers la concavité, ne deviennent pas par ce principe plus grands que ceux de l'autre Développante, ni égaux, mais la preuve n'en seroit pas assés aisée; on peut se contenter du fait constant par le calcul, que la Développante vers la convéxité est la plus grande, & l'on

ſçaura de plus que ce que nous avons dit des deux Rayons infiniment proches eſt un des principes de cette propriété. De ce que cette Développante eſt la plus grande, il ſuit que l'eſpace auquel elle appartient, eſt auſſi le plus grand.

M. de Maupertuis ayant trouvé l'expreſſion algébrique de l'Element infiniment petit de ces deux eſpaces, voit aiſément ſi on en peut trouver l'*Integrale*, c'eſt-à-dire la grandeur finie qui ſera l'un ou l'autre eſpace, auquel cas on auroit la quadrature d'un ou de deux eſpaces terminés en partie par des Courbes, ce qui eſt toûjours précieux aux Géométres. Mais ni l'une ni l'autre expreſſion de l'Element de ces eſpaces ne peut être *intégrée* abſolument, non pas même en ſuppoſant que l'arc quelconque de la Courbe développée qui entre néceſſairement dans cette expreſſion, fût *rectifiable*, ou égal à une droite déterminée, comme il l'eſt quelquefois. Par conſéquent aucun des deux eſpaces n'eſt quarrable.

Mais ce qu'ils ne ſont pas, pris ſéparément, ils le ſont pris enſemble, pourvû que l'arc de la Courbe développée ſoit rectifiable. Chaque expreſſion des Elements des deux eſpaces avoit certaines grandeurs qui l'empêchoient de pouvoir être intégrée; quand on ajoûte les deux expreſſions l'une à l'autre, ces grandeurs qui de part & d'autre empêchoient l'intégration, ſe détruiſent, & diſparoiſſent. Ce ſont là des eſpeces d'accidents de Calcul, qui peuvent ſurprendre quand on les énonce en général, & ne le peuvent plus quand on les voit. M. de Maupertuis a recherché le vrai principe de celui-ci; car ſi on veut de la lumiére, il ne faut pas ſe contenter de prendre ce que le Calcul donne, il faut ſçavoir pourquoi il le donne.

Que la Courbe qu'on développe perpendiculairement, ſoit Géométrique, ou Méchanique, tout ce que nous avons dit eſt indépendant de cette différence de nature, quoique ſi eſſentielle.

Comme on ſçait dans la Theorie de M. Huguens, quelle Courbe développante ſera produite par le développement d'une autre quelconque, M. de Maupertuis a voulu détermi-

ner aussi par une Formule generale, quelles seroient les deux Développantes produites par une Courbe quelconque développée à sa maniere. Il résulte de sa Formule, que quand la Développée est géometrique, si de plus elle est rectifiable, les Développantes sont géométriques, mais méchaniques si la Développée n'est pas rectifiable. Quand la Développée est méchanique & rectifiable, & à plus forte raison quand elle est méchanique non rectifiable, les Développantes sont méchaniques.

On ne peut remarquer sans une espece d'admiration que la propriété trouvée à la Spirale logarithmique par feu M. Jacques Bernoulli, se retrouve encore ici. Nous avons dit en 1705* que cette Courbe tournée de tous les sens dont M. Bernoulli avoit pû s'aviser pour lui en faire produire d'autres, ou pour faire qu'elle fût produite par d'autres, étoit toûjours produite par des Spirales logarithmiques, ou en produisoit. Développée à la maniére nouvelle & singuliére de M. de Maupertuis, ses deux Développantes sont encore des Spirales logarithmiques, tant elle s'opiniâtre, pour ainsi dire, à n'être jamais qu'elle-même, tant elle est d'une nature indomptable.

* p. 145. & suiv.

SUR UNE NOUVELLE GONIOMETRIE.

IL faut se rappeller ici ce qui a été dit en 1725* sur la Goniométrie de M. de Lagny. Les 3 côtés d'un Triangle rectangle quelconque étant connus, il en considére le plus petit angle aigu, & s'il est plus grand que 15 degrés, il le réduit à être moindre, parce que c'est là un avantage dans sa Méthode, après cela il trouve par une formule générale quel est l'Arc de Cercle qui mesure cet angle réduit, & de-là s'ensuit nécessairement la connoissance de ce petit angle aigu tel qu'il étoit avant sa réduction, & celle du grand angle aigu. Il ne s'agit plus ici que de la formule générale qui donne un Arc de cercle cherché, ou la mesure d'un angle.

V. les M. p. 120.
* p. 54. & suiv.

Cette formule générale est une Suite infinie décroissante, qui exprime la valeur d'un Arc circulaire quelconque, moindre que 90, par son Rayon, & par sa Tangente uniquement. Sa somme est égale à l'Arc, qui par conséquent seroit égal à une ligne droite ou rectifiée, si on pouvoit déterminer cette somme, mais on ne le peut, & la Suite, à mesure qu'on en prend plus de termes, ne fait qu'approcher toûjours davantage de la valeur de l'Arc, sans y pouvoir arriver.

Comme en cherchant la valeur d'un Arc ou Angle qu'on ne peut avoir dans une entiére précision, il suffit, selon les différents objets, qu'on se propose d'avoir cette valeur jusqu'à un certain point, car en Astronomie, par exemple, on n'a guére besoin de passer les Secondes, il sera donc avantageux de sçavoir à quel terme de la Suite de M. de Lagny il faut s'arrêter, afin que la somme de tous les précédents donne l'Arc, tel qu'on se contente de l'avoir. Pour cela, M. de Lagny fait deux choses, qu'il est à propos d'expliquer.

1°. Toute cette Suite qui a essentiellement une infinité de termes, il la réduit à être représentée par un seul, parce qu'il laisse dans cette expression nouvelle une grandeur indéterminée, qui est le *quantiéme* de chaque terme dans la Suite. Ainsi en donnant une valeur à ce quantiéme indéterminé, on a tout d'un coup le 1er terme de la Suite, le 2^{d}, le 3me, &c. le dernier ou infinitiéme.

Et sur cet infinitiéme, il ne sera pas inutile de remarquer que c'est un infiniment petit d'un ordre prodigieusement bas, ce qui prouve encore mieux que nous n'avions fait en 1725, que cette suite a l'avantage d'être extrêmement convergente; car ayant commencé par des termes finis, elle ne peut aboutir à un infiniment petit si bas, sans avoir passé par une infinité d'infiniment petits de différents ordres moins bas, qui n'augmenteront point sa somme finie.

2.° Le point où l'on veut s'en tenir sur la valeur de l'Arc étant fixé, par exemple, si l'on veut ne pas passer les Secondes, ou les Tierces, ou les Quartes, &c. M. de Lagny donne une

expression générale & indéterminée de la grandeur qu'il faut ajoûter au terme de la suite où l'on s'arrêtera pour avoir par la somme de tous les précédents, l'Arc aussi précis qu'on le demande. Cette derniére expression contient le quantiéme indéterminé du terme nécessaire de la suite, de sorte que l'on a tout d'un coup le nombre des termes de la suite qu'il faudra sommer, & la grandeur qu'il y faudra ajoûter, pour être aussi près qu'on l'a voulu de la juste valeur de l'Arc. Il n'y a point à cela de bornes, comme aux Tables les plus étenduës, qui ne prennent même les Secondes que de 10 en 10. Ici le champ est ouvert pour toutes les parties de degré si petites qu'on voudra, & des Minutes millionniémes se trouveroient aussi bien que celles qu'on appelle Secondes. On ne peut jamais avoir besoin d'aller jusque-là, mais il semble qu'on soit bien aise de le pouvoir, du moins l'Art en est plus parfait, & plus digne de la vaste étenduë accordée à nôtre intelligence en fait de grandeurs & de rapports.

SELON l'usage établi dans cette Histoire, c'est ici le lieu de rendre compte au Public d'un Ouvrage de Géométrie, qui a paru cette année. Mais parce qu'il ne convenoit nullement à l'Historien d'en parler, comme il auroit pû faire de tout autre, on mettra ici les deux Extraits que M. l'Abbé Terrasson en avoit faits pour le Journal des Sçavans. Ainsi c'est toûjours un Membre de l'Académie qui parle ici. Ces deux Extraits sont imprimés dans les mois de Juillet & d'Octobre de 1728, tels à peu-près qu'on les va voir.

CEt Ouvrage de M. de Fontenelle, que l'Académie a bien voulu qualifier de *Suite de ses Mémoires*, est intitulé ; *Elémens de la Géométrie de l'Infini*. Mais par ce titre modeste, il faut plûtôt entendre les Elémens ou les premiers principes de la chose, que les Elémens de la doctrine, ou les premiéres leçons données à des Commençans. Le Livre ne peut être bien conçû, & à plus forte raison bien goûté, que par ceux

qui ont éprouvé eux-mêmes en combien de maniéres on est conduit à l'Infini par les recherches de la Géométrie, & par la résolution des Problêmes qu'elle présente. Il s'agit peu dans cet Ouvrage de prouver l'éxistence de l'Infini à un homme neuf dans les Mathématiques. Mais l'Auteur s'applique beaucoup à découvrir d'où peuvent venir, sous la plume des Géométres, les Infinis affectez d'autant de valeurs différentes, & ayant entre eux les mêmes rapports que les Finis. Bien loin que les anciens Géométres se soient portez d'eux-mêmes à admettre l'Infini, ils ont résisté long-temps à celui que leur offroient à chaque pas les nombres & les lignes incommensurables. M. de Fontenelle dans sa Préface fait une histoire abrégée de l'aveu & de l'emploi toûjours plus déclaré que les Anciens mêmes ont fait de l'Infini. Nous appellons aveu de l'Infini la proposition, par exemple, dans laquelle ils ont dit que l'espace asymptotique de l'hyperbole, n'a point de mesure finie, ni dans sa longueur, ni dans sa valeur. C'est par une vûë forcée de l'esprit donné à tous les hommes, & seulement plus attentif & plus exercé dans les Géométres, qu'ils ont reconnu que le Fini & l'Infini naissoient aussi nécessairement l'un que l'autre des hypotheses géométriques les plus simples. Nous appellons emploi de l'Infini, l'usage qu'Archimede a fait du Cercle considéré comme Polygone infini, pour démontrer que son aire est égale à la circonférence multipliée par la moitié du rayon, ou la route qu'il a prise pour arriver à la quadrature de la Parabole.

C'est à cet emploi de l'Infini, non plus hazardé ou déguisé comme autrefois, mais pris pour base, réduit en régles, transformé en calcul, que la Géométrie moderne doit ses progrès immenses, sa sublimité merveilleuse, & son extrême facilité. Mais ce n'est pas tout d'un coup que la méthode géométrique des Modernes mêmes est montée à cette perfection. A la renaissance des Lettres on étudia les anciens Géométres, & l'on s'en tint long-temps à entendre leurs démonstrations; & à croire qu'il étoit impossible d'aller plus loin qu'eux. Bonaventure Cavalerius, Religieux Italien de l'Ordre des

Jésuates, est le premier qui dans sa Géométrie des Indivisibles, imprimée à Bologne en 1635, ait fondé volontairement & par choix tout un systême géométrique sur les idées de l'Infini. Dans cet Ouvrage, Cavalerius considére les plans comme formez par des sommes infinies de lignes qu'il appelle quantitez indivisibles, & les solides par des sommes infinies de plans, qui comme plans sont indivisibles. Il est vrai qu'il couvre lui-même l'idée de l'Infini du terme adouci d'Indéfini. Il est vrai aussi que le commun des Géométres s'opposa à son systême malgré cet adoucissement; mais de grands Géométres l'adoptérent dans toute son étenduë. M. de Fontenelle suit l'avancement de la science de l'Infini, & l'accroissement de sa réputation depuis cette époque, & à mesure qu'il a passé par les mains des Descartes, des Wallis, des Fermats, des Pascals & des Barrous. Mais l'Infini n'étoit encore qu'en idée abstraite dans l'esprit de ces grands hommes, & ils étoient réduits à ne l'employer que de tête, à peu près comme un homme qui assembleroit des nombres sans chiffres, ou comme les Anciens découvroient les propriétez de leurs courbes sans calcul. Enfin M. Newton trouva le premier, & M. Leibnits publia le premier l'Algorithme, ou les expressions de l'Infini dans toutes ses variétez, nouveau calcul soumis aux loix ordinaires de l'Algébre.

Tout étoit donc achevé en quelque sorte pour l'usage; entendant même ici par l'usage, la résolution des Problêmes de la plus haute Géométrie. Mais les Inventeurs du Calcul, & ceux qui l'ont employé avec le plus de succès & de gloire, comme M.rs Bernoulli, plusieurs autres Etrangers, & parmi nous, M. le Marquis de l'Hôpital & M. Varignon ont donné peu de Theorie. Aucun d'eux du moins n'a présenté au public une Theorie generale de l'Infini. C'est ce vaste objet que M. de Fontenelle nous propose. Il est bon même de dire ici que l'infiniment grand ayant toûjours été d'un moindre usage dans la Géométrie que l'infiniment petit son opposé, les Géométres ont laissé à nôtre Auteur cette premiére partie toute neuve, non seulement en elle-même, mais dans la

comparaiſon qu'il en fait avec les infiniments petits.

L'ouvrage entier eſt diviſé en deux parties. La premiére a pour titre : *Syſtême general de l'Infini ;* & la ſeconde : *Différentes Applications ou Remarques.* La premiére partie eſt elle-même diviſée en douze Sections. Mais nous en ferons de nôtre chef une autre diviſion, fondée auſſi ſur la nature des matiéres, & qui rendra les deux parties de cet Extrait plus égales. Dans les ſept premiéres Sections, qui feront l'objet de nôtre premiére Partie, M. de Fontenelle examine l'Infini dans les Suites ou dans les Progreſſions des Nombres. Et dans les cinq derniéres, que nous joindrons à la ſeconde Partie de l'Auteur, & qui rempliront enſemble la ſeconde Partie de cet Extrait, il examine l'Infini dans les lignes droites ou courbes.

I.

De l'Infini dans les Suites, ou dans les Progreſſions des Nombres.

La premiére Section traite de la Grandeur & de ſes Rapports, des Proportions & des Progreſſions. Quoique ce ſujet, ſur-tout à s'en tenir au Fini, paroiſſe d'abord ne rien promettre que de connu, on ſent déja que l'Auteur veut élever ſur ces fondements un édifice plus haut que les édifices ordinaires. On y trouve des diſtinctions d'idées qui n'avoient pas encore été faites, & qui annoncent non ſeulement la grandeur, mais la juſteſſe du ſyſtême. On fait partir ordinairement de zero la ſuite naturelle des nombres, & l'on dit 0, 1, 2, 3, 4, &c. On peut auſſi partir de 1. Ainſi zero & 1 peuvent être termes. Mais zero ne pouvant jamais être conſidéré que comme terme, 1 doit être encore plûtôt conſidéré comme élément, puiſque les nombres à l'infini ne ſont formez que de l'unité répétée. La diſtance de zero à un nombre, eſt le modéle de tous les rapports arithmétiques, & le rapport de 1 à un autre nombre, eſt le modéle de tous les rapports géométriques. L'Auteur fait voir comment tous les rapports ſont repréſentez par deux lettres ſeules, jointes à une troiſiéme

par addition dans les proportions arithmétiques, & par multiplication dans les proportions géométriques. Il établit en cela l'essence des unes & des autres, & il en tire la propriété, qui résulte de la comparaison des Extrêmes & des Moyens : propriété que l'on a prise communément jusqu'ici pour l'essence même.

L'Auteur venant aux Progressions, présente en expressions générales & en exemples particuliers le paralléle des deux suites, l'Arithmétique & la Géométrique, enfermées l'une & l'autre entre les mêmes extrêmes pris à volonté. Il explique à fond leurs ressemblances & leurs différences ; préparatif nécessaire pour suivre leur cours, & pour avoir leurs sommes, quand les deux extrêmes seront infiniment distans l'un de l'autre. Ainsi le but de cette premiére Section est encore plus important que les choses qu'elle renferme. On la doit considérer comme contenant les loix que l'Auteur s'impose à lui-même, ou auxquelles il prétend assujettir l'Infini qu'il va traiter ; & c'est ainsi qu'il écarte de l'esprit de son Lecteur toute idée de spéculation vague, & qu'il donne à son sujet le caractere d'une Science.

Il entre donc dès la seconde Section dans l'examen de la Grandeur infiniment grande. L'essence de la grandeur est d'être susceptible de plus ou de moins, & cette propriété ne l'abandonnant jamais, elle en est susceptible jusqu'à l'infini. L'esprit peut avoir quelque peine à s'accoûtumer à l'infinité des Nombres, mais il lui est absolument impossible de leur concevoir des bornes ; & cette impossibilité suffit seule pour fonder la vérité des raisonnemens sur l'Infini. Nous disons ici de-nous-mêmes, qu'il est fort indifférent que l'idée de l'Infini soit positive ou négative, comprehensive ou intellectuelle, mathématique ou métaphysique : mais que dans cette indifférence les Géométres ont choisi de traiter l'Infini suivant une idée positive, compréhensive & mathématique. Sur ce pied-là M. de Fontenelle dit très-bien, que les nombres infinis existent de la même existence que les nombres finis. Les uns & les autres ont les mêmes propriétez en tant

que nombres, & l'on fait sur tous les mêmes opérations de l'Arithmétique. Mais voici la propriété particuliére qu'ils ont comme infinis. Le nombre fini poussé jusqu'à l'infini, devient incapable d'augmentations finies; & la seule expérience des Calculs a appris à tous les Géométres, que l'Infini, plus 1, plus 2, plus 3, &c. n'est que l'Infini. Mais l'Infini reçoit des augmentations de son ordre, ou croît par des Infinis; & les calculs se trouvent justes, en admettant 2 infinis, 3 infinis, 4 infinis, &c. En avançant toûjours, on arrive à l'Infini de l'Infini; ou à l'Infini du second ordre. Celui-ci n'est plus augmenté par les Infinis du premier, & ne reçoit d'augmentations, comme le premier, que par les Infinis de son ordre, & ainsi de suite jusqu'à l'ordre infinitiéme. La raison de cet effet se trouve dans la nature de la chose. La grandeur est susceptible d'augmentation jusqu'à l'Infini, mais elle ne peut être augmentée que par ce qui est grandeur. Or les nombres d'ordre inférieur ne sont pas grandeur par rapport à l'ordre supérieur. C'est pour cela que les Finis mêmes ne sont pas augmentez par les infiniment petits du premier ordre, ni ceux-ci par ceux du second, & ainsi des autres. La même Analogie se soûtient par tout, & est toûjours justifiée par l'application des calculs à des véritez mathématiques connuës d'ailleurs.

Comme l'Infini, multiplié par un nombre fini, par exemple 3, ne change point d'ordre, quoiqu'il devienne trois fois plus grand: ainsi l'Infini divisé par 3, demeure infini, quoiqu'il devienne trois fois plus petit, ou le tiers de l'Infini. Mais comme l'Infini multiplié par l'Infini change d'ordre en dessus, & devient infini du second, du troisiéme, du quatriéme ordre, selon la grandeur ou l'ordre du multiplicateur; ainsi l'Infini divisé par l'Infini change d'ordre en dessous, & devient fini ou infiniment petit du premier, du second, du troisiéme ordre, &c. selon la grandeur ou l'ordre du diviseur. Ces véritez sont connuës de tous les Calculateurs de l'Infini. Mais M. de Fontenelle pose ensuite des principes supérieurs au calcul même, & qui sont dans la Géométrie de l'Infini

ce que ſont les axiomes dans la Géométrie commune.

Une propriété qui a pris naiſſance dans le Fini, & qui s'y conſerve auſſi long-temps qu'on l'y peut ſuivre, reçoit dans l'Infini tout l'accompliſſement dont elle eſt capable. Dans le Fini, par exemple, plus un nombre eſt grand, plus il eſt petit par rapport à ſon quarré; donc dans l'Infini il ſera infiniment petit par rapport à ſon quarré; ou, ce qui eſt la même choſe, il ſera d'un ordre inférieur, & diſparoîtra devant lui. Par la raiſon des contraires, une propriété qui va décroiſſant dans le Fini, s'anéantit ſûrement dans l'Infini. Ainſi parce que dans la ſuite naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, &c. les rapports géométriques d'un nombre à l'autre décroiſſent toûjours, & que $\frac{4}{3}$, par exemple, eſt plus petit que $\frac{3}{2}$, & celui-ci plus petit que $\frac{2}{1}$, il eſt ſûr que la ſuite infinie des nombres ſe terminera par un rapport d'égalité, ou par deux Infinis égaux. On trouve ici quelques autres principes de cette eſpece : tout l'ouvrage même eſt ſemé de ces ſortes de vûës qui affermiſſent extrêmement l'eſprit du lecteur, & qui liant à merveille ce qu'il ſçait avec ce qu'il apprend, lui font peu à peu trouver en lui-même des choſes qu'il ne croyoit exiſter nulle part.

Le premier exemple que l'Auteur donne de l'uſage que peut avoir la Théorie de l'Infini, eſt la détermination de la ſomme entiére des nombres naturels. On ſent bien en général que cette ſomme eſt un Infini, mais on voit par l'application de la formule déja établie pour la ſomme finie quelconque des Finis de cette ſuite, que cette ſomme ſe revêtant des conditions de l'Infini, eſt préciſement la moitié de l'Infini du ſecond ordre.

L'Auteur paſſant aux progreſſions, ſoit arithmétiques, ſoit géométriques, formées entre 1 & l'Infini, conclut très-bien de ſes principes, que ſi le nombre de ces termes moyens introduits dans la progreſſion eſt fini, chaque terme dans l'arithmétique aura une différence infinie, & dans la géométrique un rapport infini au précédent. Cette conſidération à l'égard de la progreſſion géométrique, eſt le fondement de

la doctrine des ordres radicaux, ou des racines de l'Infini, dans toutes les variétés de leurs exposans. Quelques Géométres avoient déja senti le besoin de ces ordres radicaux dans les équations des courbes; lorsque l'une ou l'autre des deux inconnuës de différentes dimensions est portée jusqu'à l'Infini. La Théorie de ces ordres est ici expliquée à fond. Les racines d'un exposant fini, quoique du même ordre potentiel que l'Infini dont elles sont racines, sont infiniment moindres que lui, & disparoissent devant lui. Bien davantage, ces racines formant dans l'intervalle de 1 à l'infini une progression géométrique finie par le nombre de ses termes, & ne différant entr'elles que de quelques ordres radicaux, ou même d'un seul ordre radical, sont néantmoins infiniment plus grandes les unes que les autres, & disparoissent successivement les unes devant les autres. Il n'en est pas de même, quand le rapport géométrique de 1 à l'infini a été divisé en un nombre infini de parties ou de termes dans la progression. Aucun n'est infiniment grand par rapport à celui qui le précéde, & du côté de l'origine ils sont réellement finis. Cette derniére propriété convient aussi à la progression arithmétique infiniment divisée : & de-là naît une curiosité nouvelle dans les calculs. Une longue suite de nombres finis presentez sous une forme infinie. Cette forme se réduit aux nombres naturels dans la progression arithmétique, & il est impossible de les y réduire dans la géométrique. Mais on démontre que dans cette derniére progression le second terme plus grand que 1, est plus petit que 2, le troisiéme plus petit que 3, le quatriéme plus petit que 4, & ainsi de suite.

Il s'agit dans la troisiéme Section de la suite infinie des nombres naturels élevée à ses puissances, & comparée à la progression géométrique correspondante. Cette Section est le véritable fondement de tout l'ouvrage. Elle ne peut être comprise elle-même que par une étude très attentive; elle enferme des suppositions que la seule accoûtumance à l'objet peut faire paroître d'abord recevables, ensuite necessaires, & enfin vrayes; Nous allons rapporter les deux principales.

La suite naturelle des nombres, à commencer par 1, va jusqu'à l'infini, dernier terme du premier ordre. On sera sans doute surpris de trouver dans cette suite, si exposée aux yeux de tout le monde, des propriétez ausquelles il y a bien de l'apparence que personne n'avoit encore pensé. Le dernier terme de cette suite est infini par l'hypothese & par la nature de la chose. Mais le précédent, qui n'en différe que de l'unité, est infini lui-même, puisqu'il n'est moindre que d'une grandeur qui n'est pas grandeur par rapport à lui. Nous dirons la même chose de l'antépénultiéme & de tous ses semblables en reculant, jusqu'à ce que nous ayons une quantité infinie d'unitez qui mette une différence pleinement infinie entre le plus haut des Infinis & le plus haut des Finis. Il y a donc déja une infinité d'Infinis dans la suite des nombres naturels, suite arithmétique que l'Auteur appelle *A*. De plus nous avons vû que l'Infini divisé par un nombre fini, ou ce qui est la même chose, toute aliquote finie de l'Infini, par exemple, sa 10me, sa 100me, sa 1000me partie est un Infini. Ainsi divisant la suite infinie des nombres naturels par le plus grand nombre fini possible, il n'y aura que la premiére des parties de cette division qui contienne les Finis. Par-là on apperçoit aisément le nombre prodigieux d'Infinis contenus dans toutes les autres, & il ne reste que la difficulté de comprendre comment les Finis mêmes peuvent être encore en nombre infini. On ne laissera pas de le sentir indépendamment des preuves plus longues que l'Auteur en donne; en pensant que le premier des Infinis, que nous déterminons pour un moment, ne surpassant le dernier des Finis que de 1, ne peut être un nombre infini lui-même que par un nombre infini de Finis qui l'auront précédé.

Le nombre infini des Finis, partie la moins considérable de la suite *A* étant posé : l'Auteur fait une distinction remarquable entre les Infinis suivans, & c'est-là ce que nous appellons sa premiére supposition, qu'il employe en plusieurs autres endroits. Il distingue les Infinis croissans ou variables de l'Infini fixe qui termine la suite, & il invente même pour

eux tous un caractére nouveau. Nous avons beſoin, pour faire entendre ſa penſée dans un Extrait, d'emprunter une comparaiſon bien éloignée par elle-même, mais ſuffiſamment exacte dans ſon rapport. Que l'on prenne pour un moment le nombre mille pour l'Infini fixe, le nombre cent pour le plus grand des Infinis croiſſans & variables, & le nombre dix pour le plus petit d'entre eux. Tous les Finis ſont repréſentez par les nombres compris entre 1 & 10. Je diviſe 1000 par 100, ce qui eſt la plus grande diviſion que j'en puiſſe faire ſans tomber dans le Fini. Je commence par prendre une centiéme de mille qui me donne déja un Infini, mais le plus petit qui exiſte. Je continuë par deux centiémes, trois centiémes, juſqu'à dix centiémes, qu'on doit regarder comme le premier Infini croiſſant. Au de-là je trouve 20 centiémes, ſecond Infini croiſſant; & allant toûjours, j'arrive enfin à cent centiémes de mille, c'eſt-à-dire, à mille complet, ou à l'Infini fixe. Au reſte cet Infini fixe n'eſt ici que l'Infini du premier genre; & l'on verra par les hypotheſes ſuivantes, que les nombres revêtus même de la condition d'Infinis, ne peuvent jamais s'arrêter. En effet ſi un nombre infini par rapport à nous, n'eſt qu'un nombre au de-là de toute compréhenſion ou de toute détermination humaine, il n'eſt pas pour cela le dernier des nombres poſſibles; & rien n'empêche qu'on ne le double, qu'on ne le quarre, en un mot qu'on ne faſſe ſur lui toutes les opérations que l'on fait ſur les grandeurs inconnuës ou indéterminées de l'Algébre. Et par rapport à l'Infini fixe, quand ce premier Infini ne ſeroit pas un nombre unique ou individuel, il ſeroit toûjours aſſez fixe comme Infini, pour ſoûtenir les rapports que l'on appuye actuellement ſur lui dans la plûpart des ſuppoſitions ou des conſidérations mathématiques. Ces vûës qu'on pourroit étendre davantage, paroiſſent ſuffire pour réduire toûjours aux termes ſeuls, dont les Géométres ſont obligez de ſe ſervir, les contradictions qui leur ſont quelquefois reprochées par des hommes étrangers à la Géométrie.

La ſuite *A*, ainſi établie, l'Auteur paſſe à l'examen de *A* élevée

élevée à 2; ou d'une suite où tous les termes de la premiére sont élevez à leur quarré. Elle finira donc par l'Infini élevé à la seconde puissance, ou par le quarré de l'Infini. Cette suite a autant de termes que la premiére; mais elle saute un nombre toûjours croissant des termes de la premiére : car lorsque la premiére est à 4, celle-ci est à 16, quarré de 4, & 16 dans la premiére est encore bien éloigné. Cette considération conduit M. de Fontenelle à sa seconde supposition bien plus extraordinaire que celle que nous avons déja exposée.

Il est constant que dans la suite des quarrez on arrive aux Infinis bien plûtôt que dans la suite des nombres. Ainsi en concevant ces deux suites placées l'une sur l'autre : & supposant que dans la suite des quarrez on tient le premier quarré infini, ce premier quarré étant prodigieusement plus loin dans la suite des nombres, il y a nécessairement dans celle-ci un nombre innombrable de Finis, au-dessus desquels sont leurs quarrez encore plus infinis que le premier, puisqu'ils vont toûjours en croissant. Voilà le paradoxe : Des nombres finis dont le quarré est infini. L'Auteur paroît avoir été effrayé lui-même de cette conséquence. Il va jusqu'à dire qu'elle a pensé lui faire abandonner tout ce systême de l'Infini, & il promet encore très-sincerement de renoncer à cette idée, si on lui fait voir que sans elle on peut faire un systême lié de l'Infini dans la Géométrie, ou qu'il y ait quelqu'autre idée à lui substituer, qui fasse le même effet sans avoir la même difficulté ou une équivalente.

Cet aveu est accompagné d'ailleurs de toutes les raisons qui peuvent adoucir une proposition, qui devient un principe pour toute la suite de l'Ouvrage. Les Géométres n'ont opéré jusqu'à présent que sur les Finis qui sont à l'origine, ou au commencement des suites, ou sur les Infinis complets ou fixes qui les terminent; ainsi on n'a encore bien saisi que les deux extrémitez. Mais les plus grandes merveilles de l'Infini arrivant dans le passage de l'un à l'autre, il n'est pas étonnant que celui qui examine le premier ce passage, y trouve de quoi surprendre ses lecteurs, comme il a été surpris lui-même. Les Finis en

mouvement, ou comme difent nos habiles voifins, *en fluxion*, pour devenir infiniment grands ou infiniment petits, font d'une nature moyenne qui a fes proprietez particuliéres. En un mot, il ne paroît pas qu'on puiffe refufer à l'Auteur le droit d'établir une nouvelle Claffe pour ces Finis, qu'il appelle *indéterminables*, & qui n'étant pas encore affez grands pour être infinis par eux-mêmes, font déja affés grands pour devenir infinis par l'élévation à leur quarré.

M. de Fontenelle ne s'en tient pas à la fuite *A*, portée à fa feconde puiffance. Il la fait paffer par tous les expofans entiers & fractionaires, quelques-uns en expreffions particuliéres, & tous enfin en expreffions générales. Ce détail le mene jufqu'au nombre de dix-huit fuites, toutes approfondies & évaluées. Elles le font en effet d'une maniére fi conforme aux principes qu'il a pofez, & pour dire quelque chofe de plus, à leur nature propre, qu'il n'y a point de lecteur intelligent qui prenant les deux ou trois premiéres pour modéle des recherches qui font à faire, ne trouvât dans les autres précifément tout ce que l'Auteur y trouve : marque infaillible de la jufteffe & de la certitude de fes premiéres vûës.

La comparaifon de la fuite *A* avec une fuite Géométrique introduite entre 1 & l'Infini, & que l'Auteur appelle *G*, eft le dernier objet de la troifiéme Section. Toutes les différences de la fuite *A* font égales & finies, puifqu'elles font toutes l'unité, & leur fomme eft infinie. Il fe trouve par la formule générale des calculs, que la fomme des différences de la fuite *G* eft auffi infinie. Mais au lieu qu'il eft effentiel à une fuite arithmétique que toutes fes différences foient égales, il eft effentiel à une fuite géométrique que toutes fes différences foient inégales, & même les plus inégales dans leur total qu'il s'en puiffe trouver en aucune fuite imaginable non géométrique. Par-là la fuite *A*, & la fuite *G*, font de toutes les fuites les plus oppofées entr'elles : C'eft un principe dont l'Auteur fait un grand ufage dans tout fon Livre. Il faut donc que ces deux fuites convenant dans le nombre infini de leurs différences; d'ailleurs toutes les différences de *A* étant l'unité, toutes les

différences de *G* soient les unes plus petites & les autres plus grandes que l'unité ; & que toutes les différences de *A* étant égales, dans *G* au contraire il y en ait de finies vers l'origine, & d'infinies vers l'extrémité ; de telle sorte pourtant que le nombre des finies est infini, & que le nombre des infinies est fini. Enfin au lieu que la somme de *A* est un Infini du second ordre, celle de *G* n'est qu'un Infini du premier ; mais au lieu que la somme de *A* n'est que la moitié précise de l'Infini du second ordre, celle de *G* est l'Infini du premier multiplié par un très-grand nombre fini, mais inconnu.

L'Auteur dans la quatriéme Section vient à la grandeur infiniment petite. L'infiniment petit est une partie du Fini résultante d'une division poussée jusqu'à l'Infini. Ainsi l'infiniment petit est essentiellement une fraction dont le numerateur est fini, & le dénominateur infini. L'infiniment petit n'est en quelque sorte que l'inverse de l'infiniment grand. Les mêmes nombres & les mêmes caractéres servent pour l'un & pour l'autre, & l'on ne trouve pas plus de bornes à l'un qu'à l'autre. Une analogie parfaite regne toûjours entre leurs propriétez contraires. Comme l'Auteur continuë d'examiner les grandeurs dans les suites ; pour comprendre l'objet principal de cette Section, il ne s'agit que de se représenter toutes les suites de la précédente, changées en fractions, dont le numerateur perpetuel est l'unité, & dont les dénominateurs sont les termes consécutifs de chacune de ces suites. Par-là les infiniment grands de différents ordres dans les premiéres, deviennent des infiniment petits des mêmes ordres dans les secondes. Mais les Finis demeurent dans leur ordre, quoique diminuez dans la proportion, par exemple, de 3 à $\frac{1}{3}$. Les sommes de ces suites fractionaires sont bien différentes de celles des suites ausquelles on les compare : celles-ci deviennent plus grandes à proportion qu'elles ont moins de termes finis & plus d'infinis ; les fractionaires au contraire ne conservent dans leurs sommes quelque valeur sensible, que par les Finis de leurs correspondantes ; & ces sommes sont par conséquent d'autant moins considérables, que les sommes des correspondantes l'étoient davantage.

Il arrive de-là qu'une ſuite ſi élevée dès le ſecond terme, & ſi croiſſante juſqu'au dernier, qu'elle n'aura eu pour ſomme que ce dernier terme dans la Section précédente, pourra être ſi abaiſſée & ſi décroiſſante dans celle-ci, qu'elle n'aura pour ſomme que ſon premier terme ou l'unite. Enfin par rapport à l'uſage de la ſommation des ſuites qui ſe préſente ſouvent dans la Géométrie, il eſt toûjours certain que la ſomme totale d'une ſuite fractionaire ſera infinie, ſi les Finis de la ſuite d'entiers correſpondante ſont en nombre infini; & qu'au contraire cette ſomme totale ſera finie, ſi les Finis de la ſuite correſpondante ne ſont qu'en nombre fini.

Nous n'omettrons pas ici un exemple de cette eſpece, qui démontre, *à poſteriori,* l'exiſtence des Finis indéterminables. On ſçait par des Méthodes connües d'ailleurs, que la ſuite fractionaire $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. a une ſomme infinie, & qu'au contraire cette même ſuite étant quarrée $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, &c. n'a qu'une ſomme finie. Il y a donc néceſſairement des nombres finis devenus infinis dans leurs quarrez, qui demeurant finis dans la ſuite fractionaire des nombres, donnent une ſomme infinie, & qui devenant infiniment petits dans la ſuite fractionaire des quarrez, réduiſent leur ſomme à n'être que finie. Cette même expérience de Calcul démontre encore qu'il y a un nombre infini de nombres finis, puiſque la ſuite fractonaire des nombres ne peut être infinie dans ſa ſomme que par le nombre infini de ſes Finis; & l'on voit enfin que les Finis indéterminables ſe trouvent dans le paſſage du Fini à l'infiniment petit comme dans le paſſage du même Fini à l'infiniment grand.

Nous ne nous étendrons pas davantage ſur la quatriéme Section, quelque nombre d'autres curioſités qu'elle renferme; telles que ſont des ſuites infinies qui n'ont pour valeur qu'un nombre donné 2, 3, ou tel autre qu'on voudra; ou la détermination des Elemens immédiats des Infinis de tout ordre, c'eſt-à-dire, la grandeur préciſe qui, priſe une infinité de fois, donne cet ordre. L'emploi de l'Infini n'a d'abord été imaginé que pour chercher des valeurs finies : & dans cet ouvrage

même où l'Auteur ne paroît avoir d'autre objet que l'Infini, on trouvera par-tout beaucoup à gagner pour la Géométrie commune, par la précision des idées & par l'adresse des Calculs.

La cinquiéme Section est destinée à l'examen des incommensurables. On a sçû de tout temps que l'incommensurabilité tient à l'Infini, puisqu'un incommensurable cherché entre deux fractions poussées à quelques nombres que ce puisse être, ne se trouve jamais, quoiqu'on sçache qu'il est entre l'une & l'autre. Mais M. de Fontenelle fait voir que tout incommensurable a sa place dans une progression arithmétique infinie, comprise entre l'unité & le nombre dont on cherche la racine. Cette suite est : Un. Un, plus une infinitiéme. Un, plus deux infinitiémes. Un, plus trois infinitiémes, &c. L'Infini pris pour constant ou fixe, sert donc de dénominateur à la seconde partie de chaque terme dont les nombres naturels sont les numérateurs successifs. Or nous sçavons par la doctrine expliquée dans la troisiéme Section, que ces nombres naturels sont d'abord des Finis déterminables, ensuite des Finis indéterminables, après quoi viennent les Infinis croissans ou variables, selon toutes leurs grandeurs, & enfin l'Infini fixe. Tant que ces numerateurs, toûjours divisez par l'Infini, ne sont eux-mêmes que Finis déterminables, ou indéterminables, ils n'ajoûtent à l'unité qui les précéde que des différences infiniment petites; & ces premiers termes ne peuvent contenir par conséquent que les racines dont l'exposant est infini. Mais dès qu'on en est aux Infinis croissans, l'unité se trouve augmentée dans chaque terme d'une grandeur finie, quoiqu'inexprimable; & c'est parmi les grandeurs de cette espece que resident toutes les racines finies du nombre donné. Cette Théorie est démontrée par la nature de la chose bien entendüe, & même par le calcul.

Mais comme l'on sçait fort bien que la racine seconde & la racine troisiéme de 3, par exemple, quoique l'une & l'autre entre 1 & 2 sont à une distance finie, & non infiniment petite, l'une de l'autre; & qu'au contraire les termes de la suite infinie introduite entre 1 & 3 ne croissent de l'un à l'autre

que d'une différence infiniment petite, on comprend aiſément que les termes de cette ſuite infinie étant tous des inexprimables, ne ſont pas tous pour cela des incommenſurables, & qu'ainſi les incommenſurables ne ſont qu'une très petite partie du nombre infini des inexprimables.

Il ſuit de cette doctrine & d'autres principes certains, que toute ſuite arithmétique qui n'aura pas un nombre infini de termes entre 1 & le nombre dont on cherche la racine incommenſurable, ne fournira aucun terme qui ſoit cette racine juſte. Elle fournira ſeulement des termes entre leſquels cette racine ſera compriſe; & plus on introduira de termes, plus on rétrécira les limites qui enfermeront cette racine. L'Auteur tire de cette Théorie une méthode nouvelle & ingénieuſe pour trouver deux nombres commenſurables, dont l'un ſoit plus petit & l'autre plus grand que la racine incommenſurable de moins que d'une différence donnée, & cela ſans faire differentes approximations comme à l'ordinaire.

L'Auteur parle dans ſa ſixiéme Section des grandeurs poſitives & négatives, réelles & imaginaires. Il remarque d'abord que l'idée de ſouſtraction attachée communément au ſigne — dans l'Algébre, eſt l'idée qui convient le moins eſſentiellement aux grandeurs affectées de ce ſigne. Les Algébriſtes ont paru ſe borner à cette idée, qui ſuffit pour la conduite des calculs. Mais il ſemble que les Géométres ayent mieux connu le véritable eſprit de la choſe, puiſque dans la conſtruction de leurs Problêmes réſolus, le ſigne — leur fait placer à gauche, ce que le ſigne + leur a fait placer à droite. En effet, ſelon M. de Fontenelle, le poſitif & le négatif indiquent principalement une certaine oppoſition entre des grandeurs qui peuvent d'ailleurs être égales ou inégales entre elles. Ainſi prenant pour poſitifs les degrez de l'élevation du Soleil au-deſſus de l'horiſon, les degrez ſemblables de ſon abaiſſement au-deſſous de l'horiſon ſeront négatifs, & le point zero de l'horiſon ſera le paſſage des uns aux autres. Prenant de même pour poſitifs les degrez de la partie orientale du Ciel juſqu'au Zenith, les degrez ſemblables de la partie occidentale ſeront

négatifs; mais en ce cas on aura pour terme moyen ou pour le point du passage, 90 au Zenith, après lequel on compteroit en reculant — 89 — 88, &c. Ce nombre 90, ici arbitraire, représente tout autre; & les Géométres ont aussi eu cette idée, puisqu'ils ont reconnu que l'on passoit du positif au négatif par l'Infini aussi-bien que par zero. Enfin l'exemple d'un exposant négatif qui produit une fraction, prouve que le signe — n'indique pas du moins principalement une soustraction.

Cela posé, l'Auteur considére en toute grandeur son être numérique, par lequel elle est une telle grandeur, & son être spécifique par lequel elle a une certaine opposition avec une autre grandeur égale ou inégale à elle. Nous désignerons desormais avec lui cet être spécifique dans les grandeurs négatives par l'opposition d'une dette à un fonds. Ainsi appellant un fonds *a*, & une dette — *a*, on trouvera conforme à la nature de cette idée tout ce qui arrive dans les additions & soustractions algébriques. Ajoûter un fonds à un fonds, c'est augmenter le positif. Ajoûter une dette à une dette, c'est augmenter le négatif. Ajoûter une dette à un fonds, c'est diminüer le positif. Ajoûter un fonds à une dette, c'est diminüer le négatif. D'un fonds ôter une dette, c'est augmenter le positif. D'une dette ôter un fonds, c'est augmenter le négatif: exemples, & en même temps raisons, de la conservation ou du changement des signes dans ces premiéres opérations.

La distinction de l'être spécifique & de l'être numérique est un peu plus difficile, & néantmoins plus nécessaire à l'égard des multiplications & des divisions. Appellant *a* un fonds, & *b* un nombre, 3, par exemple, *ab* signifie 3 fonds; & — *a* étant une dette, & *b* le même nombre 3, — *ab*, signifiera trois dettes. Mais l'idée de l'être spécifique ne paroît plus dans *ab*, qui peut être regardé comme un produit de nombres purs; au lieu que cette idée particuliérement attachée au négatif, subsiste dans — *ab* qui conserve le signe —.

Multiplier un fonds par un fonds, ou une dette par une dette, est une chose absurde. C'est pourquoi cette supposition forcée s'évanoüit dans le calcul, & *aa* venant en plus dans

l'un & dans l'autre cas, ne présente que l'idée de nombre. Il en est de même de la division. Si je divise une dette par un nombre qui me donne, par exemple, le tiers de la dette, l'être spécifique demeure dans le quotient négatif : mais divisant une dette par une dette, chose absurde, le quotient devient un pur nombre positif.

Voilà l'origine des imaginaires : ce sont les racines quarrées, ou les racines paires toûjours réductibles à quelque racine quarrée, d'une grandeur affectée du signe —. Ou pour exprimer la chose d'une maniére qui tienne de plus près à la doctrine que nous exposons; une imaginaire est la racine quarrée d'une grandeur qui réellement n'est point un quarré. En effet, tout quarré est le produit d'une grandeur multipliée exactement par elle-même. Or $-aa$ qui conserve la marque de l'être spécifique, ne peut être qu'une dette $-a$ multipliée par un nombre a, ce qui ne fait point une grandeur multipliée exactement par elle-même, & dont par conséquent on puisse avoir la racine proprement dite. Mais $-aa$ imaginaire comme quarré est un plan ou un produit réel d'une dette par un nombre; c'est pour cela même que multipliant la racine de $-aa$ par elle-même, ce qui n'est à la lettre qu'ôter le signe radical & écarter l'idée de quarré, je retrouve la grandeur réelle $-aa$.

Nous ne nous étendrons pas davantage sur ce sujet : il nous suffira d'observer qu'il est démontré par l'exemple des imaginaires, que le calcul n'est immanquable dans ses loix, que parce qu'il a un fondement réel; puisque la moindre supposition fausse, disons mieux, puisque le côté faux d'une supposition qui a un côté vrai, se manifeste séparément du côté vrai par le résultat du calcul même. Ainsi pour nous rapprocher de nôtre sujet principal, il est impossible, aux yeux du moins de tout Géométre; que la supposition de l'Infini soit fausse dans aucun des cas où elle donne un rapport vrai.

Quoique la septiéme Section, qui terminera cette premiére partie de nôtre Extrait, soit la plus longue de tout l'ouvrage, nous

nous tâcherons d'en rendre compte en peu de mots. Nous avons déja eu lieu de parler des sommes de quelques suites; c'étoit une conclusion attachée à la considération de leurs propriétez particuliéres. Mais dans cette Section l'Auteur considére principalement l'ordre & la grandeur des sommes, & examine quelles sortes de suites doivent les avoir données.

Nous apporterons pour premier modéle d'une somme de suites l'exemple aisé de la suite infinie des unitez qui ne croissent point, & qui a l'Infini pour somme. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. sont des fractions décroissantes moindres chacune que l'unité; mais comme elles seront en nombre infini, elles auront aussi pour somme un Infini, moindre à la vérité que celui des unitez, mais du même ordre. Cet ordre est immédiatement supérieur à celui des termes qui sont tous finis, mais en nombre infini. La suite naturelle des nombres commence par des Finis, & n'a pour différence d'un terme à l'autre que l'unité constante. Cependant elle arrive à l'Infini, bien avant même ses derniers termes, parce que le nombre de ces unitez qui lui servent de différences est infini : Exemple dont on peut conclure, que toute somme qui aura un Infini pour somme de ses différences, aura un Infini pour le moins dans son dernier terme. En ce cas, la somme de la suite principale pourra être de l'ordre immédiatement supérieur à celui du dernier terme, & ne pourra jamais être d'un ordre plus élevé; elle pourra aussi n'être que de l'ordre du dernier terme, & ne pourra jamais descendre plus bas.

Outre l'ordre des sommes, on peut aussi considérer leur grandeur. Une suite toute formée d'Infinis égaux, auroit pour somme l'Infini tout entier du second ordre. La suite naturelle des nombres qui commence par des Finis, & qui est croissante, n'a pour somme que la moitié de cet Infini ; ainsi ces deux suites sont égales par l'ordre, & différentes par la grandeur.

Une suite géométrique formée de tous les ordres d'Infinis, & qui iroit jusqu'à l'Infini de l'ordre infinitiéme, n'auroit pour somme que ce dernier terme, qui feroit disparoître tous

les autres. Mais la suite naturelle des nombres, dont chaque terme seroit élevé à une puissance infinie, auroit pour somme le même Infini que la précédente, multiplié par un très grand nombre fini inconnu. Ainsi ces deux sommes seroient encore égales par l'ordre, & différentes par la grandeur.

Nous ne faisons cet exposé, que pour faire concevoir le prix d'une spéculation également sublime & exacte qui, entre ces termes réglez d'ordre & de grandeur, place des infinitez de suites dans les degrez successifs qui leur conviennent: arrangement toûjours tiré de la nature de leurs différences décroissantes en général pour les grandes sommes, & croissantes pour les moindres; parce que les différences décroissantes donnent vers la fin des suites, un plus grand nombre de grands termes, & qu'au contraire les croissantes en donnent un moindre. On se doutera bien que l'Auteur pousse sa Théorie jusqu'aux suites fractionaires, dont il détermine les sommes. Elles sont souvent finies, mais elles peuvent être infinies du premier ordre, sans aller jamais plus haut.

L'Auteur examine enfin une suite qui seroit composée d'une infinité de termes introduits entre chacun des nombres de la suite naturelle, ce qui donneroit autant d'infinitez qu'il y a de termes dans cette suite, & formeroit par conséquent une suite infiniment infinie. On seroit porté à croire que l'Infini même auroit peine à fournir l'expression de la somme d'une pareille suite. Cependant en prenant la somme de chaque infinité introduite entre tous les nombres, & formant une suite infinie de ces sommes, on voit avec suprise que le tout ensemble ne monte qu'à la moitié de l'Infini du troisiéme ordre. Ainsi pour amener cette Théorie à une simple régle d'usage, on connoîtra toûjours l'ordre de la somme d'une suite infiniment infinie, en élevant son premier & son dernier terme à l'ordre immédiatement supérieur à celui dont ils sont, & en supposant que ce premier & ce dernier terme ainsi élevez, sont les deux extrêmes d'une suite simplement infinie. Car on sçaura toûjours par cette Section, de quel ordre sera la somme de cette derniére; & après avoir fait sur la premiére

la préparation marquée, elles feront infailliblement l'une & l'autre du même ordre.

La plûpart de ces fpéculations, qui ne paroiffent que curieufes dans la Section où elles font préfentées, font des fondemens néceffaires pour l'intelligence de la partie de l'Ouvrage où l'Auteur entrera dans la contemplation des courbes : Et fi l'on ne donnoit pas à la doctrine des fommes des fuites toute l'attention qui lui eft dûë, on fe trouveroit obligé de revenir fur fes pas, quand il s'agira des courbes qui ne font que des repréfentations de ces mêmes fuites. A l'égard, par exemple, des fuites croiffantes, il eft important de connoître celles qui font fommables de celles qui ne le font pas ; car de-là dépendra la quadrature poffible ou impoffible des courbes qui exprimeront géométriquement ou les unes ou les autres. Et à l'égard des fuites décroiffantes, il eft néceffaire de diftinguer celles dont les fommes font infinies, de celles qui ne font que finies, pour pouvoir juger dans les courbes afymptotiques quelles font celles où les efpaces qui portent ce nom feront infinis, & celles où ces efpaces feront feulement finis. M. de Fontenelle réduit ces différentes obfervations à un moindre nombre de régles qu'on n'auroit ofer l'efperer d'un détail auffi vafte que celui où il s'eft vû obligé d'entrer pour en établir les principes. Rien fur-tout ne fait mieux voir le befoin que l'Auteur a eu de ces préparations, que l'examen d'une fuite infiniment infinie, qui ne paroît d'abord qu'un exercice d'efprit. Car toutes les courbes dont l'axe eft infini, repréfentent cette derniére efpece de fuites.

Nous dirons la même chofe de plufieurs autres définitions ou diftinctions qui terminent la Section feptiéme, & que nous n'avons pas même deffein d'omettre. Mais nous avons reconnu que dans un abrégé comme celui-ci, l'expofition de ces articles particuliers feroit plus courte, plus claire & plus utile ; en les renvoyant aux endroits où nous en devons faire l'application immédiate aux différentes propriétez des courbes qui feront la matiére de la feconde partie de cet Extrait, à laquelle nous allons paffer.

I I.

De l'Infini dans les Lignes droites ou courbes.

On ſçait aſſez que la Géométrie, ſur-tout dans ſa partie de pure ſpéculation, conſiſte à repréſenter par des lignes des rapports continus de nombres. Mais aucun Géométre n'a mieux fait ſentir cette repréſentation que M. de Fontenelle, qui employe toute la ſeconde moitié de ſon ouvrage à l'établir & à l'expliquer. Nous avons parlé des ſuites de nombres pouſſées juſqu'à l'Infini dans la premiére partie, nous indiquerons dans celle-ci l'effet de ces ſuites exprimées par des lignes droites ou courbes.

La huitiéme Section de la premiére partie préſente d'abord un triangle dont les trois côtez ſont finis, & dont les angles demeurent toûjours les mêmes, quoique les trois côtez deviennent des infiniment grands ou des infiniment petits de tous les ordres. Enſuite, la baſe demeurant finie, les deux côtez vont monter à l'Infini du premier, du ſecond, du troiſiéme ordre, &c. & comprendront par conſéquent un angle infiniment petit de l'ordre correſpondant. Ou bien, les deux côtez demeurant finis, la baſe va deſcendre à l'infiniment petit du premier, du ſecond, du troiſiéme ordre, &c. auquel cas les deux côtez comprendront un angle du même ordre que la baſe. En un mot & par régle générale, l'angle du ſommet ſera toûjours de l'ordre inférieur correſpondant à la ſupériorité de l'ordre des côtez ſur la baſe.

Dès le premier ordre inférieur de l'angle du ſommet, qui a commencé par le Fini, les deux côtez deviennent paralléles, mais d'un parallélisme non abſolu, & qui s'augmentera par tous les ordres d'infiniment petits de cet angle juſqu'à zero. Le parallélisme de deux côtez croiſſant toûjours, les aménera par les mêmes degrez à une perpendicularité abſoluë ſur la ligne qu'on avoit d'abord priſe pour baſe.

Nous venons de donner en lignes droites l'idée d'une ſuite de grandeurs croiſſantes ou décroiſſantes d'ordre. Nous

donnerons de même en lignes droites l'expreſſion de la ſuite entiére des nombres naturels que nous avons appellée *A* dans la premiére Partie. Suppoſant une ligne infinie qui tiendra lieu d'axe, nous la diviſerons en parties égales & finies qui repréſenteront les unitez : & élevant perpendiculairement ſur chacune de ces unitez, des lignes qui croîtront de l'une à l'autre, comme 1, 2, 3, 4, &c. nous arriverons à une derniére ordonnée infinie & égale à l'axe : de ſorte que concevant une hypothenuſe ou diagonale tirée de l'origine de l'axe, à l'extrémité de la derniére ordonnée, cette hypothenuſe paſſera par l'extrémité de toutes les autres. Ainſi nous aurons un triangle rectangle iſoſcele, dont la valeur ſera par les Elémens de la Géométrie commune, la moitié de la baſe ou de l'Infini multipliée par la hauteur ou par l'Infini ; c'eſt-à-dire, la moitié de l'Infini du ſecond ordre, qui eſt en effet la ſomme entiére des nombres naturels.

Nous diſons plus : un triangle rectangle fini repréſente auſſi, non pas à la verité l'abſolu de *A*, qui eſt infini, mais le nombre, les rapports, & les deux différens ordres de ſes termes. Il faut pour cela diviſer par l'imagination la baſe finie en parties infiniment petites & égales, qui ſeront par conſéquent en nombre infini. Sur les premiéres de ces parties vers l'origine, je conçois des lignes infiniment petites qui croiſſent de l'une à l'autre comme 1, 2, 3, 4, &c. Il y aura une infinité de ces ordonnées avant la premiére, qui ſoit finie & ſenſible ; comme dans la ſuite *A*, il y a une infinité de nombres finis : & il y aura une autre infinité beaucoup plus grande d'ordonnées finies juſqu'à l'extrémité de l'axe, comme dans la ſuite *A* il y a une infinité d'Infinis beaucoup plus grande que l'infinité des Finis.

Tous les nombres croiſſans ou décroiſſans, ſelon telle raiſon qu'on voudra, peuvent être conçûs changez en lignes, & poſez ainſi ſur un axe. Mais en les concevant tous poſez à diſtance égale, & infiniment petite les unes des autres, il n'y a que les nombres compris dans des ſuites arithmétiques dont les extrémitez puiſſent former une ligne droite. Tous les

autres formeront des courbes qui feront en général l'objet des Sections suivantes.

Pour prendre une idée générale des lignes courbes, ce qui fait le ſujet & le titre de la neuviéme Section; il faut détacher toutes ces extrémitez d'ordonnées, des ordonnées mêmes auſquelles elles appartiennent, pour en former une ligne continuë, qui n'étant pas droite, aura des élemens de courbure que nous allons examiner. Repréſentons-nous d'abord cette ligne formée par un point qui la décrit. Si ce point ne ſe détournoit jamais, il feroit une ligne droite; s'il ſe détourne finiment après chaque pas fini, il fera un polygone fini & ſenſible; & tout cela n'eſt point une courbe. Ce point ſembleroit pouvoir ſe détourner finiment, ou faire un angle fini, après chaque pas ou à chaque côté infiniment petit. Mais comme dans ce cas les angles finis ſeroient ſenſibles ſans que les côtez infiniment petits le fuſſent, on ſentira bientot l'impoſſibilité de cette ſuppoſition. Il reſte donc quà chaque pas infiniment petit, le point ſe détourne infiniment peu, ou faſſe un angle infiniment petit. Il arrivera de-là que tant que la courbe n'aura encore eu qu'un cours infiniment petit, on ne verra ni ſes côtez, ni ſes détours. Mais dès qu'elle aura la plus petite étenduë finie, & par conſéquent un nombre déja infini & de côtez & de détours, on appercevra en même temps & la ligne & ſa courbure. En portant plus loin cette idée, on pourroit imaginer une ligne qui après chaque pas fini ne ſe détourneroit qu'infiniment peu, & qui par conſéquent, demeurant droite ou comme droite dans le Fini, ne ſeroit courbe que dans une étenduë infinie. C'eſt une vûë qui aura ſon uſage dans la ſuite.

Mais à nous en tenir pour le preſent aux côtez infiniment petits ſe détournant l'un de l'autre infiniment peu; on voit qu'en prolongeant un côté ſuivant vers le précédent, il forme avec lui un angle infiniment petit, qu'on appelle *angle de Contingence*. Le cercle eſt la ſeule de toutes les courbes où cet angle ne varie jamais, & qui ait par conſéquent une courbure uniforme. Cet angle croît ou décroît dans toutes

les autres, & nous verrons ailleurs jusqu'où peut aller sa variation.

Mais cet angle demeurant le même, la courbure peut encore varier, ou en augmentant par des côtez plus courts, ou en diminüant par des côtez plus longs dans le même ordre. Chacun des côtez de la courbe par son inclination toûjours différente à l'axe, déterminera toûjours la tangente qui n'est que son prolongement; & sera toûjours l'hypothenuse de ce petit triangle rectangle, si connu aujourd'hui des Géométres, dont un des petits côtez est la différence de l'abscisse, & l'autre la différence de l'ordonnée.

La supposition de l'infiniment petit fait que l'on peut appliquer l'égalité des pas de la courbe, indifféremment, ou à sa différence qui est ce petit côté, ou à la différence de l'abscisse, ou à la différence de l'ordonnée; bien entendu pourtant que l'une des trois prise à volonté pour constante, les deux autres varieront à chaque pas d'une différence infiniment petite du second ordre.

La dépendance réciproque de toutes les lignes finies ou infiniment petites, qui entrent dans une même courbe, fait que l'on peut exprimer la loi qui la rend telle par le rapport de l'une de ces lignes à une autre. On s'en tient communément, ou autant qu'on le peut, au rapport de l'abscisse à l'ordonnée, d'où l'on tire l'équation de toutes les courbes géométriques. Cette équation fait voir que le rapport de l'abscisse à l'ordonnée varie continuellement en toute courbe, mais d'une variation toûjours réglée par la même loi. C'est la nature de cette loi qui fait que la courbe a un cours fini comme le cercle, ou infini comme la parabole.

Dans la dixiéme Section, l'Auteur explique les variations & les changemens des courbes. Il considére d'abord celles qui s'élevent au dessus de leur axe, de sorte que leurs ordonnées croissent toûjours de moins en moins; d'où il suit que leurs différences sont décroissantes. La courbe arrive donc à deux ordonnées égales ou censées égales; & leurs différences à zero, ou du moins à un ordre d'infiniment petit

inférieur à celui dont elles étoient : c'eſt ce que l'Auteur appelle arriver au parallélifme. Si la courbe arrive à ce terme par un cours fini, la ſuite des différentes eſt ſimplement infinie. Mais ſi elle n'y arrive que par un cours infini, cette ſuite eſt infiniment infinie. En effet puiſque le demi-diametre du cercle, par exemple, qui n'eſt que fini, porte une ſuite infinie d'ordonnées & de différences; l'axe de la parabole, qui contient une infinité de fois le demi-diametre d'un cercle, doit porter une ſuite infiniment infinie d'ordonnées & de différences. Or comme l'ordonnée qui répond au parallélifme eſt elle-même la ſomme de toutes les différences précédentes; ſi cette ſomme eſt ſimplement infinie, l'ordonnée ne ſera que finie, comme celle qui eſt poſée ſur le milieu du diametre du cercle, & qui répond au parallélifme de cette courbe. Mais ſi la ſomme des différences eſt infiniment infinie, l'ordonnée ſera infinie, comme celle qui eſt poſée à l'extrémité de l'axe infini de la parabole où ſe trouve ſon parallélifme.

Il eſt de toute néceſſité qu'une courbe, dont les ordonnées ne croiſſent que par des différences décroiſſantes, arrive par un cours infini à une ordonnée moins grande que l'axe, dont les infiniment petits ont été pris égaux. Cette derniére ordonnée dans la parabole eſt donc moindre que l'axe, quoiqu'elle ſoit infinie. Mais il y a des courbes, où cette derniére ordonnée, à l'extrémité même d'un cours infini, n'eſt que finie; & ce ſont les courbes aſymptotiques. La ſuite des différences infiniment petites des ordonnées de la parabole ſe termine par un infiniment petit du ſecond ordre, ce qui ſe connoît par la nature de ſon équation différentiée, en ſuppoſant ſon axe infini. Mais ſi dans la ſuppoſition d'un axe infini, lorſque l'équation de la courbe la permet, je trouvois que la différence des ordonnées arrivât à un infiniment petit du troiſiéme ordre, ou de deux ordres au-deſſous de la différence de l'abſciſſe, je conclurois ſûrement que la courbe a une aſymptote; parce qu'étant devenuë paralléle dès le premier infiniment petit du ſecond ordre, elle a encore une

ſuite

ſuite infiniment infinie d'ordonnées, dont les différences infiniment petites du ſecond ordre ſe terminent par un infiniment petit du troiſiéme. Or nous ſçavons par la ſeptiéme Section, qu'une ſuite de cette eſpece n'a jamais qu'une ſomme finie. La derniére ordonnée, qui eſt cette ſomme, n'eſt donc que finie; & de plus elle eſt placée à l'extrémité d'une courbe d'un cours infini.

Une ſuite infiniment infinie de différences, qui eſt compoſée d'infiniment petits du premier ordre, & d'infiniment petits du ſecond, & qui cependant ne donne qu'une ſomme finie, ne doit avoir en nombre infiniment infini que les infiniment petits du ſecond ordre; car ceux du premier en nombre infiniment infini donneroient une ſomme infinie. Ceux-ci ne ſont donc qu'en nombre ſimplement infini. La courbe aſymptotique arrive donc à ſon aſymptote après un cours fini, à la vérité indéterminable; & elle ſe confond avec cette aſymptote pendant un cours infini; puiſqu'elle n'en eſt diſtante au plus dans toute cette étenduë que d'un infiniment petit du ſecond ordre. C'eſt une propoſition véritablement neuve, & preſqu'un paradoxe juſtifié pourtant par la conſtruction actuelle de toutes les courbes aſymptotiques, où, quoiqu'on ſçache que la courbe ne touchera réellement l'aſymptote qu'à l'Infini, on la rencontre ſenſiblement de très-bonne heure.

La derniére différence des ordonnées d'une courbe qui tend au paralléliſme, peut deſcendre encore plus bas que le troiſiéme ordre. Mais à proportion que cette derniére différence deſcendra plus bas, la courbe toûjours plus aſymptotique, commencera toûjours plûtôt à ſe confondre avec ſon aſymptote, & ne ſera courbe ſenſiblement que dans un plus petit eſpace fini indéterminable.

Quand la courbe eſt arrivée au paralléliſme par un cours infini, il la faut regarder comme terminée, & il n'y a plus rien à y conſidérer. Mais quand elle n'y eſt arrivée que par un cours fini, elle peut en avançant toûjours par rapport à l'axe ou redeſcendre, ou continuer de monter. Si elle redeſcend, elle demeure concave ; ſi elle monte, elle devient convexe.

Mais comme le parallélisme est un terme, il faut qu'elle y subisse un changement. Dans la premiére partie de son cours les ordonnées étoient croissantes, & les différences décroissantes. Si elle redescend, les ordonnées vont devenir décroissantes, & les différences croissantes; & cette contrariété de progrès entre les ordonnées & les différences est la marque infaillible de la concavité. Si la courbe continuë de monter, les ordonnées continüeront de croître, & les différences croîtront aussi; conformité de progrès qui accompagne toûjours la convéxité. Aussi les ordonnées croissantes arrivées à un terme par un cours fini, pouvoient encore croître ou décroître; mais les différences décroissantes arrivées à zero ne pouvoient que croître dans la suite d'une courbe. Le passage de la concavité à la convéxité s'appelle *infléxion*.

Comme les angles de la courbe tournez vers l'axe dans la concavité sont tournez en sens contraire dans la convéxité; il faut qu'au terme de passage, il ý ait deux côtez de la courbe dont l'angle ne soit tourné de part ni d'autre; c'est-à-dire, qu'il y ait deux côtez qui ne fassent précisément aucun angle, ou posez bout à bout l'un de l'autre. On conçoit là trois ordonnées égales dans le cas du parallélisme parfait. Mais si le terme n'étoit qu'un certain degré de plus grande obliquité, les trois ordonnées seroient seulement les moins inégales de tout le cours.

La partie montante ou la partie descendante, en partant du parallélisme, tendent toutes deux à la perpendicularité parfaite qui seroit un terme naturel, ou à un certain degré d'obliquité sur l'axe qui seroit un terme arbitraire donné par l'équation de la courbe. Le terme même du passage pouvoit être, au lieu du parallélisme, une obliquité plus grande où seroit arrivée la courbe qui après l'infléxion continüera de monter; mais il ne pouvoit être qu'un parallélisme parfait à l'égard de la courbe qui doit redescendre.

La même courbe arrivée au parallélisme, ou à la plus grande obliquité, peut revenir sur ses pas, & redescendre intérieurement ou extérieurement à sa premiére partie, ou

bien encore monter à contre ſens de la premiére partie; c'eſt-à-dire, devenir convexe à l'axe auquel la premiére partie étoit concave : cette eſpece de changement s'appelle *rebrouſſement*. Il ſe fait par un petit côté de la courbe exactement poſé ſur celui qui le précéde ; ainſi les deux côtez n'en ſont qu'un. Cela n'empêche pas que l'on ne conçoive là comme dans l'infléxion trois ordonnées égales, ou les moins inégales de tout le cours : mais comme il y a ici un retour, la troiſiéme ſe confond avec la premiére.

L'Auteur, après avoir examiné les courbes qui arrivent au parallèliſme, examine celles qui arrivent à la perpendicularité. Ces courbes ſont d'abord convexes ſur l'axe, & pour commencer par celles qui ont un cours infini, elles arrivent à une derniére ordonnée infinie à l'extrémité d'un axe infini, comme la parabole priſe en dehors ; ou bien elles arrivent à cette derniére ordonnée infinie à l'extrémité d'un axe fini, comme la ciſſoïde : les premiéres n'ont point d'aſymptote, & les ſecondes en ont. En ſuppoſant toûjours l'axe diviſé en infiniment petits égaux ; ſi la derniére différence croiſſante de l'ordonnée ſe trouve par le calcul ou un infiniment petit, ou même un fini, il n'y a point encore d'aſymptote. Mais il y en aura une, ſi cette différence ſe trouve infinie. Elle ſera donc ſupérieure de deux ordres à l'infiniment petit de l'axe dans le cas de la perpendicularité, au lieu qu'elle lui étoit inférieure de deux ordres dans le cas du parallèliſme.

Il y a un troiſiéme aſymptotiſme moyen entre les deux autres. Il conſiſte en ce que la courbe arrive à un côté oblique par un cours infini : tel eſt celui de l'hyperpole rapportée à ſon axe. Son aſymptote dans ce ſens eſt ſa tangente infinie. Elle ſe confond avec elle après un cours fini indéterminable ; auſſi l'hyperbole paroît-elle bien-tôt une ligne droite infinie ; & à ſon extrémité le rapport de l'infiniment petit de l'ordonnée à l'infiniment petit de l'axe eſt fini. Le caractére général & infaillible de l'aſymptotiſme eſt donc qu'à l'extrémité d'un cours infini, le rapport de l'infiniment petit de l'ordonnée à l'infiniment petit de l'axe ſoit fini pour l'obliquité;

supérieur au moins de deux ordres pour la perpendicularité ; & inférieur au moins de deux ordres pour le parallélisme. C'est encore une observation dûë toute entiére à M. de Fontenelle.

Si la courbe arrive à la perpendicularité par un cours fini, & qu'elle continüe encore, il est nécessaire qu'elle ait là un rebroussement ou une infléxion, qui ne différent point assez de ce que nous avons exposé dans le cas du parallélisme pour nous y arrêter.

L'Auteur, à la fin de cette même Section, donne une premiére idée de la courbure des courbes, qui est un des principaux objets de son ouvrage. Nous avons déja remarqué qu'en toute autre courbe que le cercle, l'angle de contingence, qui détermine la courbure, varie sans cesse. Cet angle est infiniment petit par lui-même, puisqu'il distingue les pas d'une courbe. Tant qu'il demeure dans cet ordre il forme, quoique croissant ou décroissant, une courbure qu'on appelle ordinaire ou finie. Mais, comme décroissant, il a un terme qui est zero, ou du moins un infiniment petit d'un ordre inférieur à ce qu'il étoit ; & en ce cas il donne une courbure nulle. Ainsi, comme croissant, & tendant à donner une courbure infinie, il sembleroit qu'il dût avoir le fini pour terme, ou devenir lui-même fini. C'est même l'idée que les Géométres en ont euë jusqu'à présent, & qui ne les a point trompez dans le calcul. Mais M. de Fontenelle rectifie cette idée par rapport à la spéculation, & parvient dans la suite à rendre le calcul plus simple. Il ne s'agit ici que d'exposer en quoi il fait consister la courbure infinie, ou le dernier terme de la courbure croissante.

La courbure infinie n'arrivant jamais que dans un passage ou un changement de la courbe, il démontre d'abord qu'il est impossible qu'il y ait là un angle fini, qui par la loi de la croissance qui l'auroit amené à ce terme, pourroit être très grand, & même droit. Or il n'y a point de courbe, quelque point de passage qu'on lui suppose, dans le cours de laquelle on puisse appercevoir ni assigner aucun angle non plus qu'aucun côté déterminable. Cela est contraire à ce que

l'oeil, & bien plus encore à ce que l'eſprit voit dans les courbes, pour peu qu'on ait approfondi leur nature. Voici donc en quoi conſiſte la courbure infinie. On ſe ſouvient que vers le commencement de cette ſeconde Partie, nous avons remarqué que l'angle de contingence demeurant le même, la courbure augmente par un côté qui devient plus court. Ainſi l'angle de contingence demeurant infiniment petit, la courbure deviendra infinie, ſi à un côté de la courbe infiniment petit du premier ordre, tels qu'ils le ſont tous, ſuccede immédiatement & tout d'un coup un côté infiniment petit du ſecond. La courbure croiſſante n'arrive donc pas à la courbure infinie par un angle fini qui eſt impoſſible dans une courbe. Mais ſur le point que cet angle, pour ſatisfaire à la loi de la croiſſance, alloit être fini ; le côté de la courbe devenant infiniment petit du ſecond ordre, fait par rapport à la courbure infinie, la fonction qu'auroit faite un angle de contingence fini, s'il avoit pû exiſter.

De-là il ſuit que ſi la courbure infinie eſt jointe à une infléxion, il y aura deux côtez infiniment petits du ſecond ordre poſez bout à bout l'un de l'autre ; & ſi elle eſt jointe à un rebrouſſement, ces deux côtez infiniment petits du ſecond ordre ſeront exactement poſez l'un ſur l'autre.

Enfin comme cette courbure infinie n'arrive qu'en un ſeul point de paſſage ou de changement, les côtez de la courbe reprennent auſſi-tôt leur grandeur, & même leur égalité précédente ; & les angles de contingence arrivez à un terme de croiſſance, décroîtront enſuite juſqu'à zero, ou juſqu'à un infiniment petit d'un ordre inférieur, & donneront là une courbure nulle.

Dans les deux derniéres Sections de la premiére Partie, l'Auteur juſtifie par le calcul les véritez de ſpéculation que nous avons tirées des Sections précédentes. Il en trouve quelques-unes, en ſe ſervant du calcul différentiel, tel qu'on l'a employé juſqu'à préſent ; c'eſt-à-dire, en déſignant tous les Infinis croiſſans ou fixes, complets ou incomplets, par un caractére uniforme ; ou en ne diſtinguant les infiniment petits,

qu'on a plus étudiez, que par des exposans en nombres entiers. Il y a bien des cas où cette indication vague suffit, parce qu'on n'y cherche que le rapport du Fini à l'Infini ou à zero, toûjours suffisamment déterminé par les distances les plus générales de l'un à l'autre. On a même établi des rapports finis, ou de nombre à nombre, entre des Infinis qu'on a presque toûjours pris du même ordre, ou entre des infiniment petits de différens ordres toûjours complets. Mais M. de Fontenelle introduisant la distinction des ordres potentiels & des ordres radicaux, met une plus grande exactitude dans le calcul, & répand par conséquent une nouvelle lumiére sur la Géométrie.

C'est par cette distinction que tout ce qu'il a avancé sur le parallélisme & sur la perpendicularité des courbes asymptotiques, ou non asymptotiques, est vérifié dans la Section onziéme. Cette distinction n'est pas nécessaire à l'égard des courbes, où l'une des deux inconnües devenant infinie, l'autre demeure finie, ou devient zero; parce que l'Infini quelconque de la premiére, ainsi que nous venons de le dire, la distingue suffisamment de l'autre. Mais lorsque deux inconnües de différente dimension deviennent infinies ensemble, elles le sont infailliblement en différent degré : & ce n'est qu'en démêlant cette différence, par le calcul même, quoiqu'on ne l'ait pas encore porté à cette précision, que l'on peut reconnoître la valeur propre ou le rapport exact de ces inconnües, dans cette situation extrême. Dans le cas du parallélisme des courbes, on sçait, par exemple, que la différence de la derniére ordonnée de la parabole est infiniment inférieure à la derniére différence de l'axe, celle-ci étant toûjours un infiniment petit constant. Mais on n'avoit pas encore pris garde que cette infériorité infinie peut ne consister que dans l'infériorité d'un seul ordre radical dans le même ordre potentiel : & de plus, en ne se servant que d'Infinis vagues, cette supériorité suffit pour réduire l'infiniment petit de l'ordonnée à zero, en comparaison de l'infiniment petit de l'axe. Vérité de rapport général dont les Géométres se sont contentez.

D'un autre côté il arrive quelquefois, comme dans la premiére parabole cubique, que le calcul différentiel ordinaire abaiſſera l'infiniment petit de l'ordonnée de trois ordres au-deſſous de l'infiniment petit de l'axe, auquel cas la courbe devroit avoir une aſymptote, puiſqu'il ne faut qu'une infériorité de deux ordres pour cet effet : cependant la premiére parabole cubique n'en a point. Mais ſi l'on avoit bien caractériſé les Infinis, on auroit vû que ces ordres ne ſont que des ordres radicaux ; & il faut pour l'aſymptotiſme, que l'infériorité de la différence de l'ordonnée, par rapport à celle de l'axe ou de l'abſciſſe, ſoit de deux ordres potentiels.

L'Auteur diſcute avec la même attention le cas où les courbes arrivent à la perpendicularité par un cours infini ; & il enſeigne par des exemples la maniére dont il faut ſe ſervir du calcul différentiel pour trouver, par les diſtinctions qu'il a établies, les rapports juſtes que l'on cherche. Mais comme il obſerve lui-même que la perpendicularité d'une courbe ſur un axe n'eſt que ſon paralléliſme ſur un autre ; cette raiſon ſuffit pour nous diſpenſer de l'explication de ce ſecond cas dans un Extrait.

Cette même Section finit par l'examen des ſoutangentes. Nous nous bornerons à dire ſur ce ſujet, que l'Auteur démontre que dans la perpendicularité, arrivant au bout d'un cours infini d'une courbe, la ſoutangente eſt ſouvent infinie. Cette propoſition paroîtra ſans doute un paradoxe aux Géométres, qui ont toûjours dit que toute ſoutangente étoit nulle dans la perpendicularité. Mais, outre qu'ils ne fondent cet axiome que ſur ce qui arrive à l'origine ou à l'extrémité des courbes conſidérées dans un cours fini ; d'ailleurs à l'extrémité même d'un cours infini, ils ont raiſon encore, non à l'égard de la valeur réelle de la ſoutangente qui eſt infinie, mais à l'égard de ſon rapport avec l'ordonnée, qui ſera toûjours infinie au moins d'un ordre radical ſupérieur à celui de la ſoutangente. Ainſi la confuſion des Infinis n'a pas donné une erreur de rapport entre ces deux lignes : mais elle a empêché de connoître la valeur propre de chacune d'elles.

Enfin, dans la douziéme & derniére Section de sa premiére Partie, l'Auteur applique à des courbes particuliéres, ce qu'il a déja dit en général de la courbure. Les Géométres avoient tiré jusqu'à présent l'évaluation des courbures, des rayons des développées; parce que l'angle que deux de ces rayons infiniment proches forment entre eux, est toûjours égal à l'angle de contingence. Mais sans employer les rayons d'une développée, étrangere par elle-même à la courbe dont on cherche les propriétez; M. de Fontenelle donne une formule toute nouvelle de la courbure, tirée immédiatement de la nature de la courbe principale. Il trouve que le sinus de l'angle de contingence, dont il s'agit uniquement dans cette recherche, est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dont un des côtez est la seconde différence de l'ordonnée de cette courbe, & l'autre la seconde différence de son abscisse. Et de plus cette formule est beaucoup plus simple que celle du rayon de la développée, dont il falloit tirer encore par une seconde opération le sinus de l'angle de contingence.

Cette formule, dont la valeur varie sans cesse à l'égard des autres courbes, a une valeur toûjours constante dans le cercle. Mais il faut la sçavoir trouver constante; comme dans les autres courbes, il faut sçavoir suivre sa variation; ce qui ne se peut sans un examen attentif de ce qui leur arrive à chaque point en conséquence de leur nature.

L'Auteur résout ici une difficulté qui a été faite depuis long-temps au sujet du Cercle, & par laquelle même quelques-uns ont crû ébranler la certitude de la Géométrie. On démontre qu'entre le cercle & sa tangente on ne sçauroit faire passer aucune ligne droite; & l'on démontre aussi qu'entre le même cercle & sa tangente on peut faire passer une infinité d'autres cercles. Il y a là une contradiction qui paroît d'autant plus formelle, qu'il s'agit non seulement d'une ligne, mais d'une infinité de lignes qu'on semble faire passer dans un espace où l'on soûtient qu'il n'en peut passer une seule. Cette difficulté s'évanoüira par l'image seule qu'on voudra se faire d'un nombre quelconque de cercles de différentes grandeurs,

grandeurs, mais tous polygones infinis, appuyez tous par un de leurs côtez ſur la même tangente, qui n'eſt que le prolongement de tous ces côtez de différentes grandeurs eux-mêmes, en une ſeule ligne droite. Car on verra qu'aucun de ces cercles ne paſſe dans l'autre ; mais ils ſe détournent de cette tangente plus loin du premier point touchant les uns que les autres, à proportion qu'ils ſont plus grands : & ſuivant l'idée que nous avons donnée de la courbure, faiſant tous le même détour après de plus grands pas, ils ſont moins courbes les uns que les autres, à proportion de leur grandeur. Au contraire je ne ſçaurois faire paſſer une ligne droite entre la tangente & aucun de ces cercles ; & la ligne qui partant du premier point touchant, coupera un ſeul d'entr'eux, les coupera tous.

L'application que l'Auteur fait de la formule de la courbure à pluſieurs ſortes de courbes, & ſur-tout aux paraboles, eſt extrêmement curieuſe, par la gradation qu'il obſerve entre ces paraboles, non ſeulement d'un degré à l'autre, mais de la premiére à la derniére de chaque degré. En général la courbure des courbes peut être croiſſante ou décroiſſante vers l'origine, & le contraire vers l'extrémité. Cette contrariété indique qu'il y a un point où elles ont changé à cet égard la nature de leur progrès, & où par conſéquent elles ont eu un *maximum* ou un *minimum* de courbure que la formule fait trouver exactement. Mais le principal eſt de juger par la courbure de l'extrémité, ſi la courbe n'a point d'aſymptote, ou en a une. La comparaiſon de la branche perpendiculaire de la logarithmique qui n'en a point, avec la branche perpendiculaire de l'hyperbole qui en a une, fera conclure d'abord que le ſinus de l'angle de la courbure tombant à l'infiniment petit du quatriéme degré, ne marque point encore l'aſymptotiſme; au lieu que tombant à l'infiniment petit du cinquiéme, il le marque infailliblement. Mais un examen plus profond donne quelque choſe de plus précis.

Le ſinus de l'angle de contingence qui exprime la courbure, étant par lui-même un infiniment petit du ſecond ordre,

ce qui fait une courbure ordinaire & finie ; il ſuffit qu'il s'éleve d'un ſeul ordre radical au-deſſus de ce ſecond ordre pour donner une courbure infinie. Mais dès qu'il commence à deſcendre du ſecond vers le troiſiéme, il donne une courbure nulle ; & par conſéquent les extrémitez des courbes compriſes dans cet intervalle, ſeront lignes droites dans une étenduë infiniment petite. Depuis le troiſiéme ordre juſqu'au quatriéme ces extrémitez ſeront lignes droites dans des étenduës finies, ce qui déja ne peut arriver qu'à des courbes d'un cours infini. Depuis le quatriéme juſqu'au cinquiéme elles ſeront lignes droites dans des étenduës infinies ſans aſymptote. Enfin au cinquiéme ces extrémitez ſeront lignes droites dans des étenduës infinies avec aſymptote : & la courbure deſcendant plus bas, ces aſymptotes ſe confondront toûjours plûtôt avec ces courbes, que nous avons appellées ailleurs par cette raiſon *toûjours plus aſymptotiques*.

Nous n'alleguerons plus au ſujet de la courbure que l'exemple de la cycloïde ; il ſemble fait exprès pour autoriſer l'idée de l'Auteur ſur la courbure infinie naiſſant d'un côté infiniment petit du ſecond ordre, qui ſuccéde immédiatement à des côtez de la courbe infiniment petits du premier, & tous égaux. La courbure de l'extrémité de la cycloïde, ou du point où elle rencontre ſa baſe, ſe trouve infinie par la formule. Les ordonnées du demi-cercle générateur prolongées ont toûjours été celles de la cycloïde. Mais le dernier côté du demi-cercle arrivant à la baſe de la cycloïde, ſe joint parallélement à cette baſe ; au lieu que le dernier côté de la cycloïde tombe perpendiculairement ſur elle. Les deux derniéres ordonnées du demi-cercle conçûës tirées des deux extrémitez de ſon dernier côté, ne ſeront donc diſtantes l'une de l'autre en ce point que d'un infiniment petit du ſecond ordre, quoique juſque-là les ordonnées ayent été diſtantes d'un infiniment petit du premier. Ces deux derniéres ordonnées du demi-cercle, prolongées juſqu'à la cycloïde enfermeront donc entre elles un dernier côté de la cycloïde infiniment petit du ſecond ordre, & perpendiculaire ſur la baſe ; quoique tous les précé-

dens ayent été du premier, & égaux entre eux. Ainsi voilà un changement d'ordre en un point unique, prouvé par la seule comparaison de la cycloïde avec son cercle générateur, indépendamment d'abord de toute recherche de courbure, & qui s'accorde ensuite avec la courbure infinie donnée par la formule, indépendamment de la comparaison des deux courbes.

La seconde partie de l'ouvrage de M. de Fontenelle, à laquelle nous arrivons ici, est intitulée *Différentes Applications, ou Remarques*. Les véritez que l'Auteur y dévoile, ne sont en effet qu'une suite des principes qu'il a posez. Mais ces véritez déja neuves de la nouveauté de leurs principes peu connus jusqu'à présent, le paroîtront encore beaucoup par l'art qui les en a tirées. Cette Partie est divisée en huit Sections. Dans la première, l'Auteur prouve l'exactitude du calcul de l'Infini, principalement à l'égard de la suppression que l'on y fait, non seulement des Finis, mais des Infinis d'ordres inférieurs. Le fond de sa preuve est que le vrai caractére de l'Infini est de faire disparoître les grandeurs finies. Nous ne pouvons presque saisir sa valeur propre ou son rapport que par-là. Ainsi lorsque je laisserai subsister une grandeur finie devant l'expression générale d'une autre grandeur ; j'aurai beau appeller celle-ci infinie, elle ne le sera point; puisque je ne la fais pas assez grande par rapport à l'autre. Bien loin donc que le calcul fût plus exact par la conservation de l'autre, je n'aurois seulement pas la principale propriété de celle que j'examine. Ce raisonnement doit s'étendre aux Infinis supérieurs par rapport aux inférieurs.

Dans la deuxiéme Section, l'Auteur cherche la valeur des espaces hyperboliques, & il la trouve par la Théorie des sommes des suites, & par celle des Infinis radicaux. L'élément de tout espace de courbe étant, selon la nouvelle Géométrie, le produit de l'ordonnée par l'infiniment petit de l'axe ; il ne s'agit que de trouver la valeur de cet élément, tant à l'origine de l'hyperbole de tout degré qu'à son extrémité, soit paralléle, soit perpendiculaire. On aura alors la représentation du

commencement & de la fin d'une ſuite infinie de nombres qui commence par un infiniment petit du premier ordre, & qui finit ou par un infiniment petit d'un ordre quelconque, ou par un Fini, ou même par un infiniment grand. Or on ſçait par la ſeptiéme Section, ſi la ſomme de ces ſortes de ſuites eſt finie ou infinie, dans tous les cas qui peuvent ſe préſenter; on ſçaura donc ſi l'eſpace hyperbolique eſt fini ou infini. Il faut ſeulement obſerver que depuis l'origine de toute hyperbole juſqu'à ſon extrémité paralléle, la ſuite eſt infiniment infinie; & qu'ainſi il faut élever ſon premier & ſon dernier terme d'un ordre, pour pouvoir juger de la ſomme; au lieu que depuis l'origine juſqu'à l'extrémité perpendiculaire, la ſuite eſt ſimplement infinie; & qu'ainſi la ſomme ſe manifeſte par elle-même. Cette méthode fait voir que les deux eſpaces de l'hyperbole ordinaire ſont infinis; au lieu que toutes les autres en ont un fini & l'autre infini. On apprend encore par-là que les deux aſymptotes de toutes les hyperboles, excepté celles de l'hyperbole ordinaire, ſont inégales de quelques ordres radicaux ou potentiels, & que l'eſpace infini eſt toûjours du côté de la plus grande aſymptote.

Il s'agit dans la troiſiéme Section des rencontres de différentes courbes, ou de différentes branches d'une même courbe. L'Auteur y explique le fameux cas où le numerateur & le dénominateur de la fraction qui exprime une ſoutagente deviennent tous deux égaux à zero. La raiſon de cet effet eſt que les deux infiniment petits de la formule des ſoutangentes ſont devenus infiniment plus petits qu'ils ne le ſeroient hors du cas de la rencontre de deux branches, ainſi le calcul doit les préſenter en zero. S'il y a trois branches, une ſeconde différentiation donnera encore zero, & ainſi de ſuite. Mais cela n'arriveroit point, ſi du premier coup on portoit la formule au degré d'infiniment petit qui répond au nombre des branches. Cependant comme les infiniment petits de la formule, demeurant dans le premier ordre, ont la même poſition, & par conſéquent le même rapport entr'eux qu'ils auroient dans un ordre convenable; il ne réſulte pas de-là

une ſoutangente fauſſe, mais il ne réſulte rien. En effet, nous avons déja inſinué que les rapports généraux, conſervez entre les Infinis, ne jettent point dans l'erreur; mais il n'y a que leur valeur propre qui puiſſe donner les grandeurs exactes que l'on cherche.

La quatriéme Section traite des figures iſopérimétres. Elle tient au ſujet principal du Livre, parce que les propriétez de ces ſortes de figures ont leur naiſſance dans l'infiniment petit, & leur accompliſſement dans le Fini. Mais nous ne donnerons ici que les premiéres idées de cette recherche, & les derniéres concluſions où elle conduit. Les figures iſopérimétres ſont celles qui ont un contour de même longueur : & l'on demande ſelon quelle diſpoſition des parties de ce contour elles auront la plus grande aire, ou enfermeront le plus grand eſpace. Un fil d'un pied de long, duquel je joins les deux bouts, & que j'étends en deux côtez d'un demi-pied chacun, forme une eſpece de figure, mais la moindre de toutes : c'eſt un infiniment petit d'eſpace, & un des deux extrêmes de la ſuppoſition. Faiſons en un triangle le premier des polygones; l'équilatéral ſera le plus grand de tous; ce qui m'apprend déja que la figure iſopérimétre tire un grand avantage de l'égalité des côtez, jointe non ſeulement à l'égalité, mais à la multiplicité & des angles & des côtez. Si je paſſe au quarré & de-là aux polygones ſupérieurs, toûjours plus grands les uns que les autres dans le même contour; je découvre qu'en conſervant toûjours l'égalité & des angles & des côtez, l'eſpace augmente par l'augmentation de chaque angle & par la diminution de chaque côté; juſqu'à ce qu'enfin j'arrive au cercle, la plus grande des figures iſopérimétres, l'autre extrême de la ſuppoſition, qui contient un nombre infini de côtez & d'angles, ceux-là les plus petits, & ceux-ci les plus grands qu'ils puiſſent être, en conſervant l'égalité parfaite dans le contour ou le périmétre donné.

Mais les Géométres, en comparant enſemble des courbes iſopérimétres, forment ordinairement un eſpace mixtiligne compoſé de l'arc de la courbe, de ſon abſciſſe & de ſon

ordonnée correſpondante. Alors prenant les arcs égaux, ils trouvent les plus grandes aires dans les courbes dont le progrès des courbures approche le plus d'une progreſſion arithmétique, ou qui gardent un certain rapport conſtant & le plus approchant de l'égalité dans les ſinus de leurs courbures.

Nous ne dirons qu'un mot de la cinquiéme Section, qui eſt elle-même fort courte. L'Auteur y examine la formation élémentaire des lignes, des plans & des ſolides. Il prouve que les lignes droites ou courbes ne ſont pas formées par des points, qui étant ſans étenduë, même lineaire, ne ſont capables d'aucune multiplication. Ainſi une infinité de *non-étenduës* ou de zero ne donne rien. Mais une infinité de lignes infiniment petites, donnent une ligne finie. A l'égard des courbes, tous les Géométres conviennent que leurs élémens ont une poſition qui détermine leur inclinaiſon ſur l'axe, & dont le prolongement fait la tangente. Or un point n'a aucune poſition, & l'on ne peut pas le prolonger plûtôt d'un côté que d'un autre. De même les plans doivent être conçûs comme formez par d'autres plans infiniment petits. Un cercle, par exemple, eſt compoſé de petits triangles élémentaires dont la pointe eſt au centre, & dont les baſes ſont les arcs conçûs eux-mêmes comme lignes droites. Par-là on ſauve toutes les chicannes tirées d'un cercle formé par des rayons plus diſtans les uns des autres vers la circonférence que vers le centre. Enfin les ſolides ſont formez par des ſolides élémentaires convenables à leurs figures ; un cylindre, par exemple, eſt compoſé de priſmes triangulaires qui concourent tous à l'axe. Auſſi la nouvelle Géométrie donne-t'elle toûjours les élémens ou les différentielles de la même dimenſion que les grandeurs ou les intégrales.

Dans la ſixiéme Section, l'Auteur cherche la valeur des eſpaces aſymptotiques, & des ſolides formez par leur révolution autour d'un axe. Nous avons déja dit que les courbes aſymptotiques ne ſont courbes que pendant un cours fini indéterminable, & que par conſéquent elles ſont paralléles à leur aſymptote pendant un cours infini. Mais ce paralléliſme

eſt ſuſceptible d'augmentation. Pour le faire concevoir ; au lieu de ſuppoſer l'axe infini qui ſert d'aſymptote diviſé en un nombre infiniment infini de parties infiniment petites, nous le ſuppoſerons diviſé en un nombre ſimplement infini de parties finies. De-là il ſuivra que les ordonnées priſes aux extrémitez de ces intervalles vers l'origine de la courbe, n'auront plus que des différences finies. Le parallélîſme commence dès que ces ordonnées encore finies commencent à n'avoir aux extrémitez de ces intervalles que des différences infiniment petites : & le parallélîſme augmente, lorſque ces ordonnées, devenant elles-mêmes infiniment petites, prennent des différences d'un ordre inférieur à elles, ſucceſſivement juſqu'au dernier ordre que puiſſe donner l'équation ou la nature de la courbe, & au commencement duquel on doit s'arrêter. Il faut donc ſe repréſenter la courbe depuis le point où elle devient paralléle à l'aſymptote juſqu'à l'extrémité de ſon cours, comme compoſée de côtés qui après des pas finis ſe détournent infiniment peu, & par conſéquent comme une ligne qui demeure droite dans une étenduë finie, & qui ne devient courbe que dans une étenduë infinie.

Les courbes, toûjours plus aſymptotiques, ſont celles qui ont le plus de ces côtez toûjours plus paralléles à l'aſymptote, & toûjours plus proches d'elles. Mais ce ſont auſſi celles qui ont les eſpaces aſymptotiques les plus petits. L'ordre d'ordonnées qui précéde immédiatement celui où l'on doit s'arrêter, eſt le ſeul où ces ordonnées ſoient en nombre infini. Et l'eſpace aſymptotique ne peut être infini que lorſque ces ordonnées en nombre infini ſont elles-mêmes finies. Or comme cela arrive en peu de courbes, on en doit conclure qu'entre les eſpaces aſymptotiques tous infinis en longueur, il y en a infiniment plus de finis que d'infinis dans leur valeur.

Au ſujet des ſolides formez par des eſpaces aſymptotiques, nous nous contenterons de dire qu'on peut les conſidérer ſuivant deux ſortes de révolutions. La premiére eſt celle qui fait tourner cet eſpace autour de la premiére ordonnée finie ; & la ſeconde eſt celle qui le fait tourner autour de l'aſymptote

infinie. Dans la premiére, le ſolide a une hauteur finie ſur une baſe infinie ; & dans la ſeconde, il a une hauteur infinie ſur une baſe finie. La baſe de la premiére révolution étant un plan circulaire dont l'aſymptote infinie du premier ordre eſt le demi-diametre, & les aires circulaires étant toûjours comme les quarrez de leurs diametres, cette baſe eſt toûjours un Infini du ſecond ordre. Le cylindre ne peut jamais être moindre que le Fini, à cauſe de ſa partie du milieu, qui a toûjours une hauteur & une baſe finie. Mais le tout enſemble peut demeurer fini ; & il demeurera tel, lorſque les derniéres ordonnées en nombre infini ſur l'aſymptote ne ſeront que des infiniment petits du ſecond ordre; car c'eſt une moyenne entre elles qui ſera la hauteur du ſolide. Or un infiniment petit du ſecond ordre, multipliant un infiniment grand du même ordre, ne fait qu'un Fini. Ainſi à proportion que ces ordonnées en nombre infini s'éleveront d'ordre depuis le ſecond juſqu'au fini, elles feront des ſolides infinis plus grands; & à proportion qu'elles baiſſeront d'ordre depuis le même terme, elles feront des ſolides finis plus petits. Mais dans cette premiére révolution il y a une longue ſuite de cas où des eſpaces finis donnent des ſolides infinis.

A l'égard de la ſeconde, ſa hauteur, comme nous l'avons dit, eſt l'aſymptote infinie; & la baſe, qui eſt le quarré de quelque ordonnée moyenne entre celles qui ſont en nombre infini, ne peut jamais être que finie, & même une fraction. Or afin que le ſolide demeure infini, il faut que cette fraction, étant quarrée, ne devienne pas un infiniment petit; car un infiniment petit multipliant un Infini, ne fait qu'une grandeur finie. La courbe qui conſervera infini ſon ſolide de la ſeconde révolution, comme la premiére & la ſeconde hyperbole du cinquiéme degré, ſera donc moins aſymptotique que l'hyperbole ordinaire qui n'a ſon ſolide de la ſeconde révolution que fini. Enfin l'exemple de l'hyperbole ordinaire fait voir que tout au contraire de la premiére révolution, des eſpaces infinis peuvent ne donner que des ſolides finis dans la ſeconde. Cette Section, bien étudiée & bien compriſe, donne

le

le dénoüement de ces variétez que les grands Géométres ont admirées eux-mêmes dans ces especes de cubatures; & l'on pourra desormais prévoir par le seul examen de l'aire asymtotique d'une courbe, de quel ordre sera sa solidité.

La septiéme Section a pour titre : *De la communication ou de la non-communication des rapports entre l'Infini & le Fini.* Elle est sans contredit une des plus belles & des plus utiles de tout l'ouvrage; l'Auteur y développe le principe qui fait qu'on a la valeur de certains espaces curvilignes, ou la quadrature de certaines courbes, sans qu'on puisse avoir la valeur ou la quadrature des autres. Il conçoit un axe infini, divisé en parties finies, sur chacune desquelles il éleve les termes successifs de différentes suites infinies de nombres qui formeront un espace croissant. Si cet espace a un rapport fini quelconque avec le rectangle formé par l'axe & par la derniére & la plus grande des ordonnées, rectangle infini qu'il appelle *suite pleine;* ce rapport se conservera dans le Fini. L'Auteur change donc les parties finies de l'axe en infiniment petits, & il abaisse les ordonnées à l'ordre inférieur à celui dont elles étoient, en conservant leur rapport entr'elles. Elles vont remplir maintenant un espace curviligne fini, qui gardera nécessairement avec le rectangle fini correspondant le rapport que l'espace curviligne infini avoit au rectangle infini : or en connoissant la somme de cette suite infinie d'ordonnées infiniment proches, & qui ne laissent aucun vuide entre elles, on connoîtra le rapport de l'espace qu'elles remplissent avec l'espace total du rectangle correspondant; & l'on aura la quadrature de la courbe, par une communication de rapport entre l'Infini & le Fini. La suite A élevée à tous les exposans entiers ou fractionaires qu'on voudra lui donner, répond à des paraboles, espece de courbe quarrable dans tous ses degrez; parce qu'on a la somme de A, élevée à tous ses exposans entiers ou fractionaires. On quarre par la même raison les courbes qui représentent tous les nombres polygones ou figurez, parce qu'on a leurs sommes. Ces courbes sont encore des paraboles; mais tous les polygones sont compris dans la seule

parabole ordinaire, en changeant ſeulement ſon origine ou ſon paramétre ; & tous les figurez ſont exprimez ſucceſſivement par les derniéres paraboles de chaque degré.

Mais il arrive ſouvent que le rectangle infini, dont nous venons de parler, n'aura aucun rapport fini avec l'eſpace pris par une courbe que l'on auroit tracée dans l'aire de ce rectangle. Ce cas arrive à l'égard de toutes les courbes aſymptotiques, dont l'eſpace n'eſt jamais qu'un Infini radical en comparaiſon du rectangle infini correſpondant, qui eſt un Infini complet. Or, il eſt impoſſible d'amener dans le Fini, le rapport d'un Infini radical à un Infini complet. Ainſi il y a là une *non-communication* de rapport entre l'Infini & le Fini. Mais au défaut de ce rapport, on peut trouver, ſinon la valeur préciſe, du moins l'ordre des ſommes des ordonnées qui rempliſſent l'eſpace aſymptotique. La ſuite *A*, élevée à tel expoſant entier ou fractionaire qu'on voudra, mais renduë elle-même fractionaire ſous le numerateur perpetuel 1, ſera repréſentée par des hyperboles. L'hyperbole ordinaire repréſente la ſuite $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$. Auſſi ſon eſpace aſymptotique eſt-il infini, parce que la ſomme de cette ſuite eſt infinie. Mais elle n'eſt qu'un Infini radical en comparaiſon de la ſuite pleine, ou de l'Infini complet des unitez, repréſentée par le rectangle *infini correſpondant*. Tous les polygones réduits en fraction forment l'hyperbole du troiſiéme degré différemment modifiée ; & tous les figurez réduits auſſi en fraction, forment les derniéres hyperboles du degré qui répond au leur.

A l'égard du cercle dont on n'a point encore la quadrature, on la trouveroit par le ſeul rapport de ſon diametre à ſa circonférence. Ce rapport eſt fini ſans doute, mais ſelon toute apparence, étant incommenſurable, il vient de l'Infini, & y tient d'une maniére qui nous eſt inconnuë. L'examen de l'Infini a fait découvrir à M. de Fontenelle, quatre eſpeces d'incommenſurables. La premiére ſeule nous eſt connuë. On ne ſçauroit la repréſenter en nombres, mais on la repréſente en lignes : & les trois autres ne ſe peuvent repréſenter ni de l'une ni de l'autre maniére. Si l'on démontroit que le rapport

de la circonférence au diametre n'eſt ni commenſurable, ni incommenſurable de la premiére eſpece, on démontreroit par excluſion qu'il eſt de l'une des trois autres. Mais comme elles ſont également hors de priſe à l'eſprit humain, il ſera toûjours impoſſible, non ſeulement de déterminer ce rapport dans quelqu'une d'elles, mais de décider même dans laquelle des trois il peut-être.

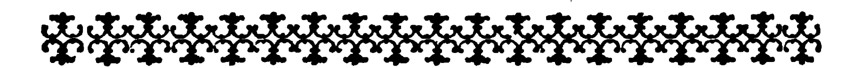
Enfin, la huitiéme & derniére Section traite des forces centrales. La Théorie des mouvemens réduits au calcul n'a jamais été préſentée d'une maniére plus claire & plus ſenſible; & cette explication donne un nouveau luſtre à la réſolution du problême qui fit trouver à M. le Marquis de l'Hôpital la courbe d'égale preſſion. Mais indépendamment du terme qu'il eſt temps de mettre à cet Extrait; les parties de cette derniére Section ſont tellement liées les unes aux autres, qu'il ſeroit très-difficile de trouver un milieu entre la ſeule expoſition du ſujet, telle que nous venons de la faire, & la Section toute entiére qu'il faudroit tranſcrire.

NOus renvoyons entiérement aux Memoires

L'Ecrit de M. Nicole ſur la Sommation d'une infinité de Suites nouvelles, dont on n'auroit point les ſommes par les méthodes connües. V. les M. p. 257.

Les Recherches de M. Saurin ſur la rectification du Barométre. V. les M. p. 282.





ASTRONOMIE.

SUR LE PREMIER SATELLITE DE JUPITER,

Et sur les Tables que feu M. Cassini en a données.

V. les M. p. 350.

C'EST une chose très connüe que la grande utilité des Eclipses des Satellites de Jupiter. Ils avoient été découverts en 1610 par Galilée, mais leurs mouvements ne furent observés avec un peu d'exactitude que depuis 1650, & cependant feu M. Cassini fut en état d'en donner dès 1668 des Tables, qu'il publia encore plus parfaites en 1693, ce qui paroîtra un Chef-d'œuvre d'Astronomie à quiconque sçaura & la nature & le nombre des difficultés qu'il avoit eües à vaincre dans une entreprise si hardie. Ces Tables sont construites sur des principes qui pourroient être assés cachés pour la plûpart de ceux qui en feroient usage, M. Maraldi a cru qu'il seroit utile de les expliquer; de plus si pour une plus grande sûreté on compare encore tous les jours les Observations aux Tables des mouvements celestes les plus anciennement connus, tels que ceux du Soleil & de la Lune, à plus forte raison sera-t'il bon de comparer les Observations des Satellites connus depuis si peu de temps à leurs Tables, quoique composées par un excellent Astronome. Nous allons donner d'abord une idée des principes de leur construction. Il ne s'agira que du 1er Satellite, le plus utile, & pour ainsi dire, le plus employé des quatre, parce qu'étant le plus proche de Jupiter, il fait autour de lui la révolution la plus courte, & tombe plus souvent dans son ombre. Sa révolution autour de Jupiter n'est que de 1 jour, 18h 28′ 36″.

On cherche à déterminer le plus précisément qu'il soit possible, le temps où arrivent les Eclipses du Satellite vûës de la Terre. Si nous étions dans Jupiter, cette détermination ne dépendroit que du mouvement du Satellite autour de Jupiter, mais de dessus la Terre où nous sommes, elle dépend encore du mouvement du Satellite par rapport à la Terre, ou plûtôt du mouvement par lequel Jupiter qui tourne *essentiellement* autour du Soleil, & par *accident* autour de la Terre, emporte son Satellite avec lui autour de la Terre.

A en juger par la Lune, vrai Satellite de la Terre, le Satellite de Jupiter se meut autour de lui dans une Ellipse dont le centre de Jupiter est un foyer, & par conséquent son mouvement sera inégal. Mais cette Ellipse, si elle existe, ne peut être pour nous qu'un Cercle concentrique à Jupiter à cause de nôtre grand éloignement, & le mouvement du Satellite autour de Jupiter sera uniforme, toûjours égal en temps égaux. Feu M. Cassini a pris cela pour certain, quoique les Observations pussent à la fin démentir un peu cette supposition, & faire appercevoir quelque légere inégalité. Il ne reste donc à considérer que le mouvement par lequel Jupiter emporte avec lui son Satellite autour de la Terre, c'est-à-dire, le mouvement même de Jupiter par rapport à la Terre.

Ce mouvement, aussi-bien que celui de toutes les Planetes principales, a deux inégalités, l'une qu'on appelle premiére, & qui est réelle, l'autre qu'on appelle seconde, & qui n'est qu'optique. La 1re vient de ce que Jupiter se meut réellement dans une Ellipse autour du Soleil, & non pas dans un Cercle concentrique au Soleil; la 2de vient de ce que Jupiter est vû, non du Soleil, mais de la Terre, ce qui donne encore à son mouvement une inégalité apparente, outre la réelle qu'il avoit déja. Nous avons assés parlé de ces deux inégalités des Planetes dans quelques-uns des Volumes précédents.

La 1re inégalité de Jupiter se distribüe dans son Orbe Elliptique, qui doit être parcouru en un peu moins de 12 ans. On commence la distribution à l'Aphélie, qui est le point de l'Orbe le plus éloigné du Soleil, & où le mouvement moyen,

que l'on feint égal, concourt avec le vrai, qui est inégal. De-là jusqu'au Périhélie, où ces deux mouvements se retrouvent ensemble, il faut toûjours pour avoir le vrai ajoûter au moyen, que l'on a toûjours par les Tables, ou en retrancher une certaine quantité, qu'on appelle la *1re Equation*.

La 2de inégalité de Jupiter vient de ce que, tandis qu'il se meut en 12 ans sur son Orbe autour du Soleil, la Terre se meut aussi sur le sien en un an autour du même centre, & par conséquent ces deux mouvements se combinent de façon, que tantôt la Terre voit Jupiter aller plus vîte, tantôt plus lentement, par la seule raison qu'elle est différemment posée à son égard. Cette 2de inégalité se compte du point où la Terre est sur la même ligne droite que Jupiter & le Soleil, & est entre eux, ce que nous appellons une *opposition* de Jupiter. Alors il est vû de la Terre comme il le seroit du Soleil, c'est-à-dire, rapporté au même point du Zodiaque. La 2de inégalité est nulle à ce point, & se distribüe ensuite à tout le demi-Cercle qui est jusqu'à la Conjonction suivante. La Terre revient à ce même point au bout d'un an, mais elle n'y retrouve pas Jupiter, qui pendant ce temps-là a fait la 12me partie de son cours. Il faut donc, pour le retrouver, que la Terre se meuve encore un mois, & il y a 13 mois entre une opposition de Jupiter & la suivante.

Feu M. Cassini auroit pû distribuer dans ses Tables du premier Satellite, ces deux inégalités de Jupiter, comme le font ordinairement les Astronomes, mais il y auroit eû de l'embarras de calcul, & il trouva une méthode nouvelle, plus ingénieuse, & plus commode. A l'égard de la 1re inégalité, il s'apperçût que dans le temps d'un retour de Jupiter à son Aphélie, qui est un point mobile, & dont le mouvement est connu, le 1er Satellite faisoit précisément 2448 révolutions autour de Jupiter, or nous avons vû que c'est de ce point de l'Aphélie que se compte la 1re inégalité. Quant à la 2de, qui se compte d'une opposition de Jupiter à la suivante, il vit que pendant ce temps-là le Satellite faisoit 225 révolutions & $\frac{2}{5}$. Tout cela fut le fruit d'une assés longue &

assés fine recherche. Il donna au Satellite la quantité qui lui convenoit de l'une ou de l'autre inégalité de Jupiter, selon le nombre de la révolution qu'il faisoit alors par rapport à l'une ou à l'autre inégalité.

Ce sont donc ces nombres ou quantiémes des révolutions du Satellite autour de Jupiter, prises de l'une ou de l'autre maniére, qui réglent dans les Tables de M. Cassini, l'une ou l'autre inégalité du Satellite dans le moment dont il s'agit. Mais comme il n'étoit point dit dans ces Tables à quoi ces nombres avoient rapport, & d'où ils étoient tirés, & qu'il n'étoit pas facile de le deviner, M. Maraldi en a donné tout l'éclaircissement nécessaire.

Si les Tables s'en tenoient là, on n'y trouveroit que le moment des Conjonctions centrales du Satellite avec Jupiter, soit dans la partie supérieure de son Orbe, soit dans l'inférieure. Les Conjonctions dans la partie inférieure sont inutiles, parce qu'elles sont invisibles, le Satellite est alors perdu dans la lumiére de Jupiter. Les Conjonctions de la partie supérieure se font, lorsque le Satellite est dans l'axe de l'ombre de Jupiter, mais ce n'est pas là un moment où le Satellite soit visible, il ne l'est que quand il tombe dans l'ombre, ou en sort, c'est là le moment dont nous avons besoin, & dont on demande la détermination.

On l'aura bien certainement, si l'on sçait de quelle durée est une Eclipse entiére, car les Tables, dont nous venons de parler, ayant donné le moment de la Conjonction centrale ou du milieu de l'Eclipse, il ne faudra pour avoir l'entrée du Satellite dans l'ombre, ou son Immersion, que retrancher du temps de la Conjonction la moitié de la durée connuë de l'Eclipse entiére, ou au contraire pour avoir le moment de l'Emersion. Mais cette connoissance de la durée des Eclipses, on ne l'a pas par tout ce qui vient d'être dit, & il la faut tirer d'ailleurs.

Ce seroit une facilité pour y parvenir, que de voir dans une même Eclipse l'Immersion & l'Emersion, car le temps compris entre l'une & l'autre seroit la durée de cette Eclipse,

mais on ne voit jamais que l'Immersion ou l'Emersion, & voici d'où cela vient. Quand Jupiter est précisément en opposition, l'axe du Cone de son ombre est une continuation de la ligne droite sur laquelle sont les centres du Soleil, de la Terre & de Jupiter, rangés selon cet ordre. Si l'on conçoit les quatre Satellites de Jupiter disposés autour de lui à différentes distances, & tombants en même temps dans son ombre, on concevra aisément qu'il pourra y en avoir quelqu'un si proche de Jupiter, qu'on ne le verra point alors, parce qu'il sera caché à nos yeux par le corps de Jupiter, & quelque autre au contraire assés éloigné pour être vû; & par la position où la Terre est alors à l'égard de Jupiter & de son ombre, le Satellite qu'on aura vû entrer dans l'ombre, on l'en verra sortir aussi; & celui qu'on n'aura pas vû y entrer, on ne l'en verra pas sortir non plus; car cette position de la Terre est parfaitement la même par rapport à l'un & l'autre phénoméne. Or quoique le 1[er] Satellite de Jupiter soit à peu près aussi éloigné de lui que la Lune l'est de la Terre *, il est cependant si proche de Jupiter par rapport au grand éloignement où nous en sommes, qu'il est dans le cas de ne pouvoir être vû au moment de son Immersion, ni de son Emersion dans les oppositions de Jupiter. Mais la raison qui l'empêche d'être vû, cesse avant & après ces oppositions, la position de la Terre à l'égard de Jupiter & de son ombre est changée. Avant l'opposition, la Terre qui va d'Occident vers Jupiter, voit le côté Occidental de son ombre, & comme le Satellite dans la moitié supérieure de son Orbe va d'Occident en Orient, il tombe dans l'ombre par le côté vû de la Terre, ce qui est son Immersion, mais son Emersion nous est cachée par le globe de Jupiter, dont il est trop proche. Il est clair qu'après l'opposition, il n'y aura au contraire que l'Emersion qui soit visible.

* V. l'Hist. de 1716. p. 62. & 63.

Si l'on ne voit pas les deux extrémités d'une Eclipse du 1[er] Satellite dans l'ombre de Jupiter, on voit du moins celles d'une autre Eclipse toute opposée, qu'il souffre en passant devant cet Astre, dont la lumiére le fait évanoüir à nos yeux.

On

On le voit se plonger dans cette lumiére, & en sortir, & la durée de cette Eclipse seroit égale à celle de l'Eclipse dans l'ombre, si ce n'étoit que dans la premiére il traverse tout le disque de Jupiter, & que dans l'autre il fait un moindre chemin à cause que l'ombre est un Cone, & qu'il passe loin de sa base, dont le diametre est celui de Jupiter. On peut cependant s'aider quelquefois de cette méthode avec toutes les précautions requises, car dans des matiéres si délicates on n'a point trop de tous les secours possibles.

Encore un moyen pour avoir la durée d'une Eclipse du 1er Satellite, ce seroit d'avoir par observation le moment d'une Immersion avant l'opposition de Jupiter, & le moment d'une Emersion après cette même opposition. Pendant le temps compris entre ces deux moments, le Satellite a fait un certain nombre de révolutions autour de Jupiter, & quelque chose de plus; car le 1er moment a précédé une Conjonction avec Jupiter, & le 2^d^ en a suivi une autre. Ce quelque chose de plus est précisément la durée de l'Eclipse qu'on cherche, il ne faut donc, pour la trouver, que retrancher du temps total écoulé entre les deux moments, celui qui appartient au nombre connu des révolutions. Ce moyen sera d'autant plus exact, que l'Immersion & l'Emersion observées auront été moins éloignées de l'opposition de Jupiter, & par conséquent moins éloignées entr'elles, car autrement les inégalités du mouvement de Jupiter entreroient pour une quantité trop considérable dans les temps d'une Immersion & d'une Emersion fort éloignées. Par cette même raison on voit que ce moyen ne peut guére être pratiqué qu'une fois pour chaque opposition de Jupiter, & qu'il est d'un usage rare, puisqu'entre une opposition de Jupiter & la suivante, il y a 13 mois, sans compter les obstacles étrangers qui s'opposent si souvent aux Observations.

Il en faut venir enfin à trouver la durée des Eclipses du Satellite par la même voye que l'on a trouvé celle des Eclipses de Lune, quoique nous soyons à l'égard du Satellite dans une situation infiniment desavantageuse en comparaison de

celle où nous ſommes à l'égard de la Lune; mais l'art de M. Caſſini a vaincu toutes les difficultés.

La détermination de la durée de nos Eclipſes de Lune dépend de ces trois principes.

1.° Il faut ſçavoir quelle eſt la grandeur de l'ombre de la Terre arrivée à l'Orbe de la Lune. Pour cela, il faut ſçavoir de quelle grandeur ſeront les diamétres tant du Soleil que de la Terre vûs l'un & l'autre de la Lune *, & de plus quelle eſt la diſtance de la Lune à la Terre; car il eſt clair que plus cette diſtance ſera petite, plus ſera grande la projection de l'ombre de la Terre dans l'Orbe de la Lune, & au contraire, & quant à la grandeur des diamétres du Soleil & de la Terre vûs de la Lune, on a vû dans l'endroit cité comment ils déterminent la grandeur de l'ombre.

* V. l'Hiſt. de 1703. p. 77. & ſuiv. 2de Edit.

2.° Il faut ſçavoir quelle eſt la latitude de la Lune, c'eſt-à-dire, le plus grand éloignement du plan de ſon Orbe au plan de l'Ecliptique; car comme l'axe de l'ombre de la Terre eſt toûjours dans le plan de l'Ecliptique, la Lune pourroit être ſi éloignée de cet axe, ainſi qu'elle l'eſt ſouvent, qu'elle ne tomberoit point dans l'ombre de la Terre, & plus elle approche de cet axe, plus elle s'y plonge, & au contraire.

3.° Il faut ſçavoir quel eſt dans l'Ecliptique le lieu des Nœuds de la Lune, ou de l'interſection de ſon Orbe avec l'Ecliptique. Il eſt viſible que plus elle eſt proche de ces Nœuds, plus elle ſe plonge dans l'ombre.

Tout cela a dû être tranſporté aux Eclipſes du Satellite cauſées par l'ombre de Jupiter.

1.° Il a fallu avoir le diamétre du Soleil tel qu'il eſt vû de Jupiter, & non pas de la Terre où nous ſommes, ce qu'on a tiré des diſtances connües de la Terre & de Jupiter au Soleil. Enſuite il a fallu avoir de même & par les mêmes principes le diamétre de Jupiter vû du Soleil. Quant à la diſtance du Satellite à Jupiter, ou, ce qui eſt à peu près le même, quant au rapport du diamétre de Jupiter à celui de l'Orbe du Satellite, c'eſt une choſe connüe immédiatement.

2.° Il a fallu avoir la latitude de l'Orbe du Satellite à

l'égard de l'Ecliptique de Jupiter, c'est-à-dire, du plan tiré par le centre de Jupiter, & par celui du Soleil, & c'est une recherche des plus épineuses. Quand le Satellite, étant dans la partie inférieure de son Orbe, passe devant le disque de Jupiter, s'il n'a aucune latitude à l'égard de Jupiter, c'est-à-dire, s'il est dans le plan de l'Ecliptique de Jupiter, il est certain que du Soleil on le verra passer dans le plus long temps qu'il soit possible, parce qu'il décrit tout le diamétre de Jupiter; mais s'il a de la latitude, il paroît décrire un arc d'Ellipse, toûjours d'autant plus petit que la latitude est plus grande, & il paroît décrire cet arc en un temps toûjours plus court. Ce n'est pas qu'on voye décrire au Satellite ni le diamétre de Jupiter, ni l'arc Elliptique, il est alors perdu dans la lumiére de Jupiter, mais on le voit lorsqu'il y entre & lorsqu'il en sort, & l'on compte le temps qu'il employe à son passage en différentes Conjonctions inférieures; le temps le plus long est celui du diamétre de Jupiter, où il a été sans latitude, le temps le plus court est celui du plus petit arc Elliptique, où il a eu sa plus grande latitude, qui est la mesure de l'inclinaison de son Orbe à l'égard de celui de Jupiter, ou de l'Ecliptique de Jupiter. On voit que pour cela il faut un très grand nombre d'Observations très précises de la durée des Conjonctions inférieures. Mais quand on a tout ce qu'on peut désirer sur ce point, on n'a que la latitude ou inclinaison de l'Orbe du Satellite à l'égard de celui de Jupiter, telle qu'elle est vûë de la Terre, & elle en est vûë différente ou sous un autre angle qu'elle ne le seroit du Soleil, or ce n'est que la latitude vûë du Soleil, ou la réelle, qui est à considérer pour les Eclipses du Satellite; il faut donc réduire l'apparente, qui a été tirée de longs calculs, à la réelle par des calculs encore aussi longs.

3.° Il a fallu avoir le lieu où sont les Nœuds du Satellite avec l'Orbe de Jupiter. Quand on a par la plus courte Eclipse du Satellite sa plus grande latitude à l'égard de Jupiter, on sçait quel est le lieu du Zodiaque où étoit Jupiter quand cette plus courte Eclipse est arrivée, & c'est dans ce

même lieu du Zodiaque où est la plus grande latitude du Satellite, c'est-à-dire, où est la plus grande élevation de son Orbe sur l'Ecliptique de Jupiter. A 90 degrés de ce point du Zodiaque de part & d'autre, sont les Nœuds de l'Orbe du Satellite avec l'Ecliptique de Jupiter. D'autres méthodes donnent aussi ces Nœuds, & on en employe d'ordinaire plusieurs dans les matiéres délicates, pour vérifier les unes par les autres, & s'assûrer de leur concours.

Il est à remarquer que jusqu'à present on ne s'est apperçû d'aucun changement dans le lieu des Nœuds des quatre Satellites de Jupiter, tel que feu M. Cassini l'avoit déterminé. Ces Nœuds sont donc immobiles, ou n'ont qu'un mouvement très-lent. En cela les Satellites sont différents non-seulement de toutes les Planetes principales, mais encore plus de nôtre Lune.

La plus grande durée d'une Eclipse du 1er Satellite peut être environ de 2^{h} $\frac{1}{4}$, & celle d'une Eclipse de nôtre Lune est environ de 4^{h}. On en pourroit être surpris, si l'on ne songeoit qu'à la grande vîtesse du Satellite, qui étant presque aussi éloigné de Jupiter, que la Lune l'est de la Terre, fait sa revolution quinze fois plus vîte qu'elle, mais d'un autre côté, le diametre de Jupiter est dix fois plus grand que celui de la Terre.

Après l'explication des Tables de feu M. Cassini, & des principes de leur construction, M. Maraldi vient aux corrections que l'Auteur lui-même s'apperçût qu'il y falloit faire, quelque temps après les avoir publiées, & à celles dont un temps encore plus long a fait découvrir la nécessité par rapport à l'extrême précision. Elles sont toutes si peu considérables en elles-mêmes; qu'il en résulte le plus grand éloge qu'on puisse donner à l'habileté de M. Cassini. Cependant il y a lieu de croire, & M. Maraldi le soupçonne, que les Siécles ameneront encore des corrections nouvelles aux Satellites de Jupiter, à leurs cercles, par exemple, qui paroissent concentriques à Jupiter, & qui pourroient bien ne l'être pas, à leurs Nœuds, que l'on a trouvés jusqu'ici immobiles, aux inclinaisons de

leurs Orbes sur celui de Jupiter, qui peut-être varient, &c. Ces petits Astres éloignés sont si importants pour nous, qu'on ne peut trop les étudier.

SUR LA QUESTION

Si la Lune tourne autour de la Terre, ou la Terre autour de la Lune.

IL paroîtra d'abord étonnant que cette question en soit une. Le Sistême de Copernic, si généralement reçû aujourd'hui, & si bien prouvé, a accoûtumé tout le monde à croire sans hésiter que la Lune tourne autour de la Terre. Tout convient à cette idée, la Terre cinquante fois plus grosse que la Lune, est plus propre à occuper le centre d'un Tourbillon, & à y être le principe d'un grand mouvement qui emportera la Lune; les quatre Satellites de Jupiter, les cinq de Saturne sont tous plus petits que leurs Planetes principales dont les Tourbillons les entraînent; toutes les Planetes principales elles-mêmes, qui par rapport au Soleil sont des Satellites assujettis à suivre son mouvement, sont beaucoup plus petites que le Soleil, & selon cette analogie générale, qui ne se dément jamais, la Lune ne peut être que Satellite de la Terre, & ce seroit une chose unique que la Terre le fût de la Lune. Cependant il faut convenir que cette analogie, quoique si persuasive, n'est pas une démonstration absoluë, & un Auteur, qui dans un Ouvrage ingénieux a eû besoin que la Terre tournât autour de la Lune, s'est crû en droit de le supposer, & en a même donné des preuves assés séduisantes, qu'il eût peut-être été autrefois absolument impossible de détruire.

V. les M. p. 63.

La nouveauté & la hardiesse de cette pensée ont fait naître à M. de Mairan le dessein de l'approfondir. Il a trouvé d'abord qu'elle n'étoit pas nouvelle, tan il est difficile que rien le soit, un noble Génois du dernier Siécle, sçavant en

Astronomie, l'avoit déja pensé. Ce sistême en mérite donc encore plus d'être examiné à fond, & c'est ce que nous allons faire d'après M. de Mairan, en développant par rapport à ce sujet toute la Théorie des Planetes subalternes, ou secondaires.

Si une Planete se meut uniformément autour du Soleil immobile, & dans un Cercle qui lui soit concentrique, il est certain que comme elle attribüera son mouvement au Soleil, elle le verra se mouvoir toûjours uniformément dans un Cercle d'Etoiles fixes, qui sera le Zodiaque, & toûjours selon la même direction, qui sera d'Occident en Orient, puisque tel est le mouvement général de nôtre Tourbillon. Mais si cette Planete emporte avec elle une Planete subalterne placée dans la circonférence d'un Cercle concentrique à la Planete principale, il s'agit de sçavoir quel mouvement la subalterne attribüera au Soleil, ou, ce qui est le même, comment elle le verra se mouvoir.

Si la subalterne, quoiqu'emportée autour du Soleil par la principale, est immobile sur son Cercle particulier, c'est-à-dire, qu'elle ne se meuve point autour de la principale, il est clair que pendant le tour annuel de la principale autour du Soleil, elle ne décrira comme elle qu'un Cercle concentrique au Soleil, & par conséquent elle verra toûjours le Soleil se mouvoir également, & selon la même direction, ou d'Occident en Orient. Mais si elle se meut autour de la principale, il est sûr déja qu'elle ne décrira plus un Cercle concentrique au Soleil, & ne lui verra plus un mouvement égal, mais tantôt plus vîte, tantôt plus lent, selon que son mouvement particulier autour de la Planete principale lui altérera le mouvement du Soleil, tel qu'il seroit vû de cette Planete.

Puisque dans le cas où la subalterne seroit immobile à l'égard de la principale, la subalterne verroit le mouvement du Soleil toûjours égal, comme la principale le voit, & que dans le cas opposé la subalterne voit le mouvement du Soleil inégal, il suit que plus la subalterne s'éloigne du cas de l'immobilité, c'est-à-dire, plus elle a de mouvement par rapport

à la principale, ou, ce qui eſt le même, plus le temps qu'elle employe à tourner autour de la principale eſt petit par rapport au temps que la principale employe à tourner autour du Soleil, plus la ſubalterne voit le mouvement du Soleil inégal. Et comme le rapport de ces vîteſſes des deux Planetes peut être ſuppoſé tel qu'on voudra, & par conſéquent auſſi l'inégalité de mouvement que la ſubalterne verra au Soleil, il ſe peut que dans certaines rencontres, ou combinaiſons des mouvements, la ſubalterne voye le mouvement du Soleil ſi lent que ce ne ſera pas un mouvement, & que le Soleil lui paroîtra *ſtationnaire*. Les mêmes principes pouſſés un peu plus loin, feront paroître le Soleil *retrograde*, ou allant d'Orient en Occident; car ſi un mouvement réellement égal, peut devenir un mouvement apparent nul, il peut devenir auſſi un mouvement apparent d'une direction contraire.

Et pour le concevoir très-diſtinctement, il ne faut que ſe repréſenter le mouvement de la Planete ſubalterne ſur ſon Cercle particulier. Quoique réellement & à l'égard de la Planete principale, elle ſe meuve toûjours d'Occident en Orient, elle ne ſe meut, ſelon cette direction à l'égard du Soleil, que dans la moitié ſupérieure de ſon Cercle, c'eſt-à-dire, dans la plus éloignée du Soleil, & dans la moitié inférieure elle ſe meut à l'égard du Soleil d'Orient en Occident. De-là il ſuit que dans la moitié ſupérieure ſon mouvement particulier concourt avec le mouvement général du Tourbillon qui l'emporte, à lui faire voir le Soleil allant d'Occident en Orient, & au contraire dans la moitié inférieure, l'un des deux mouvements combat l'autre par rapport à cet effet. Ainſi dans la moitié ſupérieure la Planete ſubalterne doit voir le mouvement du Soleil d'Occident en Orient accéléré, ou plus vîte que ne le voit la Planete principale, & dans la moitié inférieure elle le doit voir retardé, ou même nul, ou même rétrograde. Le plus haut degré de l'un ou de l'autre des deux effets contraires ſe trouve au milieu de la moitié ſoit ſupérieure, ſoit inférieure. Dans le premier cas, où la Planete principale eſt entre la ſubalterne & le Soleil, & ſur

la même ligne, la ſubalterne eſt en oppoſition avec la principale ou le Soleil, dans le ſecond cas elle eſt en conjonction, parce qu'elle eſt alors entre la principale & le Soleil. La ſubalterne doit donc dans ſes oppoſitions voir le mouvement du Soleil le plus accéléré, & dans ſes conjonctions le plus retardé qu'elle le puiſſe voir, & même rétrograde, ſi cela lui
* p. 82. & ſuiv. eſt poſſible. On peut ſe rappeller ici ce qui a été dit en 1709 * ſur les mouvements apparents des Planetes, & on verra l'accord des Théories.

Quand la Planete ſubalterne voit le mouvement du Soleil accéléré, il n'y a point à cela de bornes, pour ainſi dire, on peut toûjours ſuppoſer tel rapport de ſon mouvement particulier, au mouvement de la Planete principale autour du Soleil, que cette accélération apparente croîtra tant qu'on voudra. Mais il n'en eſt pas de même du mouvement retardé du Soleil, en tant qu'il peut devenir rétrograde, il ne le peut devenir, que quand il eſt à un certain degré; au-deſſous il n'eſt que retardé & encore direct, au-deſſus il peut être plus rétrograde à l'infini. Il eſt aiſé de déterminer le point de ce paſſage. Quand la plus grande accélération apparente du mouvement du Soleil eſt égale au mouvement du Soleil, tel qu'il eſt vû de la Planete principale, ce qui arrive dans une oppoſition de la ſubalterne, le mouvement du Soleil eſt doublé pour la ſubalterne. Quand elle ſera en conjonction, il faudra ôter du mouvement du Soleil vû de la principale, la même quantité qu'on y avoit ajoûtée, on réduira donc le mouvement apparent du Soleil à Zero, & la Planete ſubalterne en conjonction verra le Soleil ſtationnaire. Donc tant que la plus grande accélération, que la Planete ſubalterne attribuëra au mouvement du Soleil vû de la principale, ſera moindre que ce mouvement, elle ne pourra voir le Soleil que retardé, paſſé cela elle le verra rétrograde.

On voit par-là que tout conſiſte à ſçavoir quelle eſt la grandeur de l'accélération ou du retardement que la Planete ſubalterne attribüera au mouvement du Soleil vû de la principale. L'accélération ſuffit, car le retardement lui eſt toûjours égal.

égal. Elle sera d'autant plus grande que le mouvement de la Planete subalterne autour de la principale sera plus grand par rapport au mouvement de la principale autour du Soleil, ou, ce qui est le même, que la vîtesse de la subalterne sera plus grande par rapport à celle de la principale, ou au contraire, puisque c'est cette inégalité des deux vîtesses qui fait toute l'apparence de l'accélération, & qu'il n'y en auroit plus si la Planete subalterne n'avoit nul mouvement autour de la principale. Il faut donc avoir le rapport des vîtesses. M. de Mairan en donne une formule générale, qu'il forme du diametre ou de la circonférence de l'Orbe de la Planete principale, & du temps de sa révolution, toûjours connu, & du diametre ou de la circonférence de l'Orbe de la Planete subalterne autour de la principale, & du temps de sa révolution particuliére, toûjours connus pareillement. Il est clair que ce sont là les éléments des deux vîtesses. Dès que l'on a déterminé quelque Planete subalterne en particulier, on trouve aussi-tôt par la formule générale quelle accélération ou quelle inégalité elle verra au mouvement du Soleil.

Pour appliquer cette Théorie à la Question, si la Lune est Satellite de la Terre, ou la Terre de la Lune, il est certain d'abord que si la Terre est le Satellite, ou la Planete subalterne, elle voit de l'inégalité dans le mouvement du Soleil, au lieu qu'elle n'en voit point si elle est la Planete principale, car il faut se souvenir de la supposition que les Planetes principales se meuvent uniformément dans des Cercles concentriques au Soleil. Si l'on met dans la formule de M. de Mairan 22000 demi-diametres terrestres pour le demi-diametre du grand Orbe annuel, ou pour la distance de la Lune devenüe Planete principale au Soleil, 56 demi-diametres terrestres pour la distance de la Terre à la Lune, ou pour le demi-diametre de l'Orbe de la révolution particuliére de la Terre autour de la Lune, 1 mois pour le temps de cette révolution, 12 mois pour le temps de la révolution annuelle de la Lune autour du Soleil, on trouvera que la vîtesse de la Terre, Planete subalterne, sera à celle de la Lune, Planete princi-

pale, comme 1 eſt à 30. De-là il ſuit que ces deux vîteſſes étant fort éloignées de l'égalité, & celle de la Planete ſubalterne de beaucoup la moindre, celle-ci ne pourra jamais voir le Soleil rétrograde, mais ſeulement accéléré ou retardé de $\frac{1}{30}$ du mouvement qu'il auroit, vû de la Planete principale, c'eſt-à-dire, de ſon mouvement moyen toûjours égal & connu. Comme ce mouvement eſt à peu-près de 1 degré par jour, ſa 30me partie eſt de 2' de degré, dont le mouvement moyen du Soleil ſeroit accéléré ou retardé, accéléré quand la Terre ſeroit en oppoſition avec la Planete principale ou le Soleil, auquel cas nous aurions nouvelle Lune, retardé dans la conjonction, auquel cas nous aurions pleine Lune, ainſi qu'il eſt aiſé de ſe le repréſenter. Le mouvement apparent du Soleil dans les nouvelles Lunes ſeroit donc toûjours de 4' de degré plus grand que dans les pleines Lunes, puiſque dans les nouvelles il ſeroit de 2' plus grand que le moyen ou réel, & dans les pleines plus petit de 2'. Or quoique 4' de degré puiſſent paroître une aſſés petite quantité, elles ne pourroient pourtant pas échapper à l'extrême exactitude de l'Aſtronomie moderne, qui a bien apperçû d'auſſi petites grandeurs, & elles lui échapperoient d'autant moins qu'elles reviendroient réguliérement de 15 jours en 15 jours, & par des retours ſi fréquents forceroient enfin les Aſtronomes les moins attentifs à les appercevoir. Mais on ne les a jamais ni apperçûës, ni même ſoupçonnées, donc ce n'eſt pas la Terre qui tourne autour de la Lune, & il faut que la Lune tourne autour de la Terre, & voye ces inégalités dans le mouvement du Soleil.

Cette démonſtration ſuppoſe que le mouvement du Soleil, vû de la Planete principale, ſoit égal, & certainement il ne l'eſt pas, puiſque la Planete principale ne décrit pas autour du Soleil un Cercle concentrique, mais une Ellipſe, & que d'ailleurs l'Aphélie de cette Ellipſe eſt un point mobile. On croira donc peut-être que les inégalités du mouvement du Soleil, que la Terre verroit, parce qu'elle ſeroit Planete ſubalterne, pourroient ſe confondre de façon avec ces autres

inégalités nécessaires & incontestables, qu'on ne les en distingueroit plus. Il est vrai que par la combinaison des inégalités différentes du mouvement du Soleil, il doit arriver des cas où celles d'une espece détruiroient en partie celles d'une autre, & par-là rendroient insensibles celles dont on douteroit, mais les cas opposés doivent arriver aussi, ceux où les différentes inégalités s'ajoûteroient, & feroient une somme sensiblement plus forte que s'il n'y entroit que des inégalités d'une espece. D'ailleurs comme le temps, où cette somme plus forte se trouveroit, ne pourroit être que celui de la nouvelle Lune, ce seroit un grand indice aux Astronomes que la Terre seroit Satellite. Mais depuis le temps qu'on observe les mouvements du Soleil & de la Lune, qui sont de tous les mouvements célestes les mieux connus, & les plus anciennement connus, on n'a rien observé de ce qui seroit nécessaire pour le nouveau Sistême.

Voici encore une démonstration plus sensible, parce qu'elle roule sur une plus grande inégalité. Je suppose la Lune Satellite de la Terre, selon l'opinion générale. Au moment de l'Equinoxe du Printemps, quand la Terre voit le Soleil au 1er d'*Aries*, qu'il y ait alors Nouvelle ou Pleine Lune, il est certain que la Terre ayant fait son tour, & étant revenuë à voir le Soleil au 1er d'*Aries*, il y aura une année *Equinoxiale* revoluë, mais qu'il n'y aura point alors Nouvelle ni Pleine Lune, car le mouvement du Soleil ou de la Terre, & celui de la Lune, ont une espece d'incommensurabilité qui ne permet pas que leurs revolutions entiéres, ni les moitiés, les tiers, les quarts, &c. de ces révolutions, se retrouvent juste ensemble, si ce n'est après un grand nombre d'années. La Lune ne sera donc pas sur la ligne menée par les centres de la Terre & du Soleil jusqu'au 1er d'*Aries*, mais ou en deçà de cette ligne, ou au de-là, c'est-à-dire, qu'elle n'aura pas encore vû le Soleil au 1er d'*Aries*, ou qu'elle l'aura déja vû, qu'elle n'aura pas encore eu cet Equinoxe du Printemps, ou l'aura déja eu. Ainsi son année Equinoxiale, comptée comme celle de la Terre, sera plus longue ou plus courte que celle de la Terre.

On a laissé indéterminé le point où la Lune pouvoit être sur son Orbite, quand la Terre a eu son second Equinoxe du Printemps; cette détermination demanderoit celle d'une certaine année, & elle n'est nullement nécessaire, il ne s'agit que de sçavoir la plus grande inégalité possible des années Equinoxiales de la Lune. On la trouvera, si on suppose, comme on le peut, qu'au retour de la Terre à son second Equinoxe du Printemps, la Lune se trouve dans l'une de ses deux Quadratures. M. de Mairan calcule que de-là au point où la Lune verra le Soleil au 1er d'*Aries*, il y aura plus de 3 ½ heures de différence, & par conséquent plus de 7 heures entre les deux années Equinoxiales de la Lune, qui différeront le plus, & par les mêmes principes de calcul on aura les différences moindres; ce que M. de Mairan trouve en effet pour les années 1728 & 1729.

Si la Terre est à la place de la Lune selon le nouveau Sistême, il peut donc y avoir plus de 7 heures de différence entre les années Equinoxiales de la Terre, qui différeront le plus. M. de Mairan avouë que chés les Anciens, qui ne pouvoient observer le moment des Equinoxes qu'à 6 heures près, cette grande inégalité de nos années Equinoxiales pouvoit être presque entiérement emportée par l'erreur des observations, & disparoître; mais il soûtient que dans l'état où est aujourd'hui l'Astronomie, l'erreur ne peut aller à une heure, & par conséquent il nous reste une marque bien sûre que la Terre n'est pas Satellite de la Lune, car nos années Equinoxiales les plus différentes ne peuvent jamais l'être de 6 heures, il s'en faudra beaucoup.

En général il est aisé de voir que l'Astronomie, & principalement l'Astronomie Phisique, ayant supposé jusqu'ici que la Terre se meut dans son Orbe autour du Soleil, & la Lune dans un autre Orbe particulier autour de la Terre, on ne sçauroit transporter la Terre & la Lune, sans qu'il arrive des changements considérables, qui dérangeroient des calculs d'Astronomie, ausquels on a tout sujet de se fier. Par exemple, la Terre ne voit les diametres apparents du Soleil dans

son Apogée ou dans son Périgée diminuer ou augmenter que d'une certaine quantité qui dépend uniquement de ce que l'Orbe de la Terre est excentrique au Soleil. Mais si la Terre tournoit autour de la Lune, elle verroit encore varier les diametres du Soleil par un principe indépendant de l'excentricité de l'Orbe de la Planete principale, car selon qu'elle seroit posée sur son Orbe particulier, elle seroit ou plus éloignée ou plus proche du Soleil. Il est vrai que l'augmentation de variation n'iroit qu'à 10 ou 11 Secondes, mais il faut toûjours se souvenir que l'Astronomie moderne est devenuë extrêmement subtile, & capable d'appercevoir, du moins à la longue, de très-petites grandeurs, sur-tout dans les cas où tout s'accumuleroit ensemble d'un certain côté. Par cette raison M. de Mairan s'est engagé dans des détails d'Astronomie assés fins, qui autrement ne lui auroient pas été nécessaires. Nous en passerons plusieurs, pour venir à une preuve que tout le monde peut saisir.

La Lune nous presente toûjours la même face, & si la Terre tourne autour de la Lune en un mois, il faut nécessairement que la Lune, placée au centre de l'Orbe terrestre, tourne aussi sur son axe en un mois, sans quoi elle ne nous présenteroit pas toûjours cette même face. Donc la circonférence du globe de la Lune, & la circonférence beaucoup plus grande de l'Orbe Terrestre, dont la Lune occupe le centre, tournent dans un temps égal. Or cela est sans exemple dans tous les mouvements célestes connus, de plus grands Cercles d'un même Tourbillon sont toûjours décrits en plus de temps selon la fameuse proportion trouvée par Képler, & toûjours vérifiée après lui par les nouvelles découvertes. A la vérité, cette Régle exactement observée par tous les Corps célestes, qui tournent autour d'un centre commun, par les Orbes de toutes les Planetes principales autour du Soleil, par les Satellites de Jupiter autour de Jupiter, par ceux de Saturne, n'est pas observée de même à l'égard de la circonférence d'un Corps qui occupe le centre commun du mouvement, & tourne sur son axe. Par la Régle de Képler, la circonférence du Soleil

devroit tourner en 3 heures, & elle ne tourne qu'en 25 $\frac{1}{2}$ jours, Jupiter devroit tourner en moins de 3 heures, & il ne tourne qu'en un peu moins de 10; pour la révolution de Saturne sur son axe, on ne la connoît point encore. Mais du moins le Soleil tourne en moins de temps que Mercure, qui ne tourne qu'en 3 mois à peu-près, Jupiter en moins de temps que son 1er Satellite, qui tourne en 42 heures, & par conséquent la Lune, quoique dispensée de suivre exactement dans sa révolution sur son axe la Régle de Képler, parce qu'elle tiendroit le centre de l'Orbe Terrestre, devroit pourtant toûjours tourner en un temps considérablement plus court que celui de la révolution de la Terre autour d'elle, ce qui nous feroit voir son Hémisphere caché.

On a supposé dans tous ces raisonnements que les Orbes étoient Circulaires, & que les mouvements étoient les *moyens*, mais pour ne laisser aucun lieu de douter, M. de Mairan a fait voir qu'il mettoit par-là les choses sur le plus bas pied, & qu'en prenant des Orbes Elliptiques, comme ils le sont réellement, & les mouvements *vrais*, les conclusions étoient encore plus favorables au Sistême qu'il soûtient.

Il reconnoît qu'on pourroit éluder ses démonstrations d'une maniére plus raisonnable. Il s'est fondé sur le rapport de la vîtesse de la Planete principale autour du Soleil, à la vîtesse de la subalterne autour de la principale. Des deux espaces ou chemins, & des deux temps, qui sont les quatre éléments de ce rapport, il n'y a qu'un seul élément qui puisse être douteux, c'est le chemin que fait la Planete principale autour du Soleil, ou, ce qui revient au même, sa distance au Soleil. M. de Mairan a posé cette distance selon feu M. Cassini. Il est certain que si on la pose plus grande, la Planete principale aura plus de vîtesse, puisqu'elle décrira un plus grand Cercle dans le même temps, qui est nécessairement un an, & par conséquent la vîtesse de la Planete subalterne étant toûjours exprimée par 1, celle de la principale le sera par un nombre plus grand que 30, ce qui pourra aller à tel point que la vîtesse de la Planete subalterne deviendra

insensible par rapport à celle de la principale, & que ce qui s'ensuivoit de ce que ce rapport étoit sensible & déterminable, n'aura plus aucun lieu. Or on a l'autorité de M. de la Hire, qui fait la distance de la Terre au Soleil beaucoup plus grande que M. Cassini. Elle est 3 selon l'un, & 5 selon l'autre, presque double.

M. de Mairan fait voir que même dans l'hipothese de M. de la Hire, le rapport des deux vîtesses seroit encore sensible, & déterminable par les observations. Mais il en revient à l'hipothese de M. Cassini comme à la plus sûre. On en sçait les raisons, elle est fondée sur la parallaxe de Mars bien observée *, & vérifiée encore dans la suite *, au lieu que M. de la Hire ne s'est point expliqué sur les raisons qu'il a eûës de s'éloigner de M. Cassini sur ce sujet. Les Astronomes n'ont point suivi M. de la Hire, & s'ils se sont quelquefois un peu écartés de M. Cassini, ç'a été en faisant la distance de la Terre au Soleil plus petite, ce qui fortifieroit les démonstrations de M. de Mairan.

* V. l'Hist. de 1706. p. 95. & suiv.

* Et celle de 1722. p. 90. & suiv.

Nous avons dit d'abord, que la petitesse de la Lune par rapport à la Terre avoit pû la faire prendre pour Satellite de la Terre, & d'autant plus naturellement que tous les Satellites incontestablement tels sont plus petits que leurs Planetes principales. Cette preuve n'est que de pure convenance, mais M. de Mairan la change en démonstrative par les réfléxions qu'il y ajoûte.

Si un Corps pesant, un Globe, a une impulsion qui lui fasse décrire un Cercle autour d'un Centre où sa pesanteur le fait tendre continuellement, c'est le centre de ce Globe qui décrit la circonférence du Cercle, en cas que le Globe soit d'une matiére homogene, & que par conséquent son centre de figure soit le même que son centre de gravité. Si cela n'est pas, & qu'il y ait une partie de ce Globe, par exemple, une moitié plus pesante que l'autre, le centre de gravité s'éloignera du centre de figure, ira dans la moitié plus pesante, & s'y enfoncera, pour ainsi dire, d'autant plus que cette moitié plus pesante sera plus pesante que l'autre.

Le diametre du Globe deviendra un Levier partagé par le centre de gravité en deux parties inégales, qui seront en raison renversée des pesanteurs des deux moitiés. En même temps ce ne sera plus le centre de figure du Globe qui décrira la circonférence du Cercle supposé, mais le centre de gravité, & comme c'est une Loi inviolable de Méchanique que le centre de gravité d'un Corps s'approche toûjours le plus qu'il est possible du point où il tend par sa pesanteur, le Globe, dont le centre de gravité décrira une circonférence circulaire, se tournera de façon que sa moitié la plus pesante sera en dedans de cette circonférence, & l'autre en dehors, car autrement le centre de gravité du Globe ne seroit pas le plus proche qu'il pût être du point central où tend sa pesanteur.

Maintenant si au lieu du Globe non homogene, on imagine un Levier chargé de deux poids inégaux, & dont le point d'appui, centre de gravité des deux poids pris ensemble, doive se mouvoir comme faisoit le Globe, ce sera parfaitement la même chose, ce point d'appui du Levier décrira une circonférence circulaire autour du point central où tend la pesanteur totale du Levier chargé, le plus grand poids sera en dedans de cette circonférence, & le plus petit au dehors; & si on ignoroit lequel seroit en dedans ou en dehors, en connoissant seulement leur différente grandeur, on sçauroit sûrement que le plus petit seroit en dehors, & l'autre en dedans.

Il est constant aujourd'hui que tous les Corps Célestes pesent vers le Soleil, ou y tendent, comme tous les Corps Terrestres vers la Terre. Quand la Lune & la Terre sont emportées par un même Tourbillon qui se meut sur la circonférence de l'Orbe annuel, il faut, puisqu'elles ont toutes deux une pesanteur vers le Soleil, les concevoir toutes deux attachées aux deux extrémités d'un Levier divisé en raison de leurs pesanteurs vers le Soleil, & dont le point d'appui, ou le centre de gravité *Solaire* commun de ces deux Corps, décrit la circonférence de l'Orbe annuel, car alors ce n'est plus

plus la Planete qu'on met au centre du Tourbillon qui décrit cet Orbe. Mais la pesanteur des deux Planetes peut être si inégale, & par conséquent la distance du commun centre de gravité à la Planete la plus pesante peut être si petite, que cette Planete sera sensiblement au centre du Tourbillon, ou paroîtra le centre du mouvement de l'autre. Mais quand l'inégalité de pesanteur ne seroit pas si grande, la Planete la moins pesante ayant un plus long bras de Levier, enfermeroit toûjours l'autre dans son Orbe, & tourneroit autour d'elle, quoique ce ne fût pas comme autour d'un point.

Il ne reste plus qu'à sçavoir laquelle est la plus pesante vers le Soleil ou de la Terre ou de la Lune. A en juger par les masses, la chose est bientôt décidée, la Lune est au moins cinquante fois plus petite que la Terre, & selon M. Neuton, qui outre la masse fait entrer dans cette pesanteur la densité qu'il trouve plus grande à la Lune qu'à la Terre, la Lune est encore quarante fois moins pesante. C'est donc certainement la Lune qui tourne autour de la Terre.

Par cette considération des centres de gravité des Corps célestes mûs autour de quelque centre commun, on trouvera, en la rendant générale, que les Satellites de Jupiter doivent être plus petits que Jupiter, ceux de Saturne plus petits que Saturne, toutes les Planetes principales plus petites que le Soleil, & que quand il s'agit de la qualité de Satellite, la petitesse de la masse en est une preuve sûre. On peut remarquer ici en passant, que selon cette Théorie, le grand Tourbillon, qui comprend le Soleil & toutes les Planetes, ne tourne point autour du centre du Soleil, mais autour d'un centre de gravité commun placé fort près du Globe du Soleil, à cause de la grande masse de ce Globe par rapport à ceux des Planetes.

Tandis que M. de Mairan, à l'occasion de la Lune, avoit en main une Théorie générale des inégalités que les Planetes subalternes voyent dans le mouvement du Soleil, précisément parce qu'elles sont subalternes, il en a voulu joüir, & en faire l'application à tous les Satellites de notre Tourbillon solaire.

S'il y avoit des Astronomes dans ces Satellites, ils s'appercevroient plus ou moins facilement par ces inégalités plus ou moins grandes qu'ils habiteroient des Planetes subalternes, & non pas une principale. Nous pouvons avec la formule de M. de Mairan nous transporter à leur place, & sçavoir sûrement ce qu'ils verroient.

A mesure que les Satellites de Jupiter sont plus éloignés de cette Planete principale, leur vîtesse autour d'elle est moindre par rapport à celle de Jupiter autour du Soleil. Ainsi le 1er Satellite est celui qui a cette vîtesse relative la plus grande, & elle est telle qu'il voit dans ses oppositions le moyen mouvement du Soleil plus que doublé, & dans ses conjonctions le Soleil stationnaire & retrograde. Tout cela arrive en un jour 18 heures. Extrême facilité pour les Astronomes de ce Satellite, de s'appercevoir qu'ils sont sur un Satellite.

Le 2^d^ Satellite a encore les mêmes apparences, mais moindres.

Le 3me ne peut plus voir le Soleil retrograde, & il s'en faut peu qu'il ne le puisse voir stationnaire un instant.

Le 4me ne verra pas même le Soleil stationnaire un instant, il ne le verra que direct, mais accéléré ou retardé, comme le voit notre Lune, & comme nous le verrions, si nous étions à sa place. Seulement l'inégalité apparente du mouvement du Soleil est dix-huit fois plus grande pour ce Satellite, & ses Astronomes ne peuvent pas encore tomber dans l'erreur de se croire habitants d'une Planete principale.

La vîtesse des cinq Satellites de Saturne dans leurs Orbes particuliers par rapport à celle de Saturne dans son Orbe autour du Soleil, est moindre en général que la pareille vîtesse relative des Satellites de Jupiter. Ainsi il n'y a que le 1er Satellite de Saturne qui voye le Soleil bien sensiblement retrograde, & il le voit une fois moins retrograde que le 1er Satellite de Jupiter ne le voit. Le 2^d^ de Saturne à peine le verra-t'il retrograde, & par conséquent les trois autres ne le peuvent plus voir que direct, mais retardé dans les conjonctions, & le 5me moins retardé que les deux inférieurs.

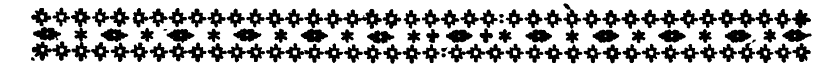
Cette autre inégalité que nous avons dit, qui se trouveroit dans les années solaires, si la Terre étoit Satellite de la Lune, & qui est effectivement pour la Lune, M. de Mairan la transporte aux Satellites de Jupiter & de Saturne, & la calcule pour eux. Mais nous n'entrons point dans ces recherches délicates, non plus que dans quelques idées incidentes de M. de Mairan, telle que celle de la mesure du diametre de Jupiter, & des distances de ses Satellites, qui paroît attendre une plus ample explication. Nous finissons par cette espece d'échantillon que nous venons de donner d'Astronomie *comparée*, c'est-à-dire, de celle qui ne partant plus de la Terre pour contempler les mouvements célestes, part de tel point de l'Univers qu'elle veut, & compare les différents points de vûë. De tous les points d'où l'on peut partir, ceux d'où le voyage est le plus difficile sont les Planetes subalternes, parce que leurs mouvements plus compliqués rendent aussi plus compliquées les apparences de tous les autres mouvements. Mais cette difficulté n'arrête pas l'Astronomie moderne, & elle peut hardiment opérer à son gré dans quelque Monde que ce soit du grand Tourbillon solaire.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires.

Les Recherches du mouvement propre des Etoiles fixes, par M. Delisle de la Croyere. V. les M. p. 19.

Un Ecrit de M. Cassini sur la Théorie des Cometes. V. les M. p. 228.





MECHANIQUE.

SUR LA FORCE DES REVESTEMENTS
qu'il faut donner aux Levées de Terres, Digues, &c.

V. les M. p. 139.
* p. 58. & suiv.

VOICI la suite de ce que nous avons dit en 1726*, & nous supposons qu'on se le rappellera.

M. Couplet avoit considéré les surfaces verticales des Revêtements opposées aux Terres qu'ils empêchoient de s'ébouler, comme parfaitement polies, aussi-bien que les grains sphériques des Terres ou Sables qui étoient soûtenus, & de-là il suivoit que ces grains ne pouvoient avoir contre ces surfaces que des efforts horisontaux, dont la recherche géométrique & le calcul ont été l'objet de la Théorie précédente.

Mais il faut rentrer dans le vrai phisique, & dans le réel, ou du moins s'en rapprocher le plus qu'on pourra. Les grains de terre ou de sable sont graveleux, les surfaces des Revêtements sont fort inégales, ces grains s'engrénent dans ces surfaces, & l'effort qu'ils exercent contre elles, leur poussée n'est plus horisontale, elle ne peut être que dans la direction d'une perpendiculaire tirée du centre d'un grain de sable sur la surface d'un grain de Revêtement, où il s'engrene, & s'appuye, ce qui apporte de grands changements à la Théorie de 1726.

D'abord il faut prendre ici comme là un Tétraëdre formé de grains de sable égaux, dont les supérieurs poussent les inférieurs pour les écarter, mais parce qu'ils s'engrénent présentement les uns dans les autres, les supérieurs ne poussent que par des lignes perpendiculaires à la surface des inférieurs. Ainsi on ne peut imaginer l'effort des supérieurs que dirigé suivant une ligne qui soit ou l'arrête du Tétraëdre, ou celle qui partant de son sommet en partagera une face en deux

moitiés égales. Lorſque le Tétraëdre ſe tient en état, & ne s'éboule point, c'eſt parce que ſa baſe eſt telle que la demande la pouſſée des grains, & que leur effort eſt entiérement ſoûtenu. Alors en concevant un Triangle, qui ſoit une ſection verticale du Tétraëdre, & dont un des côtés en ſoit une arrête, & l'autre la ligne qui coupera en deux moitiés égales la face oppoſée, on trouvera aiſément par les principes établis en 1726, le rapport de la peſanteur d'un grain ſupérieur à l'effort dont il pouſſe les inférieurs ſoit ſelon l'arrête, ſoit ſelon la face du Tétraëdre, ces deux efforts étant inégaux.

Ce Triangle, car il ſuffit de le conſidérer ſeul dans le Tétraëdre, qui aura ces dimenſions préciſes, ou qui ſera ramené à les avoir, ainſi qu'il a été expliqué dans l'autre Théorie, n'aura nul beſoin de Revêtement pour ſe ſoûtenir, mais le Triangle renverſé égal & ſemblable qu'il faudroit lui joindre pour faire la ſection parallélogrammique d'un Terre-plein, ne ſe ſoûtiendroit pas ſans Revêtement, & l'on auroit à combattre dans ce 2d Triangle les mêmes efforts, qui étoient ſatisfaits dans le 1er.

Lorſque le Revêtement étoit parfaitement poli, les grains n'agiſſoient contre lui que par une ligne horiſontale perpendiculaire à ſa ſurface, mais ici ils n'agiſſent que par l'arrête du Tétraëdre, ou par la ligne qui en coupe une face en deux, & l'une & l'autre de ces lignes ne peuvent être qu'obliques à la ſurface verticale du Revêtement, & par conſéquent les grains de ſable ou le Terre-plein n'agiſſent contre lui que par une ligne qui tend, non plus à le faire tourner ſur l'extrémité extérieure de ſa baſe en le renverſant, mais à le fendre de haut en bas & de biais, de ſorte qu'il lui reſtera une partie inférieure immobile, & que la ſupérieure ſeulement ſera renverſée. Cette partie inférieure du Revêtement devient elle-même la baſe d'une partie correſpondante du Terre-plein, & la maſſe du Terre-plein qui agit contre le Revêtement en eſt diminuée d'autant, ce qui fait que dans l'hipotheſe purement géométrique des grains & Revêtements parfaitement polis, l'effort des Terres contre le Revêtement eſt plus grand que

dans l'hipothese phisique & réelle des Revêtements graveleux.

Tout cela posé, M. Couplet trouve le centre de gravité de cette partie des terres, qui est seule agissante, le point d'appui sur lequel elle agit, la distance de sa direction toûjours connüe à ce point d'appui, ou, ce qui est le même, son bras de levier, & par conséquent son énergie totale.

Il faut remarquer que dans cette hipothese phisique le bras de levier, par lequel agissent les terres, se trouve plus court, ce qui diminüe encore la force qui eût été nécessaire au Revêtement dans l'autre hipothese.

L'énergie du Terre-plein ou plûtôt d'une lame Triangulaire du Terre-plein étant trouvée, celle d'une lame correspondante du Revêtement lui doit être égale, & cela dépend de la figure de cette lame, où l'on prendra son centre de gravité, & le bras de levier de ce centre par rapport au point d'appui, sur lequel le Revêtement seroit renversé. La hauteur de cette figure est ordinairement la même que celle du Terre-plein, il ne s'agit que de sa base, qui doit être plus ou moins grande selon la force ou l'énergie dont le Revêtement a besoin. Mais en laissant cette base inconnüe dans l'Equation formée des deux énergies du Terre-plein & du Revêtement, elle se détermine bien vîte, telle qu'elle doit être par rapport à toutes les autres circonstances ou conditions connües ou supposées. Il ne faut pas oublier que comme le Revêtement est ordinairement de pierre, plus pesante que des terres, ou du sable, on doit avoir égard à cette différence de pesanteur.

Lorsque nous avons d'abord établi la figure que prennent des grains de terre ou de sable qui se soûtiennent d'eux-mêmes & sans Revêtement, nous n'avons consideré qu'un grain posé sur trois inférieurs, ce qui forme un Tétraëdre, ou Piramide réguliére, & de-là nous avons tiré d'après M. Couplet les efforts du grain supérieur sur les inférieurs, soit suivant une arrête du Tétraëdre, soit suivant une face. Mais on peut concevoir aussi un autre arrangement, qui sera celui d'un grain sur quatre inférieurs, & de-là résultera une Piramide à base quarrée, & d'autres efforts du grain supérieur

sur les inférieurs. Dans le Tétraëdre le grain supérieur, qui agit sur trois inférieurs, agit sur un d'un côté & sur deux de l'autre ; s'il agit sur un, cet un est nécessairement posé sur l'arrête du Tétraëdre, & le grain supérieur agit donc par cette arrête ; s'il agit sur deux, ces deux font une face du Tétraëdre, & des deux actions ou efforts du grain supérieur, il en résulte un troisiéme total dont la direction passe entre les deux grains inférieurs, & par conséquent le supérieur agit par une ligne qui coupe en deux la face du Tétraëdre ; & comme dans la supposition du Tétraëdre le talut qu'on aura à soûtenir en peut être ou la face ou l'arrête, il a fallu distinguer ces deux cas, & les différents efforts qui s'y trouvent. Mais dans la supposition présente de la Piramide quarrée, il suit du raisonnement que nous venons de faire, qu'un grain supérieur porté sur deux d'un côté & sur deux de l'autre, ne peut agir ni de l'un ni de l'autre côté, que par la ligne qui coupe en deux une face de la Piramide, & jamais par une arrête, & par conséquent qu'on aura toûjours le même talut à soûtenir. M. Couplet a trouvé que dans le Tétraëdre la pesanteur totale est à l'effort qui se fait selon une face comme un peu plus de 7 à 5 ; & celui qui se fait par une arrête, comme un peu moins de 5 à 2, & que dans la Piramide quarrée elle est à l'effort unique selon la face comme un peu moins de 5 est à 3.

De-là il suit, que si l'on supposoit la pesanteur totale la même dans tous les cas, les efforts ou poussées selon l'arrête du Tétraëdre, ou selon la face de la Piramide quarrée, ou selon la face du Tétraëdre seroient à cette pesanteur à peu près comme 14, ou 21, ou 25 à 35, de sorte que la poussée, selon la face du Tétraëdre, seroit la plus grande de toutes, & celle selon la face de la Piramide quarrée en seroit la plus approchante. Mais en supposant, comme il le faut ici, la hauteur du Tétraëdre la même que celle de la Piramide quarrée, cela change, la Piramide quarrée est évidemment plus pesante que le Tétraëdre, & par conséquent la poussée est plus grande en elle-même, lorsqu'elle est la même partie d'un plus grand

tout, il se trouve enfin que les hauteurs étant égales, la poussée par la face de la Piramide quarrée est la plus grande de toutes.

La Piramide quarrée ne tend, aussi-bien que le Tétraëdre, qu'à fendre le Revêtement de haut en bas & de biais, & cela en s'appuyant sur un certain point par rapport auquel elle a son bras de levier, c'est-là ce qui fait son énergie totale, & en lui égalant celle du Revêtement dont on laissera la base inconnuë, on aura une Equation dont on tirera la valeur de cette inconnuë, qui est tout ce qu'on cherche.

La forme de Tétraëdre, ou celle de Piramide quarrée étant les deux seuls arrangements qu'on puisse imaginer pour les grains de sable ou de terre qui feront un talut, il auroit pû suffire de déterminer le cas de leur Equilibre avec le Revêtement, mais M. Couplet pour ne rien laisser à désirer dans sa Théorie, & de plus pour donner dans la pratique des Revêtements bien sûrement inébranlables, suppose qu'à la poussée des terres il se joindra des accidents qui en augmenteront la force, il évaluë ces efforts accidentels au poids d'une masse de terre haute de dix pieds, dont le terre-plein qu'on veut soûtenir seroit chargé, & qui par conséquent augmenteroit d'autant son énergie totale.

Comme les terres ne peuvent prendre que trois différents taluts, dont on ait les poussées à soûtenr, ou selon la face d'un Tétraëdre, ou selon son arrête, ou selon la face d'une Piramide quarrée, M. Couplet ayant calculé ses formules générales pour ces trois cas, en a construit des Tables, où les hauteurs des Revêtements croissant depuis cinq pieds jusqu'à cent, on voit quelle doit être pour chaque hauteur la base du Revêtement nécessaire. Si l'on sçait par expérience lequel des trois taluts les terres prendroient plus naturellement, on se réglera sur celle des trois Tables qui est faite pour ce talut; si on n'a pas cette connoissance, on verra bien du moins quel sera le parti le plus sûr.

SUR

SUR L'IMPULSION OBLIQUE DES FLUIDES.

DES hommes ont long-temps broyé des Grains, qu'ils auroient pû faire broyer en leur place à l'Eau, ou à l'Air, & ces Agents si puissants n'ont été employés qu'assés tard, autant qu'ils pouvoient l'être, pour nous secourir dans nos travaux. L'expérience & l'usage ont produit à la longue diverses Machines où ces Forces ont été mises en œuvre, & enfin la Géométrie, qui n'avoit eu guere de part à ces inventions, & peut-être aucune, est arrivée, & elle s'applique maintenant à mettre la derniére main à tout, & du moins à éclairer tout. V. les M. p. 49.

Lorsqu'un fluide, tel que l'Eau ou l'Air, frappe perpendiculairement une surface exposée à son cours, il est évident qu'il la frappe avec toute la force qui est en lui. S'il ne la frappe qu'obliquement, c'est-à-dire, si le fil de son courant est une ligne oblique à cette surface, il est évident encore que cette direction oblique du fluide étant décomposée en deux partiales, dont l'une est perpendiculaire à la surface, & l'autre paralléle, la surface n'est frappée que par ce qu'il y a de perpendiculaire à elle dans la direction totale oblique, & nullement par ce qu'il y a de paralléle, qu'elle n'est poussée que dans le sens de cette direction partiale perpendiculaire, & qu'elle est d'autant plus ou moins poussée que cette direction perpendiculaire est plus ou moins grande par rapport à la paralléle correspondante. La force d'un choc oblique est donc d'autant plus grande que le choc est moins oblique, ou, ce qui est le même, que l'angle aigu d'incidence, & par conséquent son Sinus est plus grand, & les forces de deux chocs obliques, qui de ce chef seroient comme les Sinus des angles d'incidence, sont comme les quarrés de ces Sinus, parce qu'il se trouve d'ailleurs que moins le choc d'un fluide est oblique, plus il y a de parties de ce fluide, & en même raison, qui frappent la surface choquée.

Si une ſurface plate, & qui peut ſe mouvoir librement, eſt expoſée obliquement au cours d'une Riviére; il eſt donc clair qu'elle ne pourra ſe mouvoir que par une ligne qui lui ſera perpendiculaire, & qui ſera l'une des deux qui compoſoient l'impulſion oblique de l'eau. En même temps cette ligne ſera néceſſairement encore oblique au fil de l'eau, quoique d'une autre obliquité, & la ſurface qui la ſuivra ira par ce 2^{d} mouvement oblique au fil de l'eau vers l'un des deux bords, & s'y arrêtera. Si c'eſt là ce qu'on a prétendu, il n'y a rien de plus à faire, nulle autre induſtrie à employer. Mais ſi on vouloit que la même ſurface ſe mût perpendiculairement au fil de l'eau, & traversât la Riviére ſelon cette direction, comme font quelquefois des Bacs, alors il faudroit conſidérer que cette ligne que la ſurface ſuivroit, parce qu'elle lui eſt perpendiculaire, étant en même temps oblique au fil de l'eau, eſt compoſée de deux directions, l'une perpendiculaire, l'autre paralléle au fil de l'eau, qu'il eſt également poſſible de faire en ſorte que la ſurface ne ſuive que l'une ou l'autre, en empêchant par quelque induſtrie qu'elle ne ſuive celle qu'on ne voudra pas, & que dans le cas propoſé il n'y a qu'à l'empêcher de ſuivre celle qui eſt paralléle au fil de l'eau. Alors la ſurface qui n'a eu d'autre principe de mouvement qu'une impulſion oblique du fil de l'eau, & qui n'auroit pas ſuivi cette ligne, mais une autre encore oblique au fil de l'eau, viendra enfin à ſe mouvoir par une ligne perpendiculaire à ce fil.

On voit qu'il ſe fait ici deux décompoſitions de mouvement. Celui du fil de l'eau oblique à la ſurface eſt décompoſé en deux, l'un perpendiculaire à cette ſurface, l'autre paralléle, & il n'y a que le perpendiculaire qui la pouſſe. Ce perpendiculaire à la ſurface, étant oblique au fil de l'eau, peut encore être décompoſé en deux, l'un perpendiculaire à ce fil, l'autre paralléle, & la ſurface choquée peut ſuivre celui des deux qu'on voudra, pourvû qu'on l'empêche de ſuivre l'autre. La 1re décompoſition ſe fait naturellement, & néceſſairement, & il n'y a que l'une des deux directions compoſantes, la perpendiculaire, qui agiſſe. Dans la 2de décompo-

sition, la surface choquée, si elle ne suit pas la direction totale, qui est cette 1[re] perpendiculaire, est, pour ainsi dire, indifférente, entre les deux directions composantes, & elle peut également suivre l'une ou l'autre, mais il faut que l'art la détermine à l'une des deux. Il est visible que la 2[de] décomposition affoiblit la force primitive, qui étoit déja foible, parce qu'elle résultoit de la 1[re] décomposition d'une impulsion oblique du fluide, mais ce qui reste de force ne laisse pas d'être précieux, & on en tire de grands usages pour faire tourner les aîles des Moulins à vent, pour faire agir le Gouvernail, ainsi que nous l'avons déja expliqué dans les Histoires de 1701 * & 1714 *. * p. 138. 2[de] Edit. * p. 107.

Comme cette matiére est fort utile dans la Méchanique, & que les Géométres n'en ont examiné que des cas particuliers, & souvent par des méthodes très-compliquées, M. Pitot a entrepris d'en donner une Théorie générale, & des Formules qui renfermassent tout. L'impulsion du fluide étant toûjours supposée oblique sur la surface choquée, d'où naît une perpendiculaire *primitive*, qui est toute la force que l'on a, & l'intention étant de faire mouvoir la surface selon une direction qui ne soit pas cette perpendiculaire, il s'agit de la décomposer en deux lignes, dont l'une sera la direction requise, & l'autre perpendiculaire à cette derniére direction, & qui n'agira point. M. Pitot appelle *latérales*, les deux directions dans lesquelles se décompose la perpendiculaire primitive, il recherche le rapport de grandeur, & par conséquent de force qu'elles ont l'une & l'autre à cette perpendiculaire, & il calcule algébriquement la grandeur de toutes les deux, afin qu'on les ait toûjours, lorsque toutes deux seront à considérer, ou qu'on ait la seule qui sera utile.

La force totale, dont on n'aura qu'une partie à employer, dépend entiérement de la perpendiculaire primitive, c'est-à-dire, du rapport de grandeur qu'elle a à ce qu'il y a de paralléle à la surface choquée dans l'impulsion oblique du fluide, ou enfin de la grandeur de l'angle aigu d'incidence. Mais il ne s'ensuit pas que l'angle d'incidence étant le même, quand on

vient à faire la ſeconde décompoſition, cette perpendiculaire primitive ſoit également avantageuſe pour faire ſuivre à la ſurface choquée la direction qu'on veut qu'elle ſuive, car avec deux angles d'incidence égaux, cette perpendiculaire elle-même aura une direction qui tiendra plus ou moins de la direction requiſe, & lui ſera plus ou moins favorable. Et pour le prouver, il ſuffit de faire voir que la perpendiculaire dans ſes deux poſitions différentes ne ſera pas paralléle à elle-même, car elle approchera donc plus ou moins dans une poſition que dans l'autre d'être paralléle à la direction requiſe. Soit la ſurface conçuë comme attachée par une de ſes extrémités au centre d'un demi-cercle, dont elle ſera toûjours le rayon. Le fluide la peut toûjours frapper ſous deux angles d'incidence égaux, l'un dans le premier quart de Cercle, l'autre dans le ſecond. Dans ces deux poſitions de la ſurface, la ligne qui lui ſera perpendiculaire ſera tangente du Cercle, mais il eſt évident que ces deux tangentes ne ſeront pas paralléles, elles ne pourroient l'être qu'aux deux extrémités d'un même diametre.

M. Pitot ayant voulu donner les formules générales des forces latérales de la ſeconde décompoſition pour tous les angles d'incidence poſſibles, a donc dû donner, comme il a fait, ces formules doubles pour chaque angle, puiſque pour chaque angle la perpendiculaire étant la même, aura deux directions différentes plus ou moins favorables à la direction requiſe, ſelon que cet angle ſera dans un quart de Cercle, ou dans l'autre. La ſurface étant choquée ſous les deux angles égaux, il ſe trouve que quand elle eſt plus tournée vers le point d'où part le fluide, la direction de la perpendiculaire primitive eſt plus favorable dans ce cas que dans l'autre à la direction requiſe. Les directions plus favorables de cette perpendiculaire tiennent donc un quart de Cercle, & les moins favorables tiennent l'autre.

Dans lequel que ce ſoit de ces deux Quarts, la force que l'on aura ſelon la direction requiſe dépend de deux principes; 1.° de la force ou de la grandeur de la perpendiculaire primitive, d'autant plus grande que l'angle d'incidence du fluide ſur

la surface aura été plus grand, 2.° de la direction de la perpendiculaire primitive. Ces deux principes se combinant ensemble, il peut arriver, & il arrive en effet que la direction la plus favorable de la perpendiculaire primitive, demanderoit un trop petit angle d'incidence, & que par-là la force de cette perpendiculaire seroit trop petite, ou qu'au contraire un assés grand angle d'incidence donneroit à la perpendiculaire primitive une direction trop peu favorable. Il y a donc nécessairement un certain point où les deux principes s'ajustent de façon qu'il en résulte l'effet le plus avantageux, & c'est *un plus grand* que l'on détermine par les régles connuës des Géométres, & ce plus grand donne l'angle, sous lequel la surface posée dans l'un ou l'autre quart de Cercle doit être frappée pour suivre après cela, avec la plus grande force possible, la direction qu'on veut qu'elle suive. On trouve par-là l'angle le plus avantageux de l'inclinaison des aîles d'un Moulin sur son axe, celui du Gouvernail par rapport à la Quille pour faire tourner le Vaisseau, &c.

Il n'est pas surprenant que la surface choquée puisse recevoir du fil de l'eau une impulsion qui la fasse aller contre le fil de l'eau même; car la perpendiculaire primitive, toûjours oblique à ce fil, étant décomposée de façon qu'une de ses directions composantes soit paralléle au fil de l'eau, la surface qui ne pourra suivre que cette direction la suivra, ou en descendant avec le fil de l'eau, ou en remontant selon que l'angle aigu de la perpendiculaire primitive avec le fil de l'eau sera tourné d'un côté ou de l'autre, ce qui dépend uniquement de la maniére dont cette perpendiculaire est posée ou dirigée. Le cas où la surface choquée doit aller contre le fil de l'eau, arrive dans le quart de Cercle où la surface est plus loin de l'origine du courant. Il en va de même dans la Navigation du cas de *gagner au vent*, que nous avons expliqué en 1714*. * p. 177.
Enfin toutes les Questions qui appartiennent à cette matiére se résoudront aisément par les formules générales de M. Pitot, & il paroît que la Géométrie en a fait désormais son devoir.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVE'ES PAR L'ACADE'MIE EN M. DCCXXVII.

I.

UN Inſtrument de M. Clairaut, par le moyen duquel on peut prendre les Angles, faire les Calculs Arithmétiques, tels que la multiplication, la diviſion, l'extraction des Racines, & réſoudre les Triangles rectangles. C'eſt un Cercle de Carton gradüé de 21 pouces de diametre, dans lequel M. Clairaut a décrit un grand nombre de circonférences concentriques pour exprimer par les longueurs de ces circonférences, les Logarithmes des Nombres, & ceux des Sinus. L'Inſtrument a paru ingénieux, & aſſés exact; la pratique fera connoître quelle ſera la facilité de s'en ſervir.

II.

Un Claveſſin de M. Thevenard de Bordeaux à un ſeul rang de cordes, où les Sautereaux ſont garnis d'une petite piéce de cuivre ou de leton, qui tient lieu de la Languette ordinaire, & de toutes ſes appartenances. Cette invention a paru ingenieuſe, & utile en ce qu'elle diſpenſe pour toûjours de l'entretien des Plumes & des Soyes, qui ſont communément ſujettes au Ver, & s'uſent promptement.

III.

Un Pont de Bateaux de M. du Bois Ingenieur. Il peut ſe ſéparer en deux, ou s'ouvrir dans le temps des grandes Eaux ou des Glaces, qui pourroient l'endommager. On le referme, & on l'ouvre par le moyen de deux Cabeſtans, diſpoſés chacun ſur le rivage oppoſé. Lorſqu'il eſt fermé, ou dans ſon état ordinaire, on l'arrête par des Boulons de fèr, qui étant attachés à des Pilotis, entrent perpendiculairement dans des Anneaux fixés à l'extrémité des deux Bateaux du milieu du Pont. Ces Anneaux s'élevent & s'abbaiſſent avec les Bateaux

suivant la hauteur de la Riviére, & le Pont est également retenu. La partie par laquelle le Pont est arrêté à la Culée, est une espéce de Charniére formée par des Anneaux de fer roulants sur un long Pivot, & qui permet au Pont de suivre aussi de ce côte là la hauteur des Eaux. Quand il s'ouvre, chaque moitié va se placer le long du rivage, où elle est à l'abri par les Culées qui sont de chaque côté. Ce Pont a paru ingénieusement imaginé, & solidement construit, & si dans l'execution l'on a l'attention nécessaire pour la force des Pivots & Anneaux, sur lesquels le Pont fait un effort considérable quand il s'ouvre, & que l'on ait soin de déterminer la vîtesse du Courant, en sorte qu'elle diminüe en approchant du rivage, il y a lieu de croire qu'on se servira utilement de cette invention.

IV.

Un Globe céleste mouvant de M. Outhier, Prêtre du Diocése de Besançon, qui représente le mouvement diurne & le mouvement annuel du Soleil, leur différence, ou celle du Temps vrai & du moyen, tous les mouvements de la Lune, ses Phases, les Eclipses, le passage des Etoiles fixes par le Meridien, leur mouvement particulier, &c. tout cela par la construction intérieure du Globe, qui contient deux mouvements séparés, dont l'un se fait sur l'axe de l'Equateur, & l'autre sur celui de l'Ecliptique. Il contient aussi une Horloge sonnante. Quoiqu'il y ait déja plusieurs Ouvrages dans ce goût là, on a trouvé que celui-ci étoit très-ingénieusement imaginé, que quelques dispositions nouvelles, celle, par exemple, qui regarde les Phases de la Lune & ses latitudes, le rendoient simple, & donnoient une idée avantageuse de l'intelligence & de l'habilité de l'Inventeur.

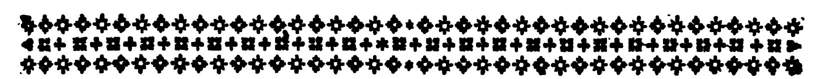
V.

Une Horloge à Sable de M. le Comte Prosper, Capitaine dans le Régiment de Milan, Infanterie Italienne, au service du Roi Catholique. Ce sont deux Vases parfaitement égaux, pleins du même Sable, au bas de chacun desquels est adapté un tuyau de verre où le Sable doit couler, les deux

tuyaux étant auſſi parfaitement égaux, & le tout poſé verticalement. Les deux Vaſes & les deux Tuyaux ſont fort proches, & une plaque de cuivre percée à ſes deux extrémités de deux ouvertures égales à celles des tuyaux de verre, eſt diſpoſée de façon que tournant ſur un Pivot qui eſt entre les deux tuyaux, elle ferme l'un tandis qu'elle laiſſe l'autre entiérement ouvert. On ſçait par expérience en quel temps un tuyau ſe remplit du Sable tombé du Vaſe, & en gradüant ce tuyau par des diviſions égales, on a des parties égales de ce temps, ou, ce qui peut être encore plus exact, à un moment quelconque de la chûte du Sable dans un des tuyaux, on ferme ce tuyau par le moyen de la Plaque, on le détache, ce qui eſt très-facile, & on peſe le Sable tombé; & comme on connoît le poids de tout le Sable qu'un Vaſe contient, il a la même proportion à celui du Sable tombé, que le temps total pendant lequel le Tuyau ſe ſeroit rempli, au temps pendant lequel il n'a reçû qu'une partie du Sable. Par la diſpoſition de la Machine, à l'inſtant qu'on a fermé ce tuyau, l'autre s'eſt ouvert, & le Sable du Vaſe correſpondant y a coulé, ainſi il n'y a point de temps perdu à peſer le Sable d'un tuyau, & la Machine meſure toûjours le temps. Elle a paru aſſés ingénieuſe, quoique ſujette aux inconvénients ordinaires des Sabliers, tels que la différente tenacité du Sable, & l'élargiſſement des trous par ſa chûte continuelle.



ELOGE



ÉLOGE

DE M. DE MALÉZIEU.

NICOLAS DE MALÉZIEU nâquit à Paris en 1650 de Nicolas de Malézieu Ecuyer Seigneur de Bray, & de Marie des Forges, originaire de Champagne. Il étoit encore au Berceau, lorſqu'il perdit ſon Pere, & il demeura entre les mains d'une Mere, qui avoit beaucoup d'eſprit, elle ne fut pas long-temps à s'appercevoir que cet Enfant méritoit une bonne éducation. Il la prévenoit même, & dès l'âge de quatre ans il avoit appris à lire & à écrire, preſque ſans avoir eu beſoin de Maître. Il n'avoit que douze ans, quand il finit ſa Philoſophie au Collége des Jéſuites à Paris. De-là il voulut aller plus loin, parce qu'il entendoit parler d'une Philoſophie nouvelle, qui faiſoit beaucoup de bruit. Il s'y appliqua ſous M. Rohaut, & en même temps aux Mathématiques, dont elle emprunte perpétuellement le ſecours, qu'elle ſe glorifie d'emprunter.

Ces Mathématiques, qui ſouffrent ſi peu qu'on ſe partage entre elles & d'autres Sciences, lui permettoient cependant les Belles Lettres, l'Hiſtoire, le Grec, l'Hébreu, & même la Poëſie, plus incompatible encore avec elles que tout le reſte. Toutes les ſortes de Sciences ſe préſentent à un jeune Homme né avec de l'eſprit, mille hazards les font paſſer en revûë ſous ſes yeux, & c'eſt quelque inclination particuliére, ou plûtôt quelque talent naturel, ſource de l'inclination, qui le détermine à un choix; on préfere ce que l'on ſent qui promet plus de ſuccès. M. de Malézieu ne fit point de choix, & il embraſſa tout; tout l'attiroit également, tout lui promettoit un ſuccès égal.

Feu M. l'Evêque de Meaux le connut, à peine âgé de

vingt ans, & il n'eut pas besoin de sa pénétration pour sentir son mérite. Ce n'étoit point un mérite enveloppé, qui perçât difficilement au travers d'un extérieur triste & sombre ; sa facilité à entendre & à retenir lui avoit épargné ces efforts, & cette pénible contention, dont l'habitude produit la mélançolie, les Sciences étoient entrées dans son Esprit comme dans leur séjour naturel, & n'y avoient rien gâté, au contraire elles s'étoient parées elles-mêmes de la gayeté & de la vivacité qu'elles y avoient trouvées. M. de Meaux prit dès-lors du goût pour sa conversation, & pour son caractere.

Des affaires domestiques l'appellerent en Champagne. Comme il étoit destiné à plaire aux gens de mérite, il entra dans une liaison étroite avec M. de Vialart, Evêque de Châlons, aussi connu par la beauté de son esprit, que par la pureté de ses moeurs, & il se fortifia par ce commerce dans des sentiments de Religion & de piété, qu'il a conservés toute sa vie. Il se maria à vingt-trois ans avec Demoiselle Françoise Faudelle de Faveresse, & quoiqu'amoureux, il fit un bon mariage. Il passa dix ans en Champagne dans une douce solitude, uniquement occupé de deux passions heureuses, car on juge bien que les Livres en étoient une. C'est un bonheur pour les Sçavants, que leur réputation doit amener à Paris, d'avoir eu le loisir de se faire un bon fonds dans le repos d'une Province, le tumulte de Paris ne permet pas assés qu'on fasse de nouvelles acquisitions, si ce n'est celle de la maniére de sçavoir.

Le feu Roi ayant chargé M. le Duc de Montausier & M. l'Evêque de Meaux, de lui chercher des gens de Lettres, propres à être mis auprès de M. le Duc du Maine, qui avoit déja le sçavant M. Chevreau pour Précepteur, ils jetterent les yeux sur M. de Malézieu & M. de Court. Tous deux furent nommés par le Roi, & une seconde fois en quelque sorte par le Public, lorsqu'il les connut assés. Il se trouvoit entre leurs caracteres toute la ressemblance, & de plus toute la différence, qui peuvent servir à former une grande liaison, car on se convient aussi par ne se pas ressembler. L'un vif

& ardent, l'autre plus tranquille, & toûjours égal, ils se réünissoient dans le même goût pour les Sciences, & dans les mêmes principes d'honneur, & leur amitié n'en faisoit qu'un seul homme, en qui tout se trouvoit dans un juste degré. Ils rencontrerent dans le jeune Prince des dispositions & d'esprit & de cœur si heureuses & si singuliéres, qu'on ne peut assûrer qu'ils lui ayent été fort utiles, principalement à l'égard des qualités de l'ame, qu'ils n'eurent guere que l'avantage de voir de plus près, & avec plus d'admiration. Le Roi les admettoit souvent dans son particulier à la suite de M. le Duc du Maine, lorsqu'il n'étoit question que d'amusements, & ces occasions si flateuses étoient extrêmement favorables pour faire briller la vivacité, le génie, & les ressources de génie de M. de Malézieu.

La Cour rassembloit alors un assés grand nombre de gens illustres par l'esprit, Mrs Racine, Despréaux, de la Bruyere, de Malézieu, de Court, M. de Meaux étoit à la tête. Ils formoient une espece de Société particuliére, d'autant plus unie qu'elle étoit plus séparée de celle des Illustres de Paris, qui ne prétendoient pas devoir reconnoître un Tribunal supérieur, ni se soûmettre aveuglément à des jugements, quoique revêtus de ce nom si imposant de jugements de la Cour. Du moins avoient-ils une autorité souveraine à Versailles, & Paris même ne se croyoit pas toûjours assés fort pour en appeller.

M. le Prince, M. le Duc, M. le Prince de Conti, qui brilloient beaucoup aussi par l'esprit, mais qui ne doivent être comptés qu'à part, honoroient M. de Malézieu de leur estime & de leur affection. Il devenoit l'ami de quiconque arrivoit à la Cour avec un mérite éclatant. Il le fut, & très-particuliérement de M. l'Abbé de Fénélon, depuis Archevêque de Cambrai, & il n'en conserva pas moins l'amitié de M. de Meaux, lorsque ces deux grands Prélats furent broüillés par une Question subtile & délicate, qui ne pouvoit guére être une question que pour d'habiles Théologiens. On dit même que ces deux respectables Adversaires le prirent souvent pour Arbitre de plusieurs articles de leurs différents. Soit qu'il s'agît

des procédés, ou du fonds, quelle idée n'avoient-ils pas ou de ses lumiéres, ou de sa droiture ?

Quand M. le Duc du Maine se maria, M. de Malézieu entra dans une nouvelle carriére. Un jeune Princesse, avide de sçavoir, & propre à sçavoir tout, trouva d'abord dans sa maison celui qu'il lui falloit pour apprendre tout, & elle ne manqua pas de se l'attacher particuliérement par ce moyen infaillible que les Princes ont toûjours en leur disposition, par l'estime qu'elle lui fit sentir. Souvent pour lui faire connoître les bons Auteurs de l'Antiquité, que tant de gens aiment mieux admirer que lire, il lui a traduit sur le champ, en présence de toute sa Cour, Virgile, Térence, Sophocle, Euripide, & depuis ce temps-là les traductions n'ont plus été nécessaires que pour une partie de ces Auteurs. Il seroit fort du goût de cette Académie que nous parlassions aussi des Sciences plus élevées, où elle voulut être conduite par le même guide, mais nous craindrions de révéler les secrets d'une si grande Princesse. Il est vrai qu'on devinera bien les noms de ces Sciences, mais on ne devinera pas jusqu'où elle y a pénétré.

M. de Malézieu eut encore auprès d'elle une fonction très-différente, & qui ne lui réussissoit pas moins. La Princesse aimoit à donner chés elle des Fêtes, des Divertissements, des Spectacles, mais elle vouloit qu'il y entrât de l'idée, de l'invention, & que la joye eût de l'esprit. M. de Malézieu occupoit ses talents moins sérieux à imaginer, ou à ordonner une fête, & lui-même y étoit souvent Acteur. Les Vers sont nécessaires dans les plaisirs ingénieux, il en fournissoit qui avoient toûjours du feu, du bon goût, & même de la justesse, quoiqu'il n'y donnât que fort peu de temps, & ne les traitât, s'il le faut dire, que selon leur mérite. Les Impromptu lui étoient assés familiers, & il a beaucoup contribué à établir cette langue à Seaux, où le génie & la gayeté produisent assés souvent ces petits enthousiasmes soudains. En même temps il étoit Chef des Conseils de M. le Duc du Maine, à la place de Mrs Daguesseau & de Fieubet Conseillers d'Etat,

qui étoient morts, il étoit Chancelier de Dombes, premier Magistrat de cette Souveraineté. L'esprit même d'affaires ne s'étoit pas refusé à lui.

En 1696 feu M. le Duc de Bourgogne étant venu en âge d'apprendre les Mathématiques, Mad^e^ de Maintenon porta le Roi à confier cette partie de son éducation à M. de Malézieu, tandis qu'il donneroit à M. Sauveur les deux autres Enfants de France. M. de Malézieu assés délicat pour craindre qu'un si grand honneur ne s'accordât pas parfaitement avec l'attachement inviolable qu'il devoit à M. & à Mad^e^ du Maine, & rassûré par eux-mêmes sur ce scrupule, demanda du moins en grace, que pour mieux marquer qu'il ne sortoit point de son ancien engagement, il lui fût permis de ne point recevoir d'appointements du Roi.

Parmi tous les Eléments de Géométrie, qui avoient paru jusque-là, il choisit ceux de M. Arnaud, comme les plus clairs, & les mieux digérés, pour en faire le fond des leçons qu'il donneroit à M. le Duc de Bourgogne. Seulement il fit à cet Ouvrage quelques additions, & quelques retranchements. Il remarqua bientôt que le jeune Prince, qui surmontoit avec une extrême vivacité les difficultés d'une étude si épineuse, *tomboit aussi quelquefois dans l'inconvénient de vouloir passer à côté, quand il ne les emportoit pas d'abord.* Pour le fixer davantage, il lui proposa *d'écrire de sa main au commencement d'une leçon ce qui lui avoit été enseigné la veille.* Toutes ces leçons écrites par le Prince pendant le cours de quatre ans, & précieusement rassemblées, ont fait un Corps, que M. Boissiére, Bibliothécaire de M. le Duc du Maine, fit imprimer en 1715 sous le titre d'*Eléments de Géométrie de Mgr le Duc de Bourgogne.* L'Editeur les dédie au Prince même, qui en est l'Auteur, & n'oublie pas tout ce qui est dû au sçavant maître de Géométrie. Il y a à la fin du Livre quelques Problêmes, qui n'appartiennent point à des Eléments, résolus par la méthode Analitique, & qui, selon toutes les apparences, sont de M. de Malézieu. Il est dit sur ce sujet, qu'Archimede, & les grands Géometres anciens, *ont dû avoir*

notre Analiſe, ou quelque méthode équivalente, parce qu'il eſt moralement impoſſible qu'ils euſſent ſuivi, ſans s'égarer, des routes auſſi compoſées que celles qu'ils propoſent. Mais par-là on leur ôte la force merveilleuſe, qui a été néceſſaire pour ſuivre, ſans s'égarer, des routes ſi tortueuſes, ſi longues & ſi embarraſſées, & cette force compenſe le mérite moderne d'avoir découvert des chemins ſans comparaiſon plus courts & plus faciles. On veut que pour cauſer plus d'admiration, ils ayent caché leur Secret, quoiqu'en le révélant ils euſſent cauſé une admiration, du moins égale, & qu'ils euſſent en même temps infiniment avancé des Sciences utiles, on veut qu'ils ayent été tous également fidelles à garder ce ſecret, également jaloux d'une gloire qu'ils pouvoient changer contre une autre, également indifférents pour le bien public.

Au renouvellement de l'Académie en 1699, M. de Malézieu fut un des Honoraires, & en 1701 il entra à l'Académie Françoiſe. On ne ſera pas étonné qu'il fût Citoyen de deux Etats ſi différents.

Il faiſoit dans ſa maiſon de Châtenai près de Seaux, des Obſervations aſtronomiques ſelon la même méthode qu'elles ſe font à l'Obſervatoire, où il les avoit appriſes de M[rs] Caſſini & M. Maraldi, ſes amis particuliers, & il les communiquoit à l'Académie. Une perſonne du plus haut rang avoit part à ces Obſervations, auſſi-bien qu'à celles qu'il faiſoit avec le Microſcope, dont nous avons rapporté la plus ſinguliére en 1718 *. S'il n'eût pas été aſſés ſçavant, il eût été obligé de le devenir toûjours de plus en plus pour faire ſa cour, & pour ſuivre les progrès de qui prenoit ſes inſtructions.

* p. 9.

Son temperament robuſte & de feu, joint à une vie réglée, lui a valu une longue ſanté, qui ne s'eſt démentie que vers les 76 ans, encore n'a-ce été que par un dépériſſement lent, & preſque ſans douleur. Il mourut d'Apopléxie le 4 Mars 1727 dans la 77[me] année de ſon âge, & la 54[me] d'un mariage toûjours heureux, où l'eſtime & la tendreſſe mutuelles n'avoient point été altérées. La double loüange qui en

résulte sera toûjours très-rare, même dans d'autres Siécles que celui-ci.

Il a laissé cinq Enfants vivants, trois Garçons, dont l'aîné est Evêque de Lavaur, le 2d, Brigadier des Armées du Roi & Lieutenant général d'Artillerie, & le 3me, Capitaine de Carabiniers, & deux filles, dont l'une est mariée à M. de Messimy, premier Président du Parlement de Dombes, & l'autre à M. le Comte de Guiry, Lieutenant général du Pays d'Aunis, & Mestre de Camp de Cavalerie.

E'LOGE

DE M. NEUTON.

ISAAC NEUTON nâquit le jour de Noël V. S. de l'an 1642 à Volstrope dans la Province de Lincoln. Il sortoit de la Branche aînée de Jean Neuton, Chevalier Baronnet Seigneur de Volstrope. Cette Seigneurie étoit dans la famille depuis près de 200 ans. Mrs Neuton s'y étoient transportés de Westby dans la même Province de Lincoln, mais ils étoient originaires de Neuton dans celle de Lancastre. La mere de M. Neuton, nommée Anne Ascough étoit aussi d'une ancienne famille. Elle se remaria après la mort de son premier mari, pere de M. Neuton.

Elle mit son fils âgé de 12 ans à la grande E'cole de Grantham, & l'en retira au bout de quelques années, afin qu'il s'accoûtumât de bonne heure à prendre connoissance de ses affaires, & à les gouverner lui-même. Mais elle le trouva si peu occupé de ce soin, si distrait par les Livres, qu'elle le renvoya à Grantham pour y suivre son goût en liberté. Il le satisfit encore mieux en passant de-là au Collége de la Trinité dans l'Université de Cambridge, où il fût reçû en 1660 à l'âge de 18 ans.

Pour apprendre les Mathématiques, il n'étudia point

Euclide, qui lui parut trop clair, trop ſimple, indigne de lui prendre du temps ; il le ſçavoit preſque avant que de l'avoir lû, & un coup d'œil ſur l'énoncé des Théorêmes les lui démontroit. Il ſauta tout d'un coup à des Livres tels que la Géométrie de Deſcartes, & les Optiques de Képler. On lui pourroit appliquer ce que Lucain a dit du Nil, dont les Anciens ne connoiſſoient point la ſource, *Qu'il n'a pas été permis aux hommes de voir le Nil foible & naiſſant*. Il y a des preuves que M. Neuton avoit fait à 24 ans ſes grandes découvertes en Géométrie, & poſé les fondements de ſes deux célébres Ouvrages, les *Principes*, & l'*Optique*. Si des Intelligences ſupérieures à l'Homme ont auſſi un progrès de connoiſſances, elles volent tandis que nous rampons, elles ſuppriment des milieux que nous ne parcourons qu'en nous traînant lentement, & avec effort, d'une Vérité à une autre qui y touche.

Nicolas Mercator né dans le Holſtein, mais qui a paſſé ſa vie en Angleterre, publia en 1668 ſa *Logarithmotechnie*, où il donnoit par une Suite ou Série infinie la Quadrature de l'Hiperbole. Alors il parut pour la premiére fois dans le monde ſçavant une Suite de cette eſpece, tirée de la nature particuliére d'une Courbe avec un art tout nouveau, & très-délié. L'illuſtre M. Barrou, qui étoit à Cambridge où étoit M. Neuton âgé de 26 ans, ſe ſouvint auſſi-tôt d'avoir vû la même Théorie dans des Ecrits du jeune Homme, non pas bornée à l'Hiperbole, mais étenduë par des formules générales à toutes ſortes de Courbes, même Méchaniques, à leurs Quadratures, à leurs Rectifications, à leurs Centres de gravité, aux Solides formés par leurs revolutions, aux Surfaces de ces Solides, de ſorte que quand les déterminations étoient poſſibles, les Suites s'arrêtoient à un certain point, ou ſi elles ne s'arrêtoient pas, on en avoit les ſommes par Régle; que ſi les déterminations préciſes étoient impoſſibles, on en pouvoit toûjours approcher à l'Infini, ſupplément le plus heureux, & le plus ſubtil que l'Eſprit humain pût trouver à l'imperfection de ſes connoiſſances. C'étoit une grande

grande richesse pour un Géometre de posséder une Théorie si féconde & si générale, c'étoit une gloire encore plus grande d'avoir inventé une Théorie si surprenante & si ingénieuse, & M. Neuton averti par le Livre de Mercator que cet habile homme étoit sur la voye, & que d'autres s'y pourroient mettre en le suivant, devoit naturellement se presser d'étaler ses trésors, pour s'en assûrer la véritable propriété, qui consiste dans la découverte. Mais il se contenta de la richesse, & ne se picqua point de la gloire. Il dit lui-même dans une Lettre du *Commercium Epistolicum, qu'il avoit crû que son Secret étoit entiérement trouvé par Mercator, ou le seroit par d'autres, avant qu'il fût d'un âge assés mur pour composer.* Il se laissoit enlever sans regret ce qui avoit dû lui promettre beaucoup de gloire, & le flater des plus douces espérances de cette espece, & il attendoit à l'âge convenable pour composer ou pour se donner au Public, n'ayant pas attendu celui de faire les plus grandes choses. Son Manuscrit sur les Suites infinies fut simplement communiqué à M. Collins, & à Milord Brounker, habiles en ces matiéres, & encore ne le fut-il que par M. Barrou, qui ne lui permettoit pas d'être tout-à-fait aussi modeste qu'il l'eût voulu.

Ce Manuscrit, tiré en 1669 du Cabinet de l'Auteur, porte pour titre *Méthode que j'avois trouvée autrefois*, &c. Et quand cet *autrefois* ne seroit que trois ans, il auroit donc trouvé à 24 ans toute la belle Théorie des Suites. Mais il y a plus. Ce même Manuscrit contient, & l'invention & le Calcul des *Fluxions*, ou Infiniment petits, qui ont causé une si grande contestation entre M. Leibnits & lui, ou plûtôt entre l'Allemagne & l'Angleterre. Nous en avons fait l'Histoire en 1716 * dans l'Eloge de M. Leibnits, & quoique ce fût l'Eloge de M. Leibnits, nous y avons si exactement gardé la neutralité d'Historien, que nous n'avons présentement rien de nouveau à dire pour M. Neuton. Nous avons marqué expressément *que M. Neuton étoit certainement Inventeur, que sa gloire étoit en sûreté, & qu'il n'étoit question que de sçavoir si M. Leibnits avoit pris de lui cette idée.* Toute l'Angleterre

* p. 109. & suiv.

en eſt convaincuë, quoique la Societé Royale ne l'ait pas prononcé dans ſon Jugement, & l'ait tout au plus inſinué. M. Neuton eſt conſtamment le premier Inventeur, & de pluſieurs années le premier. M. Leibnits de ſon côté eſt le premier qui ait publié ce Calcul, & s'il l'avoit pris de M. Neuton, il reſſembleroit du moins au Prométhée de la Fable, qui déroba le feu aux Dieux, pour en faire part aux hommes.

En 1687 M. Neuton ſe réſolut enfin à ſe dévoiler, & à révéler ce qu'il étoit, les *Principes Mathématiques de la Philoſophie Naturelle* parurent. Ce Livre, où la plus profonde Géométrie ſert de baſe à une Phiſique toute nouvelle, n'eut pas d'abord tout l'éclat qu'il méritoit, & qu'il devoit avoir un jour. Comme il eſt écrit très-ſçavamment, que les paroles y ſont fort épargnées, qu'aſſés ſouvent les conſéquences y naiſſent rapidement des principes, & qu'on eſt obligé à ſuppléer de ſoi-même tout l'entre-deux, il falloit que le Public eût le loiſir de l'entendre. Les grands Géometres n'y parvinrent qu'en l'étudiant avec ſoin, les médiocres ne s'y embarquerent qu'excités par le témoignage des grands, mais enfin quand le Livre fut ſuffiſamment connu, tous ces ſuffrages, qu'il avoit gagnés ſi lentement, éclaterent de toutes parts, & ne formerent qu'un cri d'admiration. Tout le monde fut frappé de l'eſprit original qui brille dans l'Ouvrage, de cet eſprit créateur, qui dans toute l'étenduë du Siécle le plus heureux ne tombe guere en partage qu'à trois ou quatre hommes pris dans toute l'étenduë des Pays ſçavants.

Deux Théories principales dominent dans les *Principes Mathématiques*, celle des Forces Centrales, & celle de la Réſiſtance des Milieux au Mouvement, toutes deux preſque entiérement neuves, & traitées ſelon la ſublime Géométrie de l'Auteur. On ne peut plus toucher ni à l'une ni à l'autre de ces matiéres, ſans avoir M. Neuton devant les yeux, ſans le répéter, ou ſans le ſuivre, & ſi on veut le déguiſer, quelle adreſſe pourra empêcher qu'il ne ſoit reconnu?

Le rapport trouvé par Képler, entre les révolutions des Corps céleſtes, & leurs diſtances à un centre commun de ces

révolutions, regne conſtamment dans tout le Ciel. Si l'on imagine, ainſi qu'il eſt néceſſaire, qu'une certaine force empêche ces grands Corps de ſuivre pendant plus d'un inſtant leur mouvement naturel en ligne droite d'Occident en Orient, & les retire continuellement vers un centre, il ſuit de la Régle de Képler, que cette force, qui ſera centrale, ou plus particuliérement *centripete,* aura ſur un même corps une action variable ſelon ſes différentes diſtances à ce centre, & cela dans la raiſon renverſée des quarrés de ces diſtances, c'eſt-à-dire, par exemple, que ſi ce corps étoit deux fois plus éloigné du centre de ſa révolution, l'action de la force centrale ſur lui en ſeroit quatre fois plus foible. Il paroît que M. Neuton eſt parti de là pour toute ſa Phiſique du Monde pris en grand. Nous pouvons ſuppoſer auſſi ou feindre qu'il a d'abord conſidéré la Lune, parce qu'elle a la Terre pour centre de ſon mouvement.

Si la Lune perdoit toute l'impulſion, toute la tendance qu'elle a pour aller d'Occident en Orient en ligne droite, & qu'il ne lui reſtât que la force centrale qui la porte vers le centre de la Terre, elle obéïroit donc uniquement à cette force, en ſuivroit uniquement la direction, & viendroit en ligne droite vers le centre de la Terre. Son mouvement de révolution étant connu, M. Neuton démontre par ce mouvement que dans la 1re Minute de ſa deſcente elle décriroit 15 pieds de Paris. Sa diſtance à la Terre eſt de 60 demi-diametres de la Terre, donc ſi la Lune étoit à la ſurface de la Terre, ſa force ſeroit augmentée ſelon le quarré de 60, c'eſt-à-dire, qu'elle ſeroit 3600 fois plus puiſſante, & que la Lune dans une Minute décriroit 3600 fois 15 pieds.

Maintenant ſi l'on ſuppoſe que la force qui agiſſoit ſur la Lune ſoit la même que celle que nous appellons Peſanteur dans les Corps terreſtres, il s'enſuivra du Siſtême de Galilée, que la Lune, qui à la ſurface de la Terre parcouroit 3600 fois 15 pieds en 1 Minute, devroit parcourir auſſi 15 pieds dans la 1re 60me partie, ou dans la 1re Seconde de cette Minute. Or on ſçait par toutes les expériences, & on n'a

pû les faire qu'à de très-petites distances de la surface de la Terre, que les Corps pesants tombent de 15 pieds dans la 1re Seconde de leur chûte. Ils sont donc, quand nous éprouvons la durée de leurs chûtes, dans le même cas précisément, que si ayant fait autour de la Terre, avec la même force centrale que la Lune, la même révolution, & à la même distance, ils se trouvoient ensuite tout près de la surface de la Terre, & s'ils sont dans le même cas où seroit la Lune, la Lune est dans le cas où ils sont, & n'est retirée à chaque instant vers la Terre que par la même Pesanteur. Une conformité si exacte d'effets, ou plûtôt cette parfaite identité, ne peut venir que de celle des causes.

Il est vrai que dans le Sistême de Galilée, qu'on a suivi ici, la Pesanteur est constante, & que la force centrale de la Lune ne l'est pas dans la démonstration même qu'on vient de donner. Mais la Pesanteur peut bien ne paroître constante, ou, pour mieux dire, elle ne le paroît dans toutes nos expériences, qu'à cause que la plus grande hauteur d'où nous puissions voir tomber des Corps, n'est rien par rapport à la distance de 1500 Lieuës, où ils sont tous du centre de la Terre. Il est démontré qu'un Boulet de Canon tiré horisontalement décrit dans l'hipothese de la Pesanteur constante une Parabole terminée à un certain point par la rencontre de la Terre, mais que s'il étoit tiré d'une hauteur qui pût rendre sensible l'inégalité d'action de la Pesanteur, il décriroit au lieu de la Parabole une Ellipse, dont le centre de la Terre seroit un des Foyers, c'est-à-dire, qu'il feroit exactement ce que fait la Lune.

Si la Lune est pesante à la maniére des Corps terrestres, si elle est portée vers la Terre par la même force qui les y porte, si selon l'expression de M. Neuton elle pese sur la Terre, la même cause agit dans tout ce merveilleux assemblage de Corps célestes, car toute la Nature est une, c'est par-tout la même disposition, par-tout des Ellipses décrites par des Corps dont le mouvement se rapporte à un Corps placé dans un des Foyers. Les Satellites de Jupiter pesent sur Jupiter, comme

la Lune ſur la Terre, les Satellites de Saturne ſur Saturne, toutes les Planetes enſemble ſur le Soleil.

On ne ſçait point en quoi conſiſte la Peſanteur, & M. Neuton lui-même l'a ignoré. Si la Peſanteur agit par impulſion, on conçoit qu'un bloc de Marbre qui tombe, peut être pouſſé vers la Terre, ſans que la Terre ſoit aucunement pouſſée vers lui, & en un mot tous les centres, auſquels ſe rapportent les mouvements cauſés par la Peſanteur, pourront être immobiles. Mais ſi elle agit par attraction, la Terre ne peut attirer le bloc de Marbre, ſans que ce bloc n'attire auſſi la Terre ; pourquoi cette vertu attractive ſeroit-elle plûtôt dans certains Corps que dans d'autres? M. Neuton poſe toûjours l'action de la Peſanteur réciproque dans tous les Corps, & proportionnelle ſeulement à leurs maſſes, & par-là il ſemble déterminer la Peſanteur à être réellement une attraction. Il n'employe à chaque moment que ce mot pour exprimer la force active des Corps, force, à la vérité, inconnuë, & qu'il ne prétend pas définir, mais ſi elle pouvoit agir auſſi par impulſion, pourquoi ce terme plus clair n'auroit-il pas été préféré? car on conviendra qu'il n'étoit guere poſſible de les employer tous deux indifféremment, ils ſont trop opposés. L'uſage perpétuel du mot d'attraction, ſoûtenu d'une grande autorité, & peut-être auſſi de l'inclination qu'on croit ſentir à M. Neuton pour la choſe même, familiariſe du moins les Lecteurs avec une idée proſcrite par les Cartéſiens, & dont tous les autres Philoſophes avoient ratifié la condamnation, il faut être préſentement ſur ſes gardes, pour ne lui pas imaginer quelque réalité, on eſt expoſé au péril de croire qu'on l'entend.

Quoiqu'il en ſoit, tous les Corps, ſelon M. Neuton, peſent les uns ſur les autres, ou s'attirent en raiſon de leurs maſſes, & quand ils tournent autour d'un centre commun, dont par conſéquent ils ſont attirés, & qu'ils attirent, leurs forces attractives varient dans la raiſon renverſée des quarrés de leurs diſtances à ce centre ; & ſi tous enſemble avec leur centre commun tournent autour d'un autre centre commun

à eux & à d'autres, ce ſont encore de nouveaux rapports, qui font une étrange complication. Ainſi chacun des cinq Satellites de Saturne peſe ſur les quatre autres, & les quatre autres ſur lui; tous les cinq peſent ſur Saturne, & Saturne ſur eux; le tout enſemble peſe ſur le Soleil, & le Soleil ſur ce tout. Quelle Géométrie a été néceſſaire pour débroüiller ce Cahos de rapports! Il paroît téméraire de l'avoir entrepris, & on ne peut voir ſans étonnement que d'une Théorie ſi abſtraite, formée de pluſieurs Théories particuliéres, toutes très-difficiles à manier, il naiſſe néceſſairement des concluſions toûjours conformes aux faits établis par l'Aſtronomie.

Quelquefois même ces concluſions ſemblent deviner des faits, auſquels les Aſtronomes ne ſe ſeroient pas attendus. On prétend depuis un temps, & ſur-tout en Angleterre, que quand Jupiter & Saturne ſont entr'eux dans leur plus grande proximité, qui eſt de 165 millions de Lieuës, leurs mouvements ne ſont plus de la même régularité que dans le reſte de leur cours, & le Siſtême de M. Neuton en donne tout d'un coup la cauſe, qu'aucun autre Siſtême ne donneroit. Jupiter & Saturne s'attirent plus fortement l'un l'autre, parce qu'ils ſont plus proches, & par-là la régularité du reſte de leur cours eſt ſenſiblement troublée. On peut aller juſqu'à déterminer la quantité & les bornes de ce déréglement.

La Lune eſt la moins réguliére des Planetes, elle échappe aſſés ſouvent aux Tables les plus exactes, & fait des écarts dont on ne connoît point les principes. M. Halley, que ſon profond ſçavoir en Mathématique n'empêche pas d'être bon Poëte, dit dans des Vers Latins qu'il a mis au devant des *Principes* de M. Neuton, que *la Lune juſque-là ne s'étoit point laiſſé aſſujettir au frein des Calculs, & n'avoit été domptée par aucun Aſtronome*, mais qu'elle l'eſt enfin dans le nouveau Siſtême. Toutes les bizarreries de ſon cours y deviennent d'une néceſſité qui les fait prédire, & il eſt difficile qu'un Siſtême, où elles prennent cette forme, ne ſoit qu'un Siſtême heureux, ſur-tout ſi on ne les regarde que comme une petite partie d'un Tout, qui embraſſe avec le même ſuccès une infinité

d'autres explications. Celle du Flux & du Reflux s'offre si naturellement par l'action de la Lune sur les Mers, combinée avec celle du Soleil, que ce merveilleux phénomene semble en être dégradé.

La seconde des deux grandes Théories sur lesquelles roule le Livre des *Principes*, est celle de la Résistance des Milieux au Mouvement, qui doit entrer dans les principaux phénomenes de la Nature, tels que les Mouvements des Corps célestes, la Lumiére, le Son. M. Neuton établit à son ordinaire sur une très-profonde Géométrie, ce qui doit résulter de cette Résistance, selon toutes les causes qu'elle peut avoir, la Densité du Milieu, la Vîtesse du Corps mû, la grandeur de sa Surface, & il arrive enfin à des conclusions qui détruisent les Tourbillons de Descartes, & renversent ce grand Edifice céleste, qu'on auroit crû inébranlable. Si les Planetes se meuvent autour du Soleil dans un Milieu, quel qu'il soit, dans une matiére Ethérée, qui remplit tout, & qui, quelque subtile qu'elle soit, n'en résistera pas moins, ainsi qu'il est démontré, comment les mouvements des Planetes n'en sont-ils pas perpétuellement, & même promptement affoiblis? sur-tout, comment les Cometes traversent-elles les Tourbillons librement en tous sens, quelquefois avec des directions de mouvement contraires aux leurs, sans en recevoir nulle altération sensible dans leurs mouvements, de quelque longue durée qu'ils puissent être? Comment ces Torrents immenses, & d'une rapidité presqu'incroyable n'absorbent-ils pas en peu d'instants tout le mouvement particulier d'un Corps, qui n'est qu'un atome par rapport à eux, & ne le forcent-ils pas à suivre leur cours?

Les Corps célestes se meuvent donc dans un grand Vuide, si ce n'est que leurs exhalaisons, & les rayons de Lumiére, qui forment ensemble mille entrelassements différents, mêlent un peu de matiére à des Espaces immatériels presqu'infinis. L'Attraction & le Vuide, bannis de la Phisique par Descartes, & bannis pour jamais selon les apparences, y reviennent ramenés par M. Neuton, armés d'une force toute nouvelle

dont ont ne les croyoit pas capables, & ſeulement peut-être un peu déguiſés.

Les deux grands Hommes, qui ſe trouvent dans une ſi grande oppoſition, ont eû de grands rapports. Tous deux ont été des génies du premier ordre, nés pour dominer ſur les autres eſprits, & pour fonder des Empires. Tous deux Géométres excellents ont vû la néceſſité de tranſporter la Géométrie dans la Phiſique. Tous deux ont fondé leur Phiſique ſur une Géométrie, qu'ils ne tenoient preſque que de leurs propres lumiéres. Mais l'un, prenant un vol hardi, a voulu ſe placer à la ſource de tout, ſe rendre maître des premiers principes par quelques idées claires, & fondamentales, pour n'avoir plus qu'à deſcendre aux phénomenes de la Nature, comme à des conſéquences néceſſaires; l'autre plus timide, ou plus modeſte, a commencé ſa marche par s'appuyer ſur les phénomenes pour remonter aux principes inconnus, réſolu de les admettre quels que les pût donner l'enchaînement des conſéquences. L'un part de ce qu'il entend nettement pour trouver la cauſe de ce qu'il voit. L'autre part de ce qu'il voit pour en trouver la cauſe, ſoit claire, ſoit obſcure. Les principes évidents de l'un ne le conduiſent pas toûjours aux phénomenes tels qu'ils ſont; les phénomenes ne conduiſent pas toûjours l'autre à des principes aſſés évidents. Les bornes, qui dans ces deux routes contraires ont pû arrêter deux hommes de cette eſpece, ce ne ſont pas les bornes de leur Eſprit, mais celles de l'Eſprit humain.

En même temps que M. Neuton travailloit à ſon grand Ouvrage des *Principes*, il en avoit un autre entre les mains, auſſi original, auſſi neuf, moins général par ſon titre, mais auſſi étendu par la maniére dont il devoit traiter un ſujet particulier. C'eſt l'*Optique*, ou *Traité de la Lumiéres & des Couleurs*, qui parut pour la premiére fois en 1704, il avoit fait pendant le cours de 30 années les expériences qui lui étoient néceſſaires.

L'Art de faire des Expériences porté à un certain degré, n'eſt nullement commun. Le moindre fait qui s'offre à nos yeux, eſt compliqué de tant d'autres faits, qui le compoſent ou

ou le modifient, qu'on ne peut sans une extrême adresse démêler tout ce qui y entre, ni même sans une sagacité extrême soupçonner tout ce qui peut y entrer. Il faut décomposer le fait dont il s'agit en d'autres qui ont eux-mêmes leur composition, & quelquefois, si l'on n'avoit bien choisi sa route, on s'engageroit dans des Labirinthes d'où l'on ne sortiroit pas. Les faits primitifs & élémentaires semblent nous avoir été cachés par la Nature avec autant de soin que des Causes, & quand on parvient à les voir, c'est un spectacle tout nouveau, & entiérement imprévû.

L'Objet perpetuel de l'*Optique* de M. Neuton, est l'Anatomie de la Lumiére. L'expression n'est point trop hardie; ce n'est que la chose même. Un très-petit Rayon de Lumiére, qu'on laisse entrer dans une chambre parfaitement obscure, mais qui ne peut être si petit qu'il ne soit encore un faisceau d'une infinité de rayons, est divisé, dissequé, de façon que l'on a les rayons élémentaires qui le composoient séparés les uns des autres, & teints chacun d'une couleur particuliére, qui après cette séparation ne peut plus être altérée. Le Blanc dont étoit le rayon total avant la dissection, résultoit du mélange de toutes les couleurs particuliéres des rayons primitifs. La séparation de ces rayons étoit si difficile, que quand M. Mariotte l'entreprit sur les premiers bruits des expériences de M. Neuton, il la manqua, lui qui avoit tant de génie pour les expériences, & qui a si bien réussi sur tant d'autres sujets.

On ne sépareroit jamais les Rayons primitifs & colorés, s'ils n'étoient de leur nature tels qu'en passant par le même Milieu, par le même Prisme de verre, ils se rompent sous différents angles, & par-là se démêlent quand ils sont reçûs à des distances convenables. Cette différente refrangibilité des Rayons rouges, jaunes, verts, bleus, violets & de toutes les couleurs intermédiaires en nombre infini, propriété qu'on n'avoit jamais soupçonnée, & à laquelle on ne pouvoit guere être conduit par aucune conjecture, est la découverte fondamentale du Traité de M. Neuton. La différente refrangibilité

amene la différente réfléxibilité. Il y a plus. Les Rayons qui tombent ſous le même angle ſur une ſurface s'y rompent & refléchiſſent alternativement, eſpece de jeu qui n'a pû être apperçû qu'avec des yeux extrêmement fins, & bien aidés par l'Eſprit. Enfin, & ſur ce point ſeul, la première idée n'appartient pas à M. Neuton, les Rayons qui paſſent près des extrémités d'un Corps ſans le toucher, ne laiſſent pas de s'y détourner de la ligne droite, ce qu'on appelle *infléxion*. Tout cela enſemble forme un Corps d'*Optique* ſi neuf, qu'on pourra déſormais regarder cette Science comme preſque entiérement dûë à l'Auteur.

Pour ne pas ſe borner à des ſpéculations, qu'on traite quelquefois injuſtement d'oiſives, il a donné dans cet Ouvrage l'invention, & le deſſein d'un Teleſcope par réfléxion, qui n'a été bien executé que long-temps après. On a vû ici que ce Teleſcope n'ayant que 2 pieds ½ de longueur, faiſoit autant d'effet qu'un bon Teleſcope ordinaire de 8 ou 9 pieds, avantage très-conſidérable, & dont apparemment on connoîtra mieux encore à l'avenir toute l'étenduë.

Une utilité de ce Livre, auſſi grande peut-être que celle qu'on tire du grand nombre de connoiſſances nouvelles dont il eſt plein, eſt qu'il fournit un excellent modéle de l'Art de ſe conduire dans la Philoſophie Expérimentale. Quand on voudra interroger la Nature par les expériences, & les obſervations, il la faudra interroger comme M. Neuton, d'une maniére auſſi adroite, & auſſi preſſante. Des choſes qui ſe dérobent preſque à la recherche par être trop déliées, il les ſçait réduire à ſouffrir le Calcul, & un Calcul qui ne demande pas ſeulement le ſçavoir des bons Géometres, mais encore plus une dextérité particuliére. L'application qu'il fait de ſa Géométrie a autant de fineſſe, que ſa Géométrie a de ſublimité.

Il n'a pas achevé ſon *Optique*, parce que des expériences dont il avoit encore beſoin, furent interrompuës, & qu'il n'a pû les reprendre. Les Pierres d'attente qu'il a laiſſées à cet Edifice imparfait, ne pourront guere être employées que

par des mains aussi habiles que celles du premier Architecte. Il a du moins mis sur la voye, autant qu'il a pû, ceux qui voudront continüer son ouvrage, & même il leur trace un chemin pour passer de l'Optique à une Phisique entiére; sous la forme de *Doutes* ou de *Questions à éclaircir*, il propose un grand nombre de vûës, qui aideront les Philosophes à venir, ou du moins feront l'histoire, toûjours curieuse, des pensées d'un grand Philosophe.

L'attraction domine dans ce Plan abrégé de Phisique. La force qu'on appelle *dureté* des Corps, est l'attraction mutuelle de leurs parties, qui les serre les-unes contre les autres, & si elles sont de figure à se pouvoir toucher par toutes leurs faces sans laisser d'interstices, les Corps sont parfaitement durs. Il n'y a de cette espece que de petits Corps primordiaux & inaltérables, Eléments de tous les autres. Les fermentations, ou effervescences Chimiques, dont le mouvement est si violent, qu'on les pourroit quelquefois comparer à des Tempêtes, sont des effets de cette puissante attraction, qui n'agit entre les petits corps qu'à de petites distances.

En général il conçoit que l'attraction est le principe agissant de toute la Nature, & la cause de tous les mouvements. Car si une certaine quantité de mouvement une fois imprimée par les mains de Dieu, ne faisoit ensuite que se distribuer différemment selon les Loix du Choc, il paroît qu'il périroit toûjours du mouvement par les chocs contraires sans qu'il en pût renaître, & que l'Univers tomberoit assés promptement dans un repos, qui seroit la mort générale de tout. La vertu de l'attraction toûjours subsistante, & qui ne s'affoiblit point en s'exerçant, est une ressource perpétuelle d'action & de vie. Encore peut-il arriver que les effets de cette vertu viennent enfin à se combiner de façon que le Sistême de l'Univers se dérégleroit, & *qu'il demanderoit*, selon M. Neuton, *une main qui y retouchât.*

Il déclare bien nettement qu'il ne donne cette attraction que pour une cause qu'il ne connoît point, & dont seulement il considére, compare & calcule les effets, & pour se sauver

du reproche de rappeller les *Qualités occultes* des Scholastiques, il dit qu'il n'établit que des qualités *manifestes* & très-sensibles par les phénomenes, mais qu'à la vérité les causes de ces qualités sont *occultes*, & qu'il en laisse la recherche à d'autres Philosophes. Mais ce que les Scholastiques appelloient Qualités occultes, n'étoient-ce pas des Causes ? ils voyoient bien aussi les Effets. D'ailleurs ces Causes occultes, que M. Neuton n'a pas trouvées, croyoit-il que d'autres les trouvassent ? s'engagera-t-on avec beaucoup d'espérance à les chercher ?

Il mit à la fin de l'*Optique* deux Traités de pure Géométrie, l'un de la *Quadrature des Courbes*, l'autre un *Dénombrement des Lignes* qu'il appelle *du 3me ordre*. Il les en a retranchés depuis, parce que le sujet en étoit trop différent de celui de l'Optique, & on les a imprimés à part en 1711 avec une *Analise par les Equations infinies*, & la *Méthode Différentielle*. Ce ne seroit plus rien dire que d'ajoûter ici qu'il brille dans tous ces Ouvrages une haute & fine Géométrie, qui lui appartenoit entiérement.

Absorbé dans ses spéculations, il devoit naturellement être & indifférent pour les affaires, & incapable de les traiter. Cependant lors qu'en 1687, année de la publication de ses *Principes*, les privileges de l'Université de Cambridge, où il étoit Professeur en Mathématique dès l'an 1669, par la démission de M. Barrou en sa faveur, furent attaqués par le Roi Jacques II, il fut un des plus zélés à les soûtenir, & son Université le nomma pour être un de ses Délégués pardevant la Cour de *Haute-Commission*. Il en fut aussi le Membre représentant dans le Parlement de *Convention* en 1688, & il y tint séance jusqu'à ce qu'il fût dissous.

En 1696 le Comte de Halifax, Chancelier de l'Echiquier, & grand Protecteur des Sçavants, car les Seigneurs Anglois ne se picquent pas de l'honneur d'en faire peu de cas, & souvent le sont eux-mêmes, obtint du Roi Guillaume de créer M. Neuton *Garde des Monnoyes*, & dans cette charge il rendit des services importants à l'occasion de la grande

Refonte qui se fit en ce temps-là. Trois ans après il fut *Maître de la Monnoye*, emploi d'un revenu très-considérable, & qu'il a possedé jusqu'à la mort.

On pourroit croire que sa Charge de la Monnoye ne lui convenoit que parce qu'il étoit excellent Géometre & Phisicien, & en effet cette matiére demande souvent des Calculs difficiles, & quantité d'expériences Chimiques ; & il a donné des preuves de ce qu'il pouvoit en ce genre par sa *Table des Essais des Monnoyes étrangeres*, imprimée à la fin du Livre du Docteur Arbuthnott. Mais il falloit que son génie s'étendît jusqu'aux affaires purement politiques, & où il n'entroit nul mélange des Sciences spéculatives. A la convocation du Parlement de 1701, il fut chosi de nouveau Membre de cette Assemblée pour l'Université de Cambridge. Après tout, c'est peut-être une erreur de regarder les Sciences & les affaires comme si incompatibles, principalement pour les hommes d'une certaine trempe. Les affaires politiques bien entendües se réduisent elles-mêmes à des Calculs très-fins, & à des combinaisons délicates, que les Esprits accoûtumés aux hautes spéculations saisissent plus facilement & plus sûrement, dès qu'ils sont instruits des faits, & fournis des matériaux nécessaires.

M. Neuton a eû le bonheur singulier de joüir pendant sa vie de tout ce qu'il meritoit, bien différent de Descartes, qui n'a reçû que des honneurs posthumes. Les Anglois n'en honorent pas moins les grands talents pour être nés chés eux ; loin de chercher à les rabaisser par des Critiques injurieuses, loin d'applaudir à l'Envie qui les attaque, ils sont tous de concert à les élever, & cette grande Liberté, qui les divise sur les points les plus importants, ne les empêche point de se réünir sur celui-là. Ils sentent tous combien la gloire de l'Esprit doit être précieuse à un Etat, & qui peut la procurer à leur Patrie, leur devient infiniment cher. Tous les Sçavants d'un Pays, qui en produit tant, mirent M. Neuton à leur tête par une espece d'acclamation unanime, ils le reconnurent pour Chef, & pour Maître, un Rebelle n'eût osé s'élever, on n'eût pas

souffert même un médiocre admirateur. Sa Philosophie a été adoptée par toute l'Angleterre, elle domine dans la Societé Royale, & dans tous les excellents ouvrages qui en sont sortis, comme si elle étoit déja consacrée par le respect d'une longue suite de Siécles. Enfin il a été reveré au point que la mort ne pouvoit plus lui produire de nouveaux honneurs, il a vû son Apothéose. Tacite qui a reproché aux Romains leur extrême indifférence pour les grands Hommes de leur nation, eût donné aux Anglois la loüange toute opposée. Envain les Romains se seroient-ils excusés sur ce que le grand mérite leur étoit devenu familier, Tacite leur eût répondu que le grand mérite n'étoit jamais commun, ou que même il faudroit, s'il étoit possible, le rendre commun par la gloire qui y seroit attachée.

En 1703 M. Neuton fut élu President de la Société Royale, & l'a été sans interruption jusqu'à sa mort pendant 23 ans, exemple unique, & dont on n'a pas crû devoir craindre les conséquences.

La Reine Anne le fit Chevalier en 1705, titre d'honneur, qui marque du moins que son nom étoit allé jusqu'au Trône, où les noms les plus illustres en ce genre ne parviennent pas toûjours.

Il fut plus connu que jamais à la Cour sous le Roi George. La Princesse de Galles, aujourd'hui Reine d'Angleterre, avoit assés de lumiéres & de connoissances pour interroger un homme tel que lui, & pour ne pouvoir être satisfaite que par lui. Elle a souvent dit publiquement qu'elle se tenoit heureuse de vivre de son temps, & de le connoître. Dans combien d'autres Siécles, & dans combien d'autres Nations auroit-il pû être placé sans y retrouver une Princesse de Galles !

Il avoit composé un ouvrage de Chronologie ancienne, qu'il ne songeoit point à publier, mais cette Princesse, à qui il en confia les vûës principales, les trouva si neuves & si ingénieuses, qu'elle voulut avoir un précis de tout l'ouvrage, qui ne sortiroit jamais de ses mains, & qu'elle posséderoit

seule. Elle le garde encore aujourd'hui avec tout ce qu'elle a de plus précieux. Il s'en échappa cependant une Copie; il étoit difficile que la curiosité, excitée par un morceau singulier de M. Neuton, n'usât de toute son adresse pour pénétrer jusqu'à ce Trésor, & il est vrai qu'il faudroit être bien sévére pour la condamner. Cette Copie fut apportée en France par celui qui étoit assés heureux pour l'avoir, & l'estime qu'il en faisoit l'empêcha de la garder avec le dernier soin. Elle fut vûë, traduite, & enfin imprimée.

Le point principal du Sistême Chronologique de M. Neuton, tel qu'il paroît dans cet Extrait qu'on a de lui, est de rechercher, en suivant avec beaucoup de subtilité quelques traces assés foibles de la plus ancienne Astronomie Grecque, quelle étoit au temps de Chiron le Centaure la position du Colure des Equinoxes par rapport aux Etoiles fixes. Comme on sçait aujourd'hui que ces Etoiles ont un mouvement en longitude d'un degré en 72 ans, si on sçait une fois qu'au temps de Chiron le Colure passoit par certaines Fixes, on sçaura, en prenant leur distance à celles par où il passe aujourd'hui, combien de temps s'est écoulé depuis Chiron jusqu'à nous. Chiron étoit du fameux voyage des Argonautes, ce qui en fixera l'Epoque, & nécessairement ensuite celle de la Guerre de Troye, deux grands évenements d'où dépend toute l'ancienne Chronologie. M. Neuton les met de 500 ans plus proche de l'Ere Chrêtienne, que ne font ordinairement les autres Chronologistes. Le Sistême a été attaqué par deux Sçavants François. On leur reproche en Angleterre de n'avoir pas attendu l'ouvrage entier, & de s'être pressés de critiquer. Mais cet empressement même ne fait-il pas honneur à M. Neuton! Ils se sont saisis le plus promptement qu'ils ont pû de la gloire d'avoir un pareil Adversaire. Ils doivent trouver d'autres en sa place. Le célébre M. Halley, premier Astronome du Roi de la Grande Bretagne, a déja écrit pour soûtenir tout l'Astronomique du Sistême, son amitié pour l'illustre Mort & ses grandes connoissances dans la matiére, doivent le rendre redoutable. Mais enfin la contestation

n'eſt pas terminée, le Public, peu nombreux, qui eſt en état de juger, ne l'a pas encore fait, & quand il arriveroit que les plus fortes raiſons fuſſent d'un côté & de l'autre le nom de M. Neuton, peut-être ce Public ſeroit-il quelque temps en ſuſpens, & peut-être ſeroit-il excuſable.

Dès que l'Académie des Sciences par le Réglement de 1699 put choiſir des Aſſociés Etrangers, elle ne manqua pas de ſe donner M. Neuton. Il entretint toûjours commerce avec elle, en lui envoyant tout ce qui paroiſſoit de lui. C'étoient ſes anciens travaux, ou qu'il faiſoit réimprimer, ou qu'il donnoit pour la premiére fois; depuis qu'il fut employé à la Monnoye, ce qui étoit arrivé déja quelque temps auparavant, il ne s'engagea plus dans aucune entrepriſe conſidérable de Mathématique, ni de Philoſophie. Car quoique l'on pût compter pour une entrepriſe conſidérable la Solution du fameux Problême des *Trajectoires*, propoſé aux Anglois comme un défi par M. Leibnits pendant ſa conteſtation avec eux, & recherché bien ſoigneuſement pour l'embarras & la difficulté, ce ne fut preſque qu'un jeu pour M. Neuton. On aſſûre qu'il reçût ce Problême à quatre heures du ſoir, revenant de la Monnoye fort fatigué, & ne ſe coucha point qu'il n'en fût venu à bout. Après avoir ſervi ſi utilement dans les connoiſſances ſpéculatives toute l'Europe ſçavante, il ſervit uniquement ſa Patrie dans des affaires dont l'utilité étoit plus ſenſible & plus directe, plaiſir touchant pour tout bon Citoyen; mais tout le temps qu'il avoit libre, il le donnoit à la curioſité de ſon Eſprit, qui ne ſe faiſoit point une gloire de dédaigner aucune ſorte de connoiſſance, & ſçavoit ſe nourrir de tout. On a trouvé de lui après ſa mort quantité d'Ecrits ſur l'Antiquité, ſur l'Hiſtoire, ſur la Théologie même, ſi éloignée des Sciences par où il eſt connu. Il ne ſe permettoit ni de paſſer des moments oiſifs ſans s'occuper, ni de s'occuper légérement, & avec une foible attention.

Sa ſanté fut toûjours ferme, & égale juſqu'à l'âge de 80 ans, circonſtance très-eſſentielle du rare bonheur dont il a joüi. Alors il commença à être incommodé d'une inconti-nence

nence d'Urine, encore dans les cinq années ſuivantes, qui précéderent ſa mort, eut-il de grands intervalles de ſanté, ou d'un état fort tolérable, qu'il ſe procuroit par le régime, & par des attentions dont il n'avoit pas eû beſoin juſque-là. Il fut obligé de ſe repoſer de ſes fonctions à la Monnoye ſur M. Conduitt, qui avoit épouſé une de ſes Niéces, il ne s'y réſolut que parce qu'il étoit bien ſûr de remettre en bonnes mains un dépôt ſi important & ſi délicat. Son jugement a été confirmé depuis ſa mort par le choix du Roi, qui a donné cette place à M. Conduitt. M. Neuton ne ſouffrit beaucoup que dans les derniers vingt jours de ſa vie. On jugea ſûrement qu'il avoit la Pierre, & qu'il n'en pouvoit revenir. Dans des accès de douleur ſi violents que les gouttes de ſueur lui en couloient ſur le viſage, il ne pouſſa jamais un cri, ni ne donna aucun ſigne d'impatience, & dès qu'il avoit quelques moments de relâche, il ſourioit, & parloit avec ſa gayeté ordinaire. Juſque-là il avoit toûjours lû, ou écrit pluſieurs heures par jour. Il lut les Gazettes le Samedi 18 Mars V. S. au matin, & parla long-temps avec le Docteur Mead, Médecin célébre, il poſſédoit parfaitement tous ſes ſens & tout ſon eſprit, mais le ſoir il perdit abſolument la connoiſſance, & ne la reprit plus, comme ſi les facultés de ſon ame n'avoient été ſujettes qu'à s'éteindre totalement, & non pas à s'affoiblir. Il mourut le Lundi ſuivant 20 Mars, âgé de quatre-vingt-cinq ans.

Son Corps fut expoſé ſur un Lit de parade dans la Chambre de Jéruſalem, endroit d'où l'on porte au lieu de leur ſépulture les perſonnes du plus haut rang, & quelquefois les Têtes couronnées. On le porta dans l'Abbaye de Weſtminſter, le Poile étant ſoutenu par Milord grand Chancelier, par les Ducs de Montroſe & Roxburgh, & par les Comtes de Pembrocke, de Suſſex & de Maclesfield. Ces ſix Pairs d'Angleterre qui firent cette fonction ſolemnelle, font aſſés juger quel nombre de perſonnes de diſtinction groſſirent la Pompe funébre. L'Evêque de Rocheſter fit le Service, accompagné de tout le Clergé de l'Egliſe. Le Corps fut enterré près de

l'entrée du Chœur. Il faudroit presque remonter chés les anciens Grecs, si l'on vouloit trouver des exemples d'une aussi grande vénération pour le sçavoir. La famille de M. Neuton imite encore la Gréce de plus près par un Monument qu'elle lui fait élever, & auquel elle employe une somme considérable. Le Doyen & le Chapitre de Westminster ont permis qu'on le construise dans un endroit de l'Abbaye, qui a souvent été refusé à la plus haute Noblesse. La patrie & la famille ont fait éclater pour lui la même reconnoissance, que s'il les avoit choisies.

Il avoit la taille médiocre, avec un peu d'embonpoint dans ses derniéres années, l'œil fort vif & fort perçant, la phisionomie agréable & vénérable en même temps, principalement quand il ôtoit sa perruque, & laissoit voir une chevelure toute blanche, épaisse & bien fournie. Il ne se servit jamais de Lunettes, & ne perdit qu'une seule dent pendant toute sa vie. Son nom doit justifier ce petits détails.

Il étoit né fort doux, & avec un grand amour pour la tranquillité. Il auroit mieux aimé être inconnu que de voir le calme de sa vie troublé par ces orages Litteraires, que l'Esprit & la Science attirent à ceux qui s'élevent trop. On voit par une de ses Lettres du *Commercium Epistolicum*, que son Traité d'Optique étant prêt à imprimer, des Objections prématurées qui s'élevérent, lui firent abandonner alors ce dessein. *Je me reprochois*, dit-il, *mon imprudence de perdre une chose aussi réelle que le repos, pour courir après une Ombre.* Mais cette Ombre ne lui a pas échappé dans la suite, il ne lui en a pas coûté son repos qu'il estimoit tant, & elle a eû pour lui autant de réalité que ce repos même.

Un caractére doux promet naturellement de la modestie, & on atteste que la sienne s'est toûjours conservée sans altération, quoique tout le monde fût conjuré contre elle. Il ne parloit jamais ou de lui, ou des autres, il n'agissoit jamais, d'une maniére à faire soupçonner aux Observateurs les plus malins le moindre sentiment de vanité. Il est vrai qu'on lui épargnoit assés le soin de se faire valoir, mais combien d'autres n'auroient

pas laissé de prendre encore un soin dont on se charge si volontiers, & dont il est si difficile de se reposer sur personne? combien de grands hommes généralement applaudis ont gâté le concert de leurs loüanges en y mêlant leurs voix!

Il étoit simple, affable, toûjours de niveau avec tout le monde. Les génies du premier ordre ne méprisent point ce qui est au-dessous d'eux, tandis que les autres méprisent même ce qui est au-dessus. Il ne se croyoit dispensé ni par son mérite, ni par sa réputation, d'aucun des devoirs du commerce ordinaire de la vie; nulle singularité ni naturelle, ni affectée, il sçavoit n'être, dès qu'il le falloit, qu'un homme du commun.

Quoiqu'il fût attaché à l'Eglise Anglicane, il n'eût pas persécuté les Non-Conformistes pour les y ramener. Il jugeoit les hommes par les mœurs, & les vrais Non-Conformistes étoient pour lui les Vicieux & les Méchants. Ce n'est pas cependant qu'il s'en tînt à la Religion naturelle, il étoit persuadé de la révélation, & parmi les Livres de toute espece, qu'il avoit sans cesse entre les mains, celui qu'il lisoit le plus assidüement étoit la Bible.

L'abondance où il se trouvoit & par un grand Patrimoine, & par son Emploi, augmentée encore par la sage simplicité de sa vie, ne lui offroit pas inutilement les moyens de faire du bien. Il ne croyoit pas que donner par son Testament, ce fût donner, aussi n'a-t-il point laissé de Testament, & il s'est dépoüillé toutes les fois qu'il a fait des liberalités ou à ses Parents, ou à ceux qu'il sçavoit dans quelque besoin. Les bonnes actions qu'il a faites dans l'une & l'autre espece, n'ont été ni rares, ni peu considérables. Quand la bienséance exigeoit de lui en certaines occasions de la dépense & de l'appareil, il étoit magnifique sans aucun regret, & de très-bonne grace. Hors de-là tout ce faste, qui ne paroît quelque chose de grand qu'aux petits caractéres, étoit sévérement retranché, & les fonds reservés à des usages plus solides. Ce seroit effectivement un prodige qu'un esprit accoûtumé aux réfléxions, nourri de raisonnements, & en même temps amoureux de cette vaine magnificence.

Il ne s'est point marié, & peut-être n'a-t-il pas eu le loisir d'y penser jamais, abîmé d'abord dans des études profondes & continuelles pendant la force de l'âge, occupé ensuite d'une Charge importante, & même de sa grande considération, qui ne lui laissoit sentir ni vuide dans sa vie, ni besoin d'une société domestique.

Il a laissé en biens meubles environ 32000 livres Sterlin, c'est-à-dire, sept cens mille livres de nôtre Monnoye. M. Leibnits, son Concurrent, mourut riche aussi, quoique beaucoup moins, & avec une somme de reserve assés considérable *. Ces exemples rares & tous deux étrangers semblent mériter qu'on ne les oublie pas.

* V. l'Hist. de 1716. p. 128.

FAUTES A CORRIGER.

Dans l'Histoire de 1726.

Page 27. ligne 8. Pulmonaires : *lisés*, Palmaires.

Dans les Mémoires de 1726.

Page 220. l. 5. Triangle *S, R, S*: *lis.* Triangle *STS*.

Même page, l. 8. ce qui donne cette Equation $\sqrt{3xx} + a - b + x$: *lis.* ce qui donne cette Equation $\sqrt{3xx} = a - b + x$.

Dans les Mémoires de cette année 1727.

Page 7. l. 20. quoique les expériences: *lis.* quoique ces expériences.

Page 56. l. 2. d'où l'on tirera $x = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}a^4 - aabc}{aa - 2bc}}$: *lisés*, d'où l'on tirera $x = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}a^4 - aabc}{aa - 2bc}} = \sqrt{\frac{1}{2}aa}$.

MEMOIRES



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRE'S DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCXXVII.

MEMOIRE dans lequel il est démontré que les Nerfs Intercostaux fournissent des rameaux qui portent des esprits dans les yeux.

Par M. PETIT, Medecin.

J'AY lû au mois de Decembre dernier un Memoire dans lequel je détermine l'endroit où l'on doit picquer l'œil pour bien abbattre la Cataracte : j'y remarque une chose qui

m'a engagé de mettre celui-ci au nombre de mes Memoires sur les Yeux.

Je dis, qu'à quelque distance de la Cornée que l'on perce l'œil pour faire l'operation de la Cataracte, l'on peut picquer & même couper entierement un de ces Nerfs, auquel Ruisch a donné le nom de *Ciliaire.* Je vais démontrer que ces Nerfs reçoivent des esprits animaux fournis en partie par l'Intercostal.

L'on a toûjours crû que les Nerfs Intercostaux prenoient leur origine du cerveau, & qu'ils étoient formés par quelques rameaux de la 5e & de la 6e paire des Nerfs de la moëlle allongée. Willis & Vieussens qui ont donné de très belles neurologies, ont été de ce sentiment. Willis * dit que les Nerfs Intercostaux sont formés par deux rameaux de la 5e & un rameau de la 6e paire, & dans la description qu'il donne de la 6e, il dit qu'elle fournit un ou deux rameaux qui se joignent à ceux de la 5e pour former le principe des Intercostaux. Il l'a representée dans sa 9e Planche, mais principalement dans la premiére & seconde figure de la distribution de la 5e & de la 6e paire, comme on va le voir dans la premiére figure de ce Memoire.

* *Nervor. descript. c. 25.*

AG est le Nerf de la 5e paire, *A* est son origine, *BH* le Nerf de la 6e paire, *B* son origine, *CC* l'Intercostal, *D* le rameau qui lui vient, selon Willis, de la 6e paire, & qui n'est point representé recurrent comme les deux rameaux *EI* que la 5e paire fournit à l'Intercostal.

Vieussens * différe de Willis seulement en ce qu'il ne fait pas recurrens les rameaux de la 5e paire qui sont fournis selon lui à l'Intercostal, & sont dans leur état naturel dans sa 23e Planche, aussi-bien que dans sa 22e où il donne la distribution de la 5e & de la 6e paire, & tels qu'on les voit dans cette seconde figure en *EI.*

* *De Nervis, lib. 3, cap. 3. p. 170 & 176.*

Ridlei, Bianchi * sont de même sentiment : les Nerfs Intercostaux dans les figures d'Eustachius paroissent ne tirer leur origine que de la 6e paire, & cela se trouve quelquefois.

* *Theatr. Anatom. t. 2. p. 319 & 345.*

Morgagni * qui a examiné ces Nerfs, dit qu'il a souvent

* *Adverſ.*

vû sortir plusieurs fibres du côté interne de la 6ᵉ paire, quelquefois une fibre seulement & assés grosse, il l'a une fois vûë formée plûtôt comme une petite bande que comme une fibre : Enfin il en a vû sortir plusieurs fibres qui s'introduisoient dans le canal osseux qui donne passage à l'artere Carotide. Il dit qu'il n'a jamais bien vû les fibres qui sont fournies par la 5ᵉ paire. *Anat. 6. p. 30.*

La seule inspection de la 22ᵉ planche de Vieussens m'avoit déja donné quelque doute en 1705 sur l'origine des Intercostaux. J'estois pour lors Medecin des Hôpitaux du Roy à Namur ; la facilité que j'avois d'avoir des sujets, me donna occasion de faire plusieurs découvertes sur le cerveau & le genre nerveux : je trouvai en travaillant sur les Intercostaux, que la disposition des rameaux de ces Nerfs étoit de la partie postérieure à la partie antérieure, en se joignant à la 5ᵉ & à la 6ᵉ paire, de la maniere dont il est represénté dans cette 3ᵉ figure.

Je vais prendre aujourd'huy ces Nerfs à leur entrée dans le crâne, & donner leur distribution dans cette partie.

Le Nerf Intercostal *AA (fig. 3,)* entre dans le Crâne avec l'artere Carotide *BB,* perce d'abord la capsule dont cette artere est enveloppée dans le conduit osseux & tortueux qu'elle parcourt, ce Nerf jette quantité de filets *iii* qui environnent l'artére, sur laquelle ils se divisent & se réünissent souvent les uns aux autres. Ils arrivent ensemble dans la fosse ou receptacle de la Selle Sphenoïde ; j'ai coupé l'artere Carotide en cet endroit pour laisser voir le plexus *FF* que ce Nerf forme par ces divisions & réünions dans ce receptacle, il conserve pourtant presque toûjours sa branche principale. On trouve souvent dans ce plexus plusieurs Ganglions très petits. Willis, & d'autres Anatomistes ont pris ce plexus pour un petit ret admirable, il est très beau dans le Chien & dans le Loup. Il fournit des rameaux plus ou moins déliés à la dure-mere, à la glande pituitaire, à l'artére Carotide avec laquelle ces rameaux se distribuent : mais les plus considérables *EE* se joignent au cordon anterieur de la 5ᵉ paire *CK.* Ils sont pour

l'ordinaire deux, comme on le voit dans cette figure. Il y en a un troisiéme *D* qui se joint à la 6ᵉ paire *GH;* il s'en trouve quelquefois trois, & quelquefois on ne s'apperçoit point qu'il en aille à la 5ᵉ paire.

On doit observer ici deux choses; la 1ᵉʳᵉ, c'est que si on examine bien l'Intercostal à son entrée dans le Crâne, on le trouve d'une certaine grosseur qui est beaucoup diminuée lorsqu'il s'unit à la 5ᵉ & à la 6ᵉ paire: la 2ᵉ, c'est qu'il est aisé de s'appercevoir dans l'Homme, & dans les Animaux à quatre pieds, que la 6ᵉ paire *GH* est plus menuë à son origine *G*, & qu'elle est plus grosse en *DH* du côté des Yeux après avoir reçû le rameau de l'Intercostal *D*, ce que l'on peut remarquer dans les planches de Willis & de Vieussens, quoiqu'un peu obscurement. On ne peut faire cette observation sur le Nerf de la 5ᵉ paire, à cause de sa grosseur considérable & de son adherence avec la dure-mere.

Il n'est pas possible de conduire l'Intercostal plus loin sur l'Homme & les Animaux à quatre pieds : Il se perd dans la 5ᵉ & la 6ᵉ paire, ainsi tout ce que je viens d'avancer peut tout au plus passer pour une simple probabilité: j'ai pourtant vû avec assés d'évidence dans un Loup, que les rameaux de l'Intercostal qui sont fournis à la 5ᵉ paire, se partagent dans les trois rameaux de la branche ophthalmique: toutes ces choses me persuadoient assés que les Intercostaux ne prenoient point leur origine de la 5ᵉ & de la 6ᵉ paire, mais cela ne me paroissoit pas une suffisante démonstration pour les autres Anatomistes. Je m'imaginai que si je coupois l'Intercostal à un Chien vivant, il pourroit arriver quelque changement dans les Yeux, par lequel on pourroit reconnoître que ce Nerf leur fournit des esprits animaux; je ne me suis point trompé dans ma conjecture, comme on va le voir par les experiences suivantes.

L'on sçait que dans les Chiens, & dans les autres Animaux à quatre pieds, le Nerf Intercostal est enfermé dans une même gaine avec la 8ᵉ paire de Nerf, on ne peut couper l'un sans l'autre; * mais nous sommes bien sûrs que la 8ᵉ paire ne fournit aucun Nerf aux Yeux, cela ne peut produire aucun

* *Willis, t. 2. tab. 10.*

équivoque dans l'experience, on pourroit la faire sur le Singe, où l'Intercostal n'est point enfermé dans la même gaine avec la 8e paire, & quoi-qu'ils soient joints l'un à l'autre, on peut les desunir & les séparer très facilement, comme je l'ai observé dans deux Singes, sur lesquels j'ai dissequé ce Nerf.

Les experiences que je vais rapporter, ont été faites à Namur en 1712, & je les ai réïterées à Paris en 1725.

Le premier Fevrier 1712, j'ai coupé le Cordon de l'Intercostal & de la 8e paire des deux côtés à un Chien vivant, vis-à-vis la 3 ou 4e vertebre du Col : ce que j'ai observé dans toutes les experiences suivantes, il a d'abord perdu la voix, & une heure après on s'est apperçû que ses yeux se sont ternis, il faisoit de grandes inspirations avec bruit & sifflement, comme un asthmatique, il est mort 7 heures après. Premiére exper.

Le 12 Fevrier 1712, j'ai coupé les cordons de l'Intercostal & de la 8e des deux côtés à un chien vivant; il a d'abord perdu la voix, ses yeux se sont ternis quelques heures après, il n'a pas eû de grandes difficultés de respirer : mais il étoit fort inquiet, le mouvement du cœur étoit tremblotant, il a toûjours vomi ce qu'il a bû & mangé, ses yeux sont devenus chassieux & plus petits qu'ils n'étoient, il est mort le 19 Fevrier. Deuxiéme exper.

L'on voit déja par ces deux experiences le changement qui est arrivé aux yeux; mais comme ce changement peut être équivoque par rapport à la douleur que ces Chiens ont souffert, je resolu de faire l'experience d'un seul côté.

Le 23 Fevrier, j'ai coupé à un Chien le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire du côté droit seulement, il a d'abord perdu la voix, demi-heure après j'ai remarqué que l'œil droit avoit perdu beaucoup de son brillant, il a eû les mêmes accidents rapportés dans la premiére experience, ce qui me fit croire qu'il mourroit de la même maniere, néantmoins dans la suite ces mêmes accidents sont devenus moins violents, mais ils le reprenoient un peu fort lorsqu'il avoit bû & mangé, ou lorsqu'il se mettoit en colere contre quelque Chien qui entroit dans la cuisine où il étoit, il avoit presque toûjours Troisiéme exper.

des envies de vomir, vomiſſant même quelquefois ſes aliments avec de très grands efforts, puis il recommençoit à manger & ronger des os avec beaucoup d'avidité. Son œil droit a commencé à devenir chaſſieux, trois jours après l'operation il a jetté beaucoup de matiere, & eſt devenu très enfoncé & plus petit, ſa playe s'eſt trouvée guerie au commencement du mois de Mars; il eſt mort le 15 du même mois après avoir mangé extraordinairement. J'ai diſſequé les deux yeux de ce Chien, il y avoit un peu d'inflammation à l'œil droit, mais il n'y avoit rien autre choſe, ſinon que l'œil étoit plus petit, parce que les humeurs étoient en plus petites quantités.

Quatriéme exper. Le 20 de Mars 1712, j'ai coupé à un Chien le cordon de l'Intercoſtal & de la 8e paire du côté gauche, il n'a point perdu la voix, elle étoit ſeulement plus claire & plus foible, ſon œil gauche s'eſt trouvé moins vif, la membrane particuliere du grand coin de l'œil s'eſt avancée ſur la cornée, il a larmoyé pendant quelque temps, il avoit des envies de vomir lorſqu'il avoit mangé, ſa reſpiration étoit bonne. Il eſt enfin gueri, & s'eſt trouvé très gay, ſon œil gauche avoit repris tout ſon brillant à peu de choſe près.

Cinquiéme exper. Le 9e d'Avril 1712, j'ai fait la même experience du même côté ſur un autre Chien, & qui a réüſſi de la même manierè.

Sixiéme exper. Le 10 d'Avril, j'ai fait cette experience du côté droit à un autre Chien, il n'a point perdu la voix comme celui de la 3e experience, il n'a eû aucune envie de vomir ni difficulté de reſpirer, la membrane particuliére du grand coin de l'œil s'eſt avancée ſur la cornée, l'œil paroiſſoit ſeulement un peu terne & larmoyant, & deux mois après il avoit repris petit à petit preſque tout ſon brillant, il n'étoit pas tout à fait ſi vif que celuy du côté gauche.

Septiéme exper. Le 17 Avril 1712, j'ai coupé à un autre Chien le même cordon de l'Intercoſtal & de la 8e paire, premiérement du côté droit, le Chien a perdu la voix, un quart d'heure après je l'ai coupé au côté gauche, il n'a voulu ni boire ni manger, il n'a point du tout vomi, ſes yeux ont perdu leur brillant, & ſont devenus ſi chaſſieux & ſi enfoncés, qu'il n'en voyoit

presque plus lorsqu'il est mort le 21 Avril.

Il n'y a point d'équivoque dans ces experiences, il n'y en a pas une où l'on ne voye les yeux mornes, abbattus, larmoyant, chassieux, la membrane particuliére s'avance sur la Cornée, tout y marque l'absence des esprits animaux fournis par l'Intercostal.

Galien [a] qui a fait cette experience, a remarqué que l'animal perd la voix.

Willis [b] a fait la même remarque en rapportant les accidents qui regardent le cœur & la respiration.

Louvert [c] & Vieussens [d] qui ont fait la même experience, ne parlent point de la perte de la voix, quoi-qu'ils rapportent les autres accidents qui regardent le cœur & la respiration, mais ni les uns ni les autres n'ont pris garde aux yeux: leur pensée n'étoit pas tournée de ce côté-là, ils n'ont fait ces experiences que par rapport à la 8e paire, & je n'ai eû en vûë que l'Intercostal, jai néantmoins rapporté tous les accidents qui sont arrivés dans ces experiences, parce que j'en parlerai dans un autre Memoire.

Quoi-que les experiences paroissent suffire pour prouver que l'Intercostal fournit des esprits animaux aux yeux, je me proposai en 1725 à Paris d'en faire encore quelques-unes où j'ai remarqué des accidents dans les Yeux, qui m'étoient échappés dans les experiences faites à Namur. M.rs Winslow, Senac & Hunaut de cette Académie, ont été témoins de ces experiences.

Le 18 Septembre 1725, j'ai coupé le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire à un Chien, du côté droit, il n'a point perdu la voix, il n'est d'abord arrivé aucun changement à l'œil droit, mais un quart d'heure après il a paru moins brillant que le gauche, la membrane cartilagineuse du grand coin de l'œil s'est un peu avancée sur la cornée. Premiére exper.

[a] *De Anatom. administr. lib. 8. p. 85* au revers.

[b] *Nervor. descript. cap. 24, p. 86 mihi.*

[c] *Tract. de corde, cap. 8.*

[d] *Neurolog. lib. 3. cap. 4. p. 179.*

Le 19 il n'avoit aucune envie de vomir, il n'avoit point de palpitation, mais il respiroit avec peine, j'ai remarqué 4 choses à l'œil droit que l'on ne voyoit point à l'œil gauche.

La 1ere, la membrane cartilagineuse que ces animaux ont au grand coin de lœil, comme je viens de le dire, s'avançoit sur la Cornée, & couvroit environ le quart de son disque.

La 2de, il y avoit de la chassie au grand coin de l'œil sur cette membrane cartilagineuse.

La 3me, la Cornée étoit moins convexe.

La 4me, la prunelle moins dilatée que celle de l'œil gauche, tous ces accidents rendoient l'œil morne & abbattu.

Le 21 & le 22 il n'a point voulu manger.

Le 23 il a mangé, il étoit assés vif & sans beaucoup de difficulté de respirer, mais dans l'œil tout étoit dans le même état, hors qu'il n'avoit plus de chassie, ce qui est resté de même jusqu'au 30 que j'ai remarqué que la Cornée avoit repris sa convexité, l'œil étoit brillant, mais la membrane cartilagineuse est restée sur la Cornée dans le même état où elle étoit, la prunelle s'étoit élargie, le Chien étoit engraissé depuis cette operation, sa playe étoit presque guerie.

Deuxiéme exper. Le 5 Octobre voyant que la cicatrice étoit fermée à peu de chose près, je luy ai coupé du côté gauche le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire, un quart d'heure après la membrane cartilagineuse s'est avancée sur la Cornée, il a vomi, il venoit de manger lorsqu'on luy a fait l'experience, l'œil gauche s'est terni & est devenu chassieux, la Cornée s'est un peu applatie, & la prunelle s'est retrecie, le Chien n'a plus voulu manger depuis cette operation, il est mort le 8, c'est-à-dire, trois jours après l'operation.

J'ai dissequé les deux yeux, la membrane Cartilagineuse couvroit le diametre de la Cornée à l'œil gauche de la longueur d'une ligne trois quarts, mais à l'œil droit il y avoit seulement une ligne & demie.

Toute la conjonctive de l'œil gauche étoit enflammée, & il n'y avoit aucune inflammation à l'œil droit.

La

La prunelle de l'œil gauche avoit 2 lignes de diametre, & celle de l'œil droit avoit deux lignes & demie.

Il n'y avoit rien de particulier dans tout le reste des yeux.

Le 18 Octobre j'ai fait trois experiences sur trois Chiens.

J'ai coupé au premier l'Intercostal du côté droit. 3.ᵉ exper.

J'ai coupé le gauche au second, & je l'ai coupé des deux côtés au 3ᵉ; trois ou 4 minutes après l'operation la membrane Cartilagineuse s'est avancée sur la Cornée de l'œil droit au premier Chien, elle s'est avancée sur le gauche au second Chien, & sur les deux yeux au 3ᵉ Chien; celle du côté droit étoit plus avancée que l'autre, la prunelle s'est trouvée une heure après plus petite aux deux premiers Chiens aux yeux du même côté de l'operation; mais ce qu'il y a de particulier, c'est que les deux prunelles étoient fort dilatées au 3ᵉ Chien, elle étoit plus dilatée à l'œil droit qu'à l'œil gauche. Ce Chien n'a vescu que 12 heures avec de grandes difficultés de respirer, & des palpitations de cœur. 4.ᵉ exper. 5.ᵉ exper.

Les deux autres Chiens n'ont eû aucune difficulté de respirer, & n'ont point vomi.

La Cornée est devenuë un peu moins convexe du côté de l'operation, leurs yeux avoient pourtant beaucoup de brillant, mais pas tout à fait tant que ceux du côté opposé; celui auquel on avoit fait l'operation du côté droit avoit perdu la voix, l'autre Chien abboyoit bien.

Le 20, ces deux Chiens n'avoient pas la membrane si avancée sur la Cornée, & la prunelle étoit plus petite du côté de l'operation; il n'y avoit point de chassie, les couleurs de l'Iris étoient moins brillantes.

Ces deux Chiens sont gueris: la prunelle s'est toûjours trouvée plus petite du côté de l'operation, au chien auquel on avoit coupé l'Intercostal du côté droit: les yeux qui avoient été un peu mornes ont repris leur brillant: je me suis apperçû que la Cornée est devenuë plus convexe petit à petit.

J'ai fait encore d'autres operations du côté droit & du côté gauche, qui m'ont donné les mêmes phénoménes, qui démon-

trent très évidemment que l'œil reçoit des esprits par le Nerf Intercostal, il n'y a point d'accidents plus constants que ceux qui sont arrivés aux yeux, tous les autres ont varié; le vomissement & les envies de vomir n'ont pas paru si constamment dans toutes les experiences.

Il paroist donc par nos experiences, que l'Intercostal fournit des esprits animaux aux fibres musculeuses qui ramenent & qui retiennent la membrane cartilagineuse des animaux à 4 pieds, dans le grand coin de l'œil, lorsqu'elle est retirée par quelque cause.

Il en fournit à la conjonctive, aux glandes de l'œil, & aux fibres de l'Uvée qui dilatent la prunelle.

La branche superieure du cordon ophthalmique de la cinquiéme paire dans l'Homme, fournit un rameau qui traverse le releveur de l'œil; il sort un filet de nerf de ce rameau qui se joint à un rameau de la 3e paire de nerfs ou moteur des yeux, & forment ensemble dans l'Homme un petit ganglion d'où il part quantité de filets de nerfs qui s'attachent au Nerf optique avec plusieurs vaisseaux sanguins, parmi lesquels il se mêle des fibres de nerfs de la 6e paire, & de tous ces nerfs & de ces vaisseaux il se forme des paquets ou cordons plus gros les uns que les autres, les plus gros n'ont pas plus d'un 6me de lignes de diametre. Les uns percent la Sclerotique à une ligne & demie du Nerf Optique, les autres à deux lignes & demie, les autres à 3 lignes, ils ne traversent pas d'abord la Sclerotique entierement; mais après l'avoir un peu penetrée, ils rampent dans l'épaisseur de cette membrane de la longueur de 2 ou 3 lignes, après quoy ils achevent de la traverser, & se coulent entre cette membrane & la Choroïde jusqu'à la Cornée.

La pluspart de ces cordons ne souffrent aucune division qu'ils ne soient à une ligne ou une ligne & demie de l'Uvée, dans laquelle leurs rameaux vont se rendre & se distribuer.

On ne trouve quelquefois que trois de ces cordons, & quelquefois quatre, & pour lors ils partagent la Choroïde en quatre parties à peu près égales, & se trouvent au-dessous &

vis-à-vis le milieu des muſcles droits, mais ils ſont ſouvent en plus grand nombre; j'en ai trouvé juſqu'à 9, & pour lors il y en a non ſeulement ſous les muſcles, mais encore entre les eſpaces des muſcles; ceux qui ſont ſitués deſſous & vis-à-vis les muſcles, ſont ordinairement plus gros que les autres. Le paquet qui eſt vis-à-vis l'Indignateur eſt quelquefois le plus gros, on ne le trouve pas toûjours dans la même ſituation, par rapport à ce muſcle: il eſt quelquefois vers le rebord ſuperieur du muſcle, rarement vers le rebord inferieur, mais le plus ſouvent vis-à-vis le milieu du muſcle.

Ce qu'il y a de particulier, c'eſt qu'on ne s'apperçoit pas toûjours que ces cordons ſoient plus gros lorſqu'ils ſont en petit nombre, que lorſqu'ils ſont en plus grand nombre; je les ai trouvés très petits dans certains ſujets, quoi-qu'il n'y en euſt que quatre; je les ai trouvés fort gros dans d'autres, quoi-qu'il y en euſt 6, 7 ou 8. Voilà les nerfs ciliaires de Ruiſch*. J'ai été étonné de voir que cet habile Anatomiſte dit que ces nerfs n'ont pas été connus par les autres Anatomiſtes; ils ſont ſi bien décrits dans Willis * & dans Vieuſſens que l'on ne peut s'y méprendre.

*Theſaur. Anat. t. 2. p. 5.

* Nervor. deſcript. c. 22.

Willis dit que le ſecond rameau ophthalmique de la 5[e] paire donne deux petites branches qui percent la Sclerotique, & ſe rendent dans l'Uvée; mais il ne dit point que ces branches forment le petit ganglion dont j'ai parlé, quoi-qu'il faſſe mention de ce ganglion en décrivant la 3[e] paire, où il dit * qu'elle fournit quatre rameaux, & qu'elle forme un plexus petit & rond, dont il part des fibres de nerfs qui vont percer la Sclerotique pour ſe rendre à l'Uvée.

* Ibid.

Vieuſſens dit que des rameaux de la 3[e] & de la 5[e] paire forment ce plexus, d'où il part pluſieurs fibres qui vont ſe diſtribuer au nerf optique & à la partie poſterieure de l'œil, dont quelques-uns percent la Sclerotique, & vont ſe rendre à l'Uvée.

* On voit par ce que je viens de dire, que les nerfs ciliaires

* Ils avoient été connus ſous le nom de fibres nerveuſes dès le commencement du 17[e] ſiecle. Voyez Morgani, *Adverſ. 6. p. 107.*

de Ruiſch ont été décrits par Willis & par Vieuſſens : ils ont fait plus, car ils en ont déterminé les origines, ce que Ruiſch n'a pas fait : il eſt vrai qu'ils ne leur ont pas donné le nom de *Ciliaires*.

L'on auroit peut-être mieux fait de les appeller *Nerfs Papillaires*.

Willis ni Vieuſſens n'ont pas pris garde qu'il y a des fibres de la 6ᵉ paire, qui vont ſe joindre aux fibres de nerfs qui ſortent du ganglion, & qui tous enſemble forment les nerfs ciliaires, ainſi les nerfs ciliaires reçoivent les eſprits de la 3ᵉ, de la 5ᵉ, de la 6ᵉ & de l'Intercoſtal.

Dans les Animaux à 4 pieds le nerf de la 5ᵉ paire ne produit point de ganglion avec la 3ᵉ, il produit ſeulement un plexus d'où il ſort quantité de nerfs qui forment un très grand nombre de nerfs ciliaires, les uns plus gros que les autres, qui percent la Sclerotique de même que dans l'Homme, & font la même diſtribution dans l'Uvée.

On m'a objecté qu'il eſt douteux que les nerfs de la 5ᵉ & de la 6ᵉ fourniſſent des eſprits aux nerfs ciliaires, puiſqu'on peut ſoupçonner qu'il n'y a que les rameaux de l'Intercoſtal qui ſe ſéparent de la 5ᵉ & de la 6ᵉ pour fournir ces eſprits avec les rameaux de la 3ᵉ paire; mais ſi l'on prend garde que les rameaux de l'Intercoſtal qui ſe joignent à la 5ᵉ & à la 6ᵉ ſont très fins, & qu'ils fourniſſent des eſprits à pluſieurs parties externes de l'œil, & peut-être au nés & au viſage, outre ceux qu'ils fourniſſent aux nerfs ciliaires qui font un aſſés gros volume, on ſera forcé de croire qu'il ſe joint neceſſairement des rameaux de nerfs de la 5ᵉ & de la 6ᵉ avec les rameaux de l'Intercoſtal, pour former les nerfs ciliaires.

Voilà l'Intercoſtal conduit juſque dans les yeux; il fournit, comme j'ai dit, des eſprits aux fibres charnuës qui retirent la membrane particuliére & cartilagineuſe des Animaux à 4 pieds, & qui la retiennent dans le grand coin de l'œil. Si l'on examine cette membrane dans ces animaux vivans, on trouve que ſa partie externe & aiguiſée eſt ſur le bord interne de la Cornée, mais lorſque ces animaux ſont morts, on s'apperçoit

que cette membrane s'eſt avancée ſur la Cornée plus ou moins dans les uns que dans les autres. J'ay trouvé des chiens morts dans leſquels elle couvroit entierement la Cornée, mais pour l'ordinaire elle ſe trouve avancée ſur le diſque de la Cornée de la longueur d'une ligne & demie juſqu'à deux lignes; & c'eſt ce qui arrive aux Chiens vivans auſquels on a coupé l'Intercoſtal, comme je l'ai dit dans les experiences que j'ai rapportées.

Je l'ai trouvé de même avancée ſur la Cornée dans des Chats morts: j'ai été étonné de voir qu'elle ne l'étoit preſque pas dans la pluſpart des Moutons & dans les Bœufs tués aux Boucheries, je l'ai pourtant trouvé quelquefois avancée de 5 quarts de lignes dans quelques Moutons, c'eſt peu en comparaiſon de la groſſeur de leurs yeux; mais comme ces animaux meurent preſque tous d'un coup, parce qu'en les égorgeant le ſang ſe vuide d'abord, le mouvement & l'impulſion des eſprits animaux ceſſent également dans tous les nerfs, il n'y a donc pas plus de raiſon que les fibres charnuës qui ſervent à avancer la membrane ſur la Cornée, ſoient dans une plus grande contraction, que celles qui ſervent à la retenir dans le coin de l'œil: il faudra obſerver ſi cela ſe trouve de même dans ces animaux lorſqu'ils meurent de maladie.

L'Intercoſtal fournit des eſprits à la Conjonctive, aux Glandes, & aux vaiſſeaux qui ſe trouvent dans ces parties; c'eſt par cette raiſon que les yeux deviennent chaſſieux à ceux auſquels on a coupé ce nerf, parce que pour lors on retranche les eſprits qui ſont fournis à la Conjonctive, aux Glandes & aux vaiſſeaux qui perdent leur reſſort, le ſang n'y peut circuler avec autant de facilité, il fournit davantage de cette liqueur qui ſe répand ſur les yeux, & même plus viſqueuſe qui reſte au coin de l'œil & ſur le bord des paupieres, parce qu'elle ne peut paſſer par les points lacrymaux, qui de leur côté ſont relâchés; cette liqueur s'épaiſſit par l'évaporation de ce qu'elle a de plus ſubtil; & lorſqu'elle eſt moins viſqueuſe & plus delayée, elle produit ſeulement un larmoyement.

Le relâchement de ces parties eſt ſi évident, qu'il arrive

presque toûjours une legere inflammation dans la Conjonctive, par le gonflement de ses vaisseaux; mais pendant que ces vaisseaux se gonflent de sang à l'exterieur de l'œil, & qu'ils fournissent une grande quantité de liqueur, l'épaississement que ce même sang acquiert dans ses vaisseaux relâchés, & qui ont la liberté de se dilater, l'empêche de penetrer avec facilité dans l'interieur de l'œil où les vaisseaux sont très pressés & resserrés par la Sclerotique qui a un fort grand ressort, & par les autres membranes de l'œil. Ce sang y fournit moins d'humeur aqueuse, ce qui produit l'affaissement de la Cornée & le moins de brillant que l'on remarque à l'œil. L'experience fait voir que si l'on ouvre la Cornée à un animal, & que l'on fasse évacuer plus ou moins d'humeur aqueuse, la Cornée se flêtrit & s'affaisse à proportion de la quantité d'humeur aqueuse qui est sortie de l'œil.

Quelquefois l'humeur vitrée n'est pas remplacée & n'est pas fournie à proportion de ce qu'elle diminuë, ce qui est prouvé par l'amaigrissement de l'œil entier qui est devenu plus petit dans quelques-unes de nos experiences.

Cet accident peut dépendre d'une cause toute particuliére: pour la bien entendre, il faut d'abord prendre garde que la Sclerotique a un fort grand ressort, qui tend toûjours à la resserrer, que les yeux sont continuellement comprimés par les muscles droits & obliques qui tendent toûjours à les resserrer, & qui diminuëroient continuellement leur volume, s'il n'y avoit une force qui tend à les dilater, & qui fasse équilibre avec celle qui les resserre; cette force n'est autre chose que le Sang qui est poussé par le cœur dans les yeux. Le cœur doit avoir moins de force après qu'on a coupé le cordon de la 8e paire, parce que les esprits qu'elle fournissoit au cœur sont retranchés; ainsi l'impulsion du Sang n'ayant plus tant de force pour faire équilibre avec le ressort de la Sclerotique & la contraction des muscles des Yeux, cette derniére force doit l'emporter & resserrer les Yeux, & empêcher ainsi que les humeurs qui diminuënt, ne puissent être reparées, ce qui rend les Yeux plus petits, comme on le voit

dans la 2e & 3e experience faites à Namur. Cet accident auroit sans doute paru à tous les Chiens ausquels on a coupé le cordon des deux côtés, s'ils eussent vescu aussi long-temps que celuy de la 2e experience faite à Namur.

La prunelle qui s'est trouvée moins dilatée, fait encore voir que l'Intercostal fournit des esprits aux fibres de l'Uvée, qui doivent dilater la prunelle : je rapporte pourtant une experience qui semble prouver le contraire, puisque les prunelles se sont trouvées très dilatées dans les deux yeux d'un Chien auquel on a coupé l'Intercostal des deux côtés. Cette observation n'est point du tout contraire à ce que je viens de dire, elle démontre que l'Intercostal n'est pas le seul nerf qui fournit des esprits à l'Uvée, qui en reçoit de la 3e, de la 5e & de la 6e paire; & comme ces esprits peuvent être déterminés en plus grande quantité, de même que ceux qui servent aux mouvements volontaires, ils peuvent seuls dilater la prunelle sans le secours des esprits de l'Intercostal : & voici comment cela se fait.

Nous venons de voir que la Cornée se trouve moins convexe, parce qu'il se filtre moins d'humeur aqueuse, ce qui n'arrive pas sans que l'étenduë de la Cornée ne devienne plus petite, ainsi les fibres de la Cornée se froncent & deviennent crêpées, cela doit necessairement arrêter une partie des rayons de lumiére; & c'est le premier effet qu'il produit.

D'ailleurs ce froncement ne peut se faire, qu'il ne se forme sur la superficie de la Cornée des inégalités qui produisent des élevations & des enfoncements, qui tout imperceptibles qu'ils sont, ne laissent pas d'être réels, c'est ce qui rend la Cornée moins brillante : pour peu que l'on connoisse l'effet des refractions, on concevra parfaitement quel trouble cela doit apporter dans la vision; car suivant que les rayons tomberont dans les enfoncements & sur les différents endroits de ces éminences, ils seront plus ou moins rompus, les uns iront d'un côté & les autres de l'autre, ils se confondront les uns avec les autres, & ne feront aucune perception, ou du moins fort imparfaite : en ce cas l'animal ne peut donc pas voir les objets

comme il les voyoit avant d'avoir coupé l'Intercoſtal.

Lorſque l'experience ne ſe fait que d'un côté, il n'y a qu'un œil maleficié, l'animal ne s'apperçoit pas de cet accident, parce qu'il peut voir les objets avec l'autre œil, ainſi il ne détermine pas une plus grande quantité d'eſprits animaux dans l'Uvée, mais lorſque l'Intercoſtal eſt coupé des deux côtés, l'animal qui ne voit plus ſi bien les objets, fait ſes efforts pour les voir, & détermine une plus grande quantité d'eſprits animaux dans l'Uvée qui dilatent la prunelle.

Il pourra pourtant ſe faire que cela n'arrivera pas à tous les Chiens auſquels on fera la même experience, par rapport à la varieté qui ſe trouve dans la diſtribution des nerfs.

J'ai remarqué que lorſqu'une perſonne eſt attaquée d'une Cataracte ou d'une goutte Seraine d'un ſeul côté, & qu'elle voit bien de l'autre œil, la prunelle ne ſe trouve pas plus dilatée à l'œil cataracté qu'à l'autre, à moins qu'elle ne ſoit elle-même affectée, ce qui arrive lorſqu'il s'y joint des douleurs de tête; mais lorſque les deux Yeux ſont attaqués de Cataracte ou de goutte Seraine, il arrive ſouvent que les prunelles ſont très dilatées; je dis ſouvent, parce que cela n'arrive pas toûjours. Car ſi l'opacité ne ſe trouve que dans une petite étenduë du criſtallin, la prunelle ne ſe dilatera que juſqu'à cette étenduë où elle recevra des rayons de lumiére. J'ai vû des gens agés qui avoient les prunelles très dilatées, parce que l'opacité occupoit beaucoup d'eſpace dans le Criſtallin; j'en ai vû d'autres qui l'avoient très petite, & ſuivant leur âge, parce que cette opacité avoit peu d'étenduë, ou bien ſi avec la goutte Seraine l'Uvée eſt paralytique, il ne ſe fait aucune dilatation. Ces obſervations ſont voir que lorſqu'il n'y a qu'un des deux yeux où la vûë eſt leſée, il n'arrive aucun changement à la prunelle; & quoi-que l'Intercoſtal ſoit coupé des deux côtés dans la ſeconde de mes expériences faite à Paris, la prunelle a dû ſe retrecir dans l'œil gauche comme elle a fait, parce que le Chien étoit gueri de la premiere experience au côté droit, la Cornée avoit repris ſa convexité naturelle, la prunelle s'étoit élargie, ainſi tout étant rétabli dans l'œil il

étoit

étoit en état de voir les objets comme il les voyoit avant qu'on lui euſt fait l'experience, à peu de choſe près, & de même qu'un autre Chien auquel on n'en auroit point fait.

Ce rétabliſſement de la Cornée & de l'Uvée dans leur état naturel, prouve évidemment qu'il leur eſt ſurvenu de nouveaux eſprits d'ailleurs que de l'Intercoſtal qui ne peut plus leur en fournir.

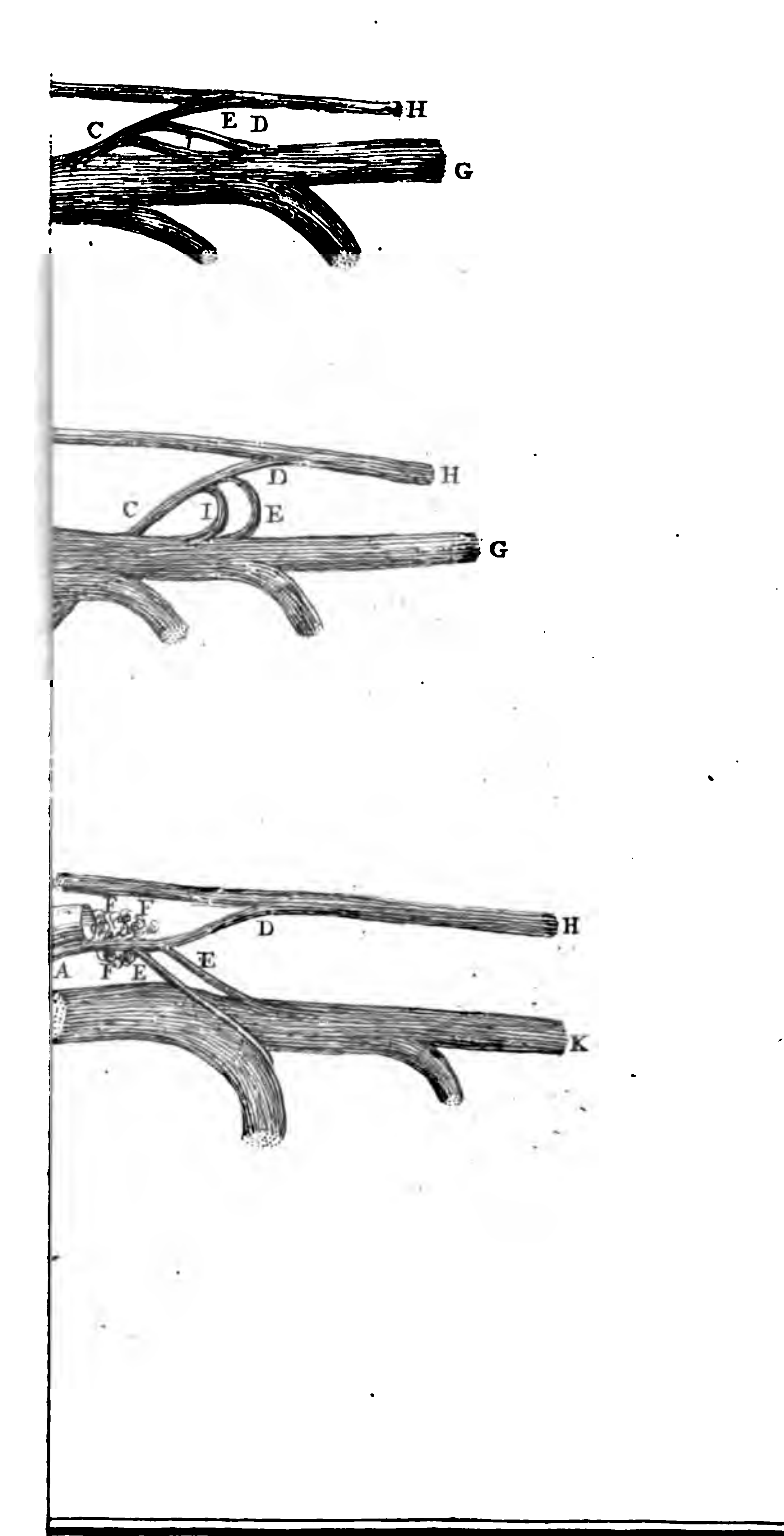
Voici, je crois, comment cela peut ſe faire : j'ai dit que des rameaux de la 3e paire de nerfs, de la 5e & de l'Intercoſtal produiſent le ganglion ophthalmique dans l'Homme, & le plexus ophthalmique dans les Animaux à 4 pieds; il faut regarder ce plexus comme un endroit où les eſprits animaux qui viennent des nerfs qui les forment, ſe mêlent enſemble; ce que je prouverai en general de tous les plexus & les ganglions dans un autre Memoire.

Ainſi lorſque l'Intercoſtal eſt coupé, & qu'il ne fournit plus d'eſprit, les nerfs qui forment le plexus ſe trouvent moins remplis, auſſi-bien que les nerfs qui en partent pour ſe diſtribuer dans l'œil; les eſprits qui viennent de la 3e & de la 5e qui vont ſe rendre dans ce plexus, doivent y couler mechaniquement en plus grande abondance, parce qu'ils trouvent moins de reſiſtance à leur paſſage qu'ils n'en trouvoient auparavant : il ſemble que la membrane du grand coin de l'œil ſoit une preuve de ce que je viens de dire, elle ne ſe rétablit point dans le même état où elle étoit, quoi-qu'elle reçoive des nerfs de la 5e paire, ou du moins ſe rétablit très peu, comme il paroît par une ſeule de nos experiences, parce que les eſprits qui vont à la membrane ne viennent point du plexus, & que les eſprits qui coulent par les rameaux de la 5e paire qui vont à la membrane, ne peuvent avoir de communication enſemble que par les membranes nerveuſes, & c'eſt apparemment par ces membranes nerveuſes que le nerf de la 5e fournit un peu plus d'eſprit lorſque la membrane cartilagineuſe ſe retire un peu dans le coin; c'eſt auſſi au moyen de ces membranes nerveuſes que la Conjonctive reprend ſon reſſort & que l'inflammation ſe paſſe. Quelqu'un dira que dans l'expli-

cation de ce phenomene je pourrois me servir de la détermination des esprits animaux, comme je m'en suis servi cy-dessus, p. 16, pour expliquer la dilatation des deux prunelles dans une de nos experiences, mais il faut prendre garde que ces animaux n'ont aucun sujet de déterminer les esprits en plus grande quantité dans le cas dont il s'agit, ils ne s'apperçoivent point du défaut de leur vûë dans un seul œil, & comment s'en appercevroient-ils, puisque les hommes ne s'en apperçoivent souvent que par hasard? Entre les personnes qui sont venuës me consulter pour des Cataractes survenuës à un seul de leur yeux, quelques-uns m'ont assûré qu'ils ne s'étoient apperçûs que fortuitement du défaut de leur vûë dans cet œil cataracté, ils croyoient toûjours voir des deux yeux; ce qui prouve qu'il n'y a aucun lieu à la détermination des esprits, il faut donc que les esprits animaux de la 5e paire remplacent peu à peu ceux de l'Intercostal dans le cas dont il s'agit, une marque de cela, c'est que les parties se rétablissent dans leur état naturel presque insensiblement.

Il n'en est pas de même de la membrane du grand coin de l'œil qui ne se rétablit point, ou très peu, pour les raisons que j'ai dites; mais il est bon de prendre garde que cet accident est si constant dans toutes nos experiences, qu'il sert de preuve incontestable que la 5e paire reçoit toûjours des rameaux de l'Intercostal dans les Chiens, & très probablement dans l'Homme; & si l'on ne trouve que rarement l'union de l'Intercostal avec la 5e, cela vient de ce qu'il se joint souvent au tronc même de la 5e, où il est très difficile de le démêler à cause de la dure-mere qui s'y attache.

Il nous reste à expliquer comment le vomissement arrive à un Chien après lui avoir coupé les Cordons de l'Intercostal, & pourquoi cet accident arrive à quelques personnes ausquelles on a fait l'operation de la Cataracte; l'explication de ces phénoménes dépend de la connoissance de l'origine de l'Intercostal, & de la maniere dont le mouvement des esprits qui coulent de ce nerf, se communique d'une partie dans une autre: c'est ce que j'expliquerai dans un autre Memoire, il me suffit



Ph. Simonneau del. et Sculp.

d'avoir démontré, comme j'ai fait dans celui-ci, que le nerf Intercorstal fournit des esprits dans l'œil.

RECHERCHES DU MOUVEMENT PROPRE DES ETOILES FIXES PAR DES OBSERVATIONS D'ARCTURUS,

Faites par M. Picard, & comparées avec de pareilles Observations faites au Luxembourg.

Par M. DELISLE DE LA CROYERE.

DEs le commencement de l'Academie, M. Picard pour établir les positions des Etoiles fixes, s'est appliqué à observer leurs différences de passages entr'elles & avec le Soleil, lorsqu'elles se sont trouvées dans le même paralléle que le Soleil. Comme il y a déja 55 ans que les plus anciennes de ces Observations ont été faites, j'ai crû qu'en les réiterant à present, on pourroit par leur comparaison, avec celles de M. Picard, en déduire avec quelque sorte de précision la vîtesse du mouvement propre des Etoiles Fixes, qu'il est extremement difficile de déterminer par la comparaison des observations anciennes avec les nôtres, à cause du peu de précision des plus anciennes Observations.

J'ai choisi pour cette recherche l'Etoile d'Arcturus, qui ayant une grande déclinaison Septentrionale, a l'avantage de pouvoir être comparée plusieurs jours de suite avec le Soleil, parce que le Soleil ne change pas fort promptement de déclinaison quand il est arrivé au paralléle de cette Etoile. Pour faire mes observations avec plus d'exactitude, j'ai scellé dans le Meridien une Lunette, au foyer de laquelle j'avois mis plusieurs fils paralléles, afin de multiplier mes Observations.

Voici les différences de passages que j'ai pû observer l'année 1724, entre le Soleil & Arcturus. Ces intervalles sont reduits en temps vrai pour en pouvoir conclure les différences d'ascension droite entre Arcturus & Soleil, par la Methode que donne M. de la Hire au precepte 18 de ses Tables Astronomiques, page 94.

Différences de passages entre le Soleil & Arcturus, depuis Midy, au Luxembourg.

1724 May.	23—	10^h	$0'$	$12''\frac{1}{2}$	Temps vrais.
	25—	9	52	$9\frac{1}{4}$	
	26—	9	48	$6\frac{1}{2}$	
	27—	9	44	$2\frac{1}{4}$	

Longitudes vrayes & Ascensions droites du Soleil, tirées des Tables de M. de la Hire, pour Midy.

Longitudes du Soleil.

1724 May.	22—	1^d	$26'$	$7''$	Différences.		
	23—	2	23	42		57	35
	24—	3	21	17		57	35
	25—	4	18	50		57	33
	26—	5	16	22		57	32
	27—	6	13	53		57	31
	28—	7	11	23		57	30

Ascensions droites du Soleil.

1724 May.	22—	59°	$18'$	$27''$	Différences.			
	23—	60	18	42		$60'$	$15''$	
	24—	61	19	9		60	27	$12''$
	25—	62	19	40		60	31	4
	26—	63	20	19		60	39	8
	27—	64	21	6		60	47	8
	28—	65	22	1		60	55	8

Ayant converti en parties de l'Equateur les différences de passages rapportés ci-devant, & leur ayant ajoûté le mouvement du Soleil en Ascension droite pendant ces mêmes intervalles de temps, j'ai eû en degrés, minutes & secondes les différences d'Ascension droite du Soleil & d'Arcturus, comme il suit pour Midy.

Différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus.

1724 May.	23—150 28 17.
	25—148 27 14.
	26—147 26 26.
	27—146 25 17.

J'ai ensuite ajoûté ces différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus à l'Ascension droite du Soleil pour Midy des mêmes jours; ce qui m'a donné l'Ascension droite d'Arcturus, comme il suit.

Ascensions droites d'Arcturus.

1724 May.	23—210 46 59.
	25—210 46 54.
	26—210 46 45.
	27—210 46 23.

Il ne devroit point y avoir de différence sensible dans cette Ascension droite, calculée ainsi pour ces différents jours, puisque le mouvement propre de cette Etoile en Ascension droite, n'est que de $3'' \frac{1}{2}$ par mois. Les différences que l'on trouvent ici, viennent principalement du deffaut des observations dans lesquelles une Seconde d'erreur produit, comme l'on sçait, une erreur de $15''$ dans l'Ascension droite; & l'on sçait combien il est difficile de s'assûrer d'un intervalle de près de 10^h de durée sans s'y tromper d'une seule Seconde. Il peut y avoir aussi quelqu'erreur de la part des Tables, lorsqu'elles ne representent pas le mouvement en Ascension droite pendant plusieurs jours de suite, tel qu'il est effectivement; ce qui peut venir de ce que l'Equation du centre du Soleil ne seroit pas bien distribuée: car on conçoit bien qu'une erreur dans la distribution de l'Equation du Soleil en doit causer dans le mouvement diurne en longitude, & par conséquent aussi dans le mouvement en Ascension droite. De mes quatre Observations, je rejette la derniére comme fautive étant trop éloignée des autres : Supposant ensuite les Ascensions droites d'Arcturus comme je les viens de trouver dans les 3 autres Observations, & prenant la déclinaison de cette Etoile dans les Tables de M. de la Hire où l'on la trouve de $20^d\ 39'\ 17''$

pour ce même temps ci, j'ai calculé ſuivant ces Aſcenſions droites & cette déclinaiſon, la longitude d'Arcturus que j'ai trouvée telle.

Longitude d'Arcturis.

1724 May.	23 ♎	20ᵈ 22′ 53″.
	25 —	20 22 48.
	26 —	20 22 40.

Enfin prenant un milieu entre ces 3 différentes déterminations de la longitude d'Arcturus, elle ſe conclud de 20ᵈ 22′ 47″ ♎ pour le temps de mes Obſervations, & cela en employant, comme j'ai fait, le lieu du Soleil, tiré des Tables de M. de la Hire. Si je m'étois ſervi d'autres Tables du Soleil, j'aurois pu trouver cette longitude différente : mais cette diverſité dans les Tables du Soleil ne m'empêchera pas de déduire de la comparaiſon de mes Obſervations, avec celles de M. Picard, le mouvement de cette Etoile en longitude auſſi exactement qu'il ſe pourra déduire des obſervations, ſans que l'erreur des Tables du Soleil y puiſſe nuire ſenſiblement; parce que me ſervant des mêmes Tables dans tous mes calculs, l'erreur du calcul du Soleil ſe trouvera la même par tout; & par conſéquent les différences de longitude (qui eſt tout ce que je cherche) en reſulteront ſenſiblement les mêmes, que ſi je m'étois ſervi d'autres Tables du Soleil, & que je les euſſe employées de même dans tous mes calculs.

Les plus anciennes Obſervations de M. Picard que je puiſſe comparer avec les miennes, ſont de l'année 1669. M. Picard a reduit en temps moyen les différences de paſſages qu'il a obſervé entre Arcturus & le Soleil; ce qui fait que pour en conclure les différences d'Aſcenſion droite qui leur repondent, il faut après les avoir converti en degré, y ajoûter le moyen mouvement du Soleil en longitude, pendant la durée de ces mêmes intervalles.

Voici ces intervalles qu'a obſervés M. Picard près de la porte de Montmartre, où ſe ſont faites les premiéres Obſervations de l'Académie.

Différences de passages entre le Soleil & Arcturus, pour Midy.

1669 May.	21	10h	4′	33″	Temps moyens.
	22	10	0	35 ½	
	24	9	52	33	
	26	9	44	26	
	27	9	40	28	
	28	9	36	25	

Longitudes vrayes du Soleil, tirées des Tables de M. de la Hire, pour Midy.

1669 May.	21	♊ 0d	45′	42″	Différences.	57′	35″
	22	1	43	17		57	34
	23	2	40	51		57	33
	24	3	38	24		57	32
	25	4	35	56		57	31
	26	5	33	27		57	30
	27	6	30	57		57	28
	28	7	28	25			

Ascensions droites du Soleil tirées des mêmes Tables.

1669 May.	21	58°	36′	14″	Différences.	60′	10″	8″
	22	59	36	24		60	18	8
	23	60	36	42		60	26	7
	24	61	37	8		60	33	8
	25	62	37	41		60	41	6
	26	63	38	22		60	47	10
	27	64	39	9		60	57	
	28	65	40	3				

Ayant converti les différences de passages rapportés ci-dessus, en Degrés, Minutes & Secondes, & leur ayant ajoûté le mouvement moyen du Soleil en Longitude pendant ces mêmes intervalles de temps, j'ai eû les différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus, comme il suit.

Différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus, pour Midy.

1669 May.	21	151^{d}	33$'$	4$''$
	22	150	33	32
	24	148	32	34
	26	146	30	29
	27	145	30	50
	28	144	29	55

J'ai ensuite ajoûté ces différences d'Ascension droite, à l'Ascension droite du Soleil, pour les même temps, ce qui m'a donné l'Ascension droite d'Arcturus, comme il suit.

Ascension droite d'Arcturus.

1669 May.	21	210	9	18
	22	210	9	56
	24	210	9	42
	26	210	8	51
	27	210	9	59
	28	210	9	58

J'ai crû devoir rejetter de ces 6 Observations la 1ere & la 4me, comme trop éloignées des autres 4; j'ai pris ensuite dans les Tables de M. de la Hire la déclinaison d'Arcturus pour ce temps-là, que j'ai trouvé de 20^{d} 55$'$ 33$''$; & avec cette déclinaison & les 4 différentes Ascensions droites que j'ai conservées, j'ai calculé la Longitude d'Arcturus de cette maniere.

Longitude d'Arcturus.

1669 May.	22	♎	19°	38$'$	17$''$
	24		19	38	3
	27		19	38	20
	28		19	38	20

En prenant un milieu entre ces 4 déterminations, il vient 19^{d} 38$'$ 15$''$ ♎ pour la Longitude d'Arcturus au temps des Observations de M. Picard, & comme je l'avois concluë par mes Observations de 20^{d} 22$'$ 47$''$ ♎, il suit que le mouvement de cette Etoile en Longitude a été de 44$'$ 32$''$ en 55 ans, c'est 48$''$ 35$'''$ par an.

Pour

Pour m'assûrer davantage de ce mouvement, j'ai comparé d'autres Observations de M. Picard avec les miennes; en voici la Comparaison.

En 1675 & 1676 M. Picard étant à l'Observatoire Royal y observa les différences de passages entre le Soleil & Arctu-rus par la lunette d'un quart de cercle de 3 pieds, qu'il laissoit immobile depuis que le Soleil y avoit passé; voici les différences de passages que j'ai reduits en temps moyen: c'est toûjours pour midy.

Différences de passage entre le Soleil & Arcturus.

1675 May.	22—10h 2′ 44″ 3/4	Temps moyens.
	23— 9 58 52 1/4	
	24— 9 54 41 2/3	
1676 May.	21—10 3 45 1/4	
	22— 9 59 43	

Longitudes vrayes & Ascensions droites du Soleil par les Tables de M. de la Hire.

LONGITUDES VRAYES.		Differ.	Ascens. dr.	Différences.	
1675 May.	22♊1d 17′ 20″	57 34	59 9 16	60′ 14″	9″
	23—2 14 54	57 34	60 9 30	60 23.	
	24—3 12 28		61 9 53		
1676 May.	21—1 3 24	57 35	58 54 42	60 13	
	22—2 0 59		59 54 55		

Différences d'Ascension droite d'Arcturus & du Soleil, depuis Midy.

1675 May.	22—151 5 57
	23—150 7 39
	24—149 4 50
1676 May.	21—151 21 7
	22—150 20 21

Ascensions droites d'Arcturus.

1675 May.	22	210	15	13
	23	210	17	9
	24	210	14	43
1676 May.	21	210	15	49
	22	210	15	16

En rejettant l'observation du 23 May 1675 comme fautive, & supposant suivant les Tables de M. de la Hire la déclinaison d'Arcturus pour 1675 de $20^d\ 53'\ 40''$ Septentrionale, & pour 1676 de $20^d\ 53'\ 23''$. J'ai calculé les Longitudes de cette Etoile de cette maniere.

Longitude d'Arcturus.

1675 May.	22	♎ 19^d	$44'$	$26''$
	24	19	43	56
1676 May.	21	19	45	12
	22	19	44	39

En prenant un milieu, la Longitude d'Arcturus pour 1675 est de $19^\circ\ 44'\ 11''$ ♎ pour 1676 de $19^\circ\ 44'\ 55''$: ces Longitudes étant comparées avec celles que j'ai trouvées pour 1724 de $20^d\ 22'\ 47''$, il en resultera le mouvement d'Arcturus en Longitude de $38'\ 36''$ en 49 ans, ou de $37'\ 52''$ en 48 ans, ce qui fait par an $47''\ 16'''$ ou $47''\ 20'''$.

Par le peu d'Observations que je viens de rapporter, il paroîtroit que le mouvement annuel des Etoiles fixes seroit un peu plus lent que la pluspart des Astronomes ne le supposent. M. de la Hire le fait de $50''\frac{3}{4}$, & M. Halley dans les Transactions Philosophiques, dit l'avoir trouvé tant soit peu plus grand que de $50''$ par la comparaison des plus anciennes Observations; mais avec tant d'incertitude par le deffaut des Observations anciennes, qu'il s'en est tenu au nombre rond de $50''$. Par les Observations que je viens de rapporter, ce mouvement paroîtroit encore de 2 ou $3''$ plus petit.

Je tâcherai de m'en assûrer dans la suite par de nouvelles Observations & Comparaisons avec celles de M. Picard ou d'autres. Il est toûjours surprenant que l'on puisse à present

par l'exactitude des Observations modernes, déterminer dans un intervalle de peu d'années un mouvement aussi lent que l'est celui des Etoiles fixes, & cela avec presqu'autant de précision qu'en employant les plus anciennes Observations que nous ayons, qui ont été faites il y a 2 mille ans. Je m'étois preparé à faire en 1725 les mêmes Observations que l'année précédente, mais les mauvais temps qu'il a fait au mois de Mai, lorsque le Soleil étant dans les Signes Ascendants, a passé par le paralléle d'Arcturus; ces mauvais temps, dis-je, ont rendu mes preparatifs inutiles.

OBSERVATIONS ET EXPERIENCES SUR UNE DES ESPECES DE SALAMANDRE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

SANS entrer dans le détail de toutes les especes de Salamandres, ni de ce que plusieurs Autheurs en ont écrit; voici quelques Observations que j'ai faites sur une des especes de cet animal, celle que les Naturalistes appellent *Salamandre terrestre.*

C'est une espece de Lezard, long de 5 ou 6 pouces. Sa tête est large & platte comme celle du Crapaud, ses pattes aussi ressemblent plus à celles du Crapaud qu'à celles du Lezard dont elle a le corps & la queüe, quoi-que l'un & l'autre plus gros. Sa queüe cependant ne se termine point en pointe aiguë comme celle du Lezard, mais peut avoir une ligne de diametre à son extremité.

Le dessus de l'animal est noir marqueté de jaune. Le ventre est brun & quelquefois jaunâtre. Deux bandes jaunes partent des deux côtés de la tête au-dessus des yeux, & s'étendent parallélement jusqu'à l'origine de la queüe. Ces bandes

ſe terminent ordinairement vers le milieu du corps, puis reprennent; quelquefois, mais rarement, elles ſont ſans interruption. Tout le reſte de l'animal eſt bigarré de taches jaunes qui n'affectent ni figures ni lieux particuliers. La peau eſt ſans écailles, aſſés liſſe, excepté aux côtés qu'elle paroît un peu chagrinée. L'on voit ſur le dos deux rangs paralléles de mammelons, qui accompagnent l'épine dans toute ſa longueur.

La Salamandre a quelquefois la peau ſéche comme un Lezard: le plus ſouvent elle eſt enduite d'une eſpece de roſée qui rend ſa peau comme vernie, ſur-tout lorſqu'on la touche, & elle paſſe dans un moment de l'un à l'autre état.

Une proprieté encore plus ſinguliére, c'eſt de contenir ſous ſa peau un eſpece de laict qui jaillit aſſés loin lorſqu'on preſſe l'animal.

Ce laict s'échappe par une infinité de trous, dont pluſieurs ſont très ſenſibles à la vûë ſans le ſecours de la Loupe, ſur-tout ceux qui repondent aux mammelons. Quoi-que la premiére liqueur qui ſert à enduire la peau de l'Animal, n'ait aucune couleur, & ne paroiſſe qu'un verni tranſparent, elle pourroit bien être la même que le laict dont nous parlons, mais répandu en gouttes ſi fines & en ſi petite quantité, qu'il ne paroiſt point de ſa blancheur ordinaire.

Ce laict reſſemble aſſés au laict que quelques Plantes répandent quand on les coupe; il eſt d'une acreté & d'une ſtipticité inſupportable, & quoi-que mis ſur la langue il ne cauſe aucun mal durable, on croiroit trouver à l'endroit qu'il a touché une cicatrice ou du moins une pliſſure. Certains Poiſſons ont merité le nom d'Orties par la reſſemblance qu'ils ont avec cette plante lorſqu'on les touche, nôtre Salamandre pourroit être regardée comme le Tytimale des Animaux.

Lorſqu'on écraſe ou qu'on preſſe la Salamandre, elle répand une ſinguliére & mauvaiſe odeur.

Il s'en faut bien qu'elle ait l'agilité du Lezard: elle eſt pareſſeuſe & triſte: elle vit ſous terre dans les lieux frais & humides, ſur-tout au pied des vieilles murailles, & ne ſort de

ſon trou que dans les temps de pluyes, ou pour recevoir l'eau, ou crainte d'être noyée dans ſon trou, ou peut-être pour chercher les inſectes dont elle vit, qu'elle ne pourroit guere attraper qu'à demy noyés.

La Salamandre, outre la proprieté merveilleuſe de vivre dans les flammes, que les Anciens lui ont attribuée, eſt encore regardée, & par eux, & par la pluſpart des Naturaliſtes modernes, comme l'Animal le plus dangereux. Si nous en croyons Pline, elle fera perir toute une Contrée.

Les grandes pluyes du mois d'Octobre paſſé, firent ſortir pluſieurs Salamandres qu'on m'apporta avec toutes les précautions qu'on peut prendre contre l'animal le plus terrible.

La premiére experience que je fis, fut celle du prodige attribué à la Salamandre. Toute fabuleuſe que paroît l'hiſtoire de l'animal incombuſtible, je voulus la verifier, & quelque honte qu'ait le Phiſicien en faiſant une experience ridicule, c'eſt à ce prix qu'il doit acheter le droit de détruire des opinions conſacrées par le rapport des Anciens.

Je jettai donc pluſieurs Salamandres au feu. La pluſpart y perirent ſur le champ: quelques-unes eurent la force d'en ſortir à demi brûlées, mais elles ne purent reſiſter à une ſeconde épreuve.

Cependant il arrive quelque choſe d'aſſés ſingulier lorſqu'on brûle la Salamandre. A peine eſt-elle ſur le feu qu'elle paroît couverte de gouttes de ce laict dont nous avons parlé, qui ſe rarefiant à la chaleur ne peut plus être contenu dans ſes petits reſervoirs; il s'échappe de tous côtés, mais en plus grande abondance ſur la tête & aux mammelons qu'ailleurs, & ſe durcit ſur le champ, quelquefois en forme de perles.

Il y a quelque apparence que cet écoulement ſingulier a donné lieu à la fable de la Salamandre; cependant il s'en faut beaucoup que le laict dont nous parlons, ſorte en aſſés grande quantité pour éteindre le moindre feu: mais il y a eû des temps où il n'en falloit guere davantage pour faire un animal incombuſtible. L'on pourra même encore, ſi l'on veut, croire que l'animal dont les Anciens ont parlé n'eſt point celui-ci; &

là-dessus je m'en rapporte à l'envie que chacun peut avoir de justifier l'antiquité, ou de convenir qu'elle a quelquefois cru legerement.

Enfin en attendant qu'on trouve la veritable Salamandre, cecy sera une proprieté de l'Animal qui porte son nom, qui merite d'être observée, & qui a même quelque rapport, quoiqu'éloigné, avec le prodige des Anciens.

Voici les experiences sur le venin de la Salamandre.

Je me proposai deux choses, 1° de faire mordre quelque animal par la Salamandre, 2° de faire manger la Salamandre à quelque animal. Mais ces experiences avoient un genre de difficulté, que ceux qui redoutent tant la Salamandre ne soupçonneroient guere; il falloit trouver des animaux qui voulussent manger la Salamandre; ou des Salamandres qui voulussent mordre. J'eus beau les irriter de mille manieres, jamais aucune n'ouvrit la gueule. Il fallut donc la leur ouvrir; mais ayant vû leurs dents, quelle apparence qu'elles pussent blesser l'animal; petites, serrées, & égales elles couperoient plûtôt que de percer si la Salamandre en avoit la force, mais elle ne l'a pas. Il fallut donc chercher quelque animal à peau assés fine pour se laisser entamer. J'ouvris la gueule d'une Salamandre & lui fis mordre un poulet déplumé, à l'endroit de la morsure: mais quoi-que je pressasse les mâchoires de la Salamandre, & que cette morsure fût beaucoup plus forte que la Salamandre la plus vigoureuse ne pourroit la faire, les dents se dérangérent plûtôt que d'entamer le poulet; enfin je lui ostai une partie de la peau de la cuisse, & y fis faire plusieurs morsures.

Pour n'être plus obligé d'écorcher les animaux que je ferois mordre, je pensai à chercher quelque partie assés délicate pour que les dents pussent penetrer.

Je fis faire plusieurs morsures à la langue & aux levres d'un Chien, & à la langue d'un Coq d'Inde, par des Salamandres nouvellement prises; aucun des animaux mordus n'eut le moindre accident.

Quoi-que je sceusse alors que les animaux dont la morsure est la plus venimeuse, ne sont point nuisibles étant avalés;

je voyois que la morsure de la Salamandre n'étoit rien, une espece de déference pour la crainte qu'on a de cet animal, & le goust de la liqueur qu'il a sous la peau, me porterent à éprouver, si comme aliment, il seroit nuisible. La peine étoit d'en faire manger à quelques animaux; ils auroient plûtôt souffert les plus longs jeunes que de goûter à l'animal preservé par le lait détestable, & la Salamandre n'est pas de grosseur à la pouvoir faire avaler par surprise.

Je fis ouvrir la gueule d'un Chien, & ayant coupé une Salamandre par morceaux, je les lui fis tous avaler, la plusspart vivants encore, & lui tins la gueule liée pendant une demi-heure.

Je fis en même temps avaler une petite Salamandre entiere à un jeune Coq d'Inde.

Ces deux animaux parurent toûjours aussi gais qu'à leur ordinaire. Une demi-heure après que j'eus delié la gueule du Chien, c'est-à-dire, une heure après qu'il eust avalé la Salamandre, il en revomit la queüe & les pattes, les parties apparemment qu'il auroit eû le plus de peine à digerer. Pour le Coq d'Inde on ne revit rien de la Salamandre qu'il avoit avalée. L'un & l'autre beust & mangea à son ordinaire, & ne donna pas le moindre signe de maladie.

Je voulus faire encore une experience.

Je trempai du pain dans le laict de la Salamandre & en fis manger à un poulet; je trempai dans le même laict de petits bâtons pointus, & les enfonçai dans des playes que j'avois faites à l'estomach & à la cuisse d'un autre poulet. Tout cela fut inutile, & la Salamandre me parut toûjours aussi peu dangereuse.

Je n'ignore pas qu'il y a encore des ressources pour ceux qui voudroient soûtenir que la Salamandre est nuisible; peut-être ne l'est-elle que dans certains temps & dans de certaines circonstances; peut-être ne l'est-elle que pour certains animaux, &c. Cependant il n'y a guere lieu de soupçonner tout cela, ni guere de moyens plus sûrs ni plus praticables pour s'en éclaircir.

J'ajoûterai un fait qui me paroît digne de remarque. Ayant ouvert quelques Salamandres je fus surpris de trouver dans la même tout à la fois, des œufs, & des petits aussi parfaits que ceux des vivipares. Les œufs formoient deux grappes semblables aux ovaires des Oiseaux, excepté que ces grappes étoient plus allongées; & les petits étoient enfermés dans deux longs tuyaux, dont le tissu étoit si délié qu'on les voyoit très distinctement à travers. Je comptai dans une Salamandre 42 petits, & dans une autre 54, presque tous vivants; aussi-bien formés, & plus agiles que les grandes Salamandres.

Ces animaux paroissent bien propres à éclaircir le mystere de la generation; car quelque varieté qu'il y ait dans la nature, le fond des choses s'y passe assés de la même maniere. L'on sçait assés quels avantages l'on retire de l'Anatomie comparée; la connoissance parfaite d'un seul corps ne seroit peut-être le prix, que de l'examen impossible de tous les corps de la nature.

EXPERIENCES SUR LA DISSOLUBILITÉ DE PLUSIEURS SORTES DE VERRES.

Par M. DU FAY.

M. Geoffroy donna en 1725 une analyse très exacte d'un Verre qui se dissolvoit dans la pluspart des liqueurs acides: les bouteilles qui en étoient faites gâtoient le Vin en très peu de temps, parce que la foible acidité du Vin ne laissoit pas d'agir sur ce Verre, & le décomposoit en quelque façon, au point que les parties qui s'en détachoient se mêlant dans le Vin, le troubloient & le corrompoient très promptement. Tandis que M. Geoffroy travailloit à décomposer

poser ce Verre, ce qu'il a fait avec une exactitude infinie, je me suis appliqué à en composer avec diverses matiéres & en différentes proportions. Je comptois bien faire de bon Verre en me servant des matiéres connuës & ordinaires, mais je ne m'attendois pas à en faire d'aussi mauvais, & même de beaucoup plus mauvais & plus aisé à dissoudre que celui dont je viens de parler. Ce n'est pas d'aujourd'hui qu'on sçait qu'il y a souvent plus de fruit à recüeillir des operations manquées que de celles dont le succés est tel qu'on se l'étoit promis. J'ai donc essayé en différentes proportions les cendres & le sable qui avoient été envoyés de la Verrerie, où l'on faisoit de ces mauvaises bouteilles, & ensuite plusieurs autres sortes de sables & de cendres. Voici les experiences que j'ai faites, & les effets qui en ont resulté.

J'ai pris 7 onces de cendres de lessive séchées dans les arches du four de la Verrerie, une once de cendres du même four au deffaut de cendres fortes ou non lessivées, & 10 gros de sable séché, ce qui étoit la proportion ordinaire des ouvriers de cette Verrerie; j'ai bien mêlé & tamisé le tout, & l'ayant mis au feu de vitrification, j'ai eû un verre assés facile à fondre, opaque, noir, je l'ai versé sur le marbre & j'ai mis des fragments de la plaque qui s'y est formée avec des filets que j'avois détachés pendant la fusion dans de l'Esprit de Nitre, il s'y est blanchi en une nuit sur la surface comme les verres rapportés dans le Memoire de M. Geoffroy, & même les filets un peu plus déliés que les autres étoient entierement dissouts, enfin il est devenu pareil à celui qui avoit été travaillé dans la Verrerie.

J'ai changé le sable & la proportion de la cendre & j'ai pris 5 onces de cendres de lessive, une demi-once de cendres du four & autant de sablon d'Estampes; le verre étoit noirâtre, il s'est fondu moins facilement que le premier, mais il s'est dissout dans l'Esprit de Nitre en aussi peu de temps & à peu près de la même maniere.

J'ai pris sept onces de cendres de branches séchées, une once de cendres du four de la Verrerie, & une once de sable

féché; ayant fondu ce mêlange j'ai eû un verre fort transparent, verdâtre, rempli de bulles d'air, & se mettant quoiqu'avec assés de peine en fusion bien claire; ce Verre s'est trouvé fort bon & ne s'est point dissout dans l'esprit de Nitre ni dans celui de sel quelque temps qu'il y ait demeuré.

Comme il entre dans cette composition une grande quantité de cendres de branches, j'en ai fait d'autre avec 4 onces de cendres de branches séchées, une once de cendres du four & une once de sable, il s'est fondu plus difficilement que le précédent où il y avoit plus de cendres, & il s'est trouvé aussi bon & aussi indissoluble dans les acides.

Les cendres de lessive m'ayant donné de mauvais verre, j'ai voulu voir si c'étoit celles de cette Verrerie seulement qui faisoient cet effet, & pour cela j'ai pris 3 onces de cendres de mon feu que j'avois lessivées & séchées, une demi-once de cendres neuves & autant de sable séché, cette composition s'est mise assés facilement en fusion & a fait un verre brun; mais ce qui m'a fort surpris, c'est qu'en une nuit il s'est dissout dans l'esprit de Nitre, beaucoup plus facilement qu'aucun des autres que j'ai essayé : il y a eû cependant quelque différence dans la matiére qui s'est formée, car j'ai trouvé une espece de mucilage bleuâtre à peu-près semblable à celui que l'esprit de Vitriol avoit fait sur le Verre travaillé dans la Verrerie, qui entouroit & qui couvroit les fragments qui avoient même changé de figure, & ne s'étoient point divisés en lames comme le Verre des bouteilles. Ayant détaché avec un petit bâton une partie de ce mucilage, il m'a paru que c'étoit une gelée assés solide, jaunâtre, transparente, & qui étant desséchée à l'air est devenüe friable, mais se brisant en tout sens & n'ayant aucune disposition à se réduire en lames: mes cendres étoient de bois flotté, je les avois fait boüillir dans un chaudron de cuivre, & ayant versé l'eau plusieurs fois par inclination je les avois séchées dans un creuset à une chaleur mediocre, il m'a semblé depuis qu'elles n'avoient pas été suffisamment séchées, parce qu'elles étoient plus pesantes que celles qui l'avoient été dans les arches du four; mais il

n'eſt pas poſſible, comme on le verra par les operations ſuivantes, que ce ſoit ce deffaut qui ait rendu le Verre diſſoluble dans les acides.

Pour être aſſùré que des circonſtances étrangeres comme le degré de feu, le temps que les matiéres demeuroient en fuſion, les creuſets, n'avoient point de part à ces accidents, j'ai recommencé la compoſition qui m'avoit donné de bon Verre & dans les mêmes proportions, j'en ai eû de tout pareil & qui a été auſſi bon que le premier.

J'ai pris 3 onces de cendres de bois flotté de mon feu ſans être leſſivées, & une once du ſable de la Verrerie; j'ai eû un Verre très fuſible, beau, verdâtre & avec moins de bulles d'air qu'il n'y en avoit dans les autres; il a commencé a être attaqué ſenſiblement par l'eſprit de Nitre en moins de deux heures; au bout de 10, les fragments ſans avoir ſenſiblement diminué de volume, étoient entourés & couverts de l'épaiſſeur d'un travers de doigt d'un mucilage, ou d'une gelée tranſparente & aſſés ſolide pour ne ſe point écouler lorſque j'inclinois le Verre; enfin au bout de deux jours toute la liqueur s'eſt trouvée transformée en cette eſpece de gelée. Ainſi tout le Verre que j'ai fait avec mes cendres de bois flotté leſſivées, ou non leſſivées, a été mauvais, avec cette différence cependant que celles qui ont été leſſivées ſont encore plus mauvaiſes, & font le Verre beaucoup plus brun & d'une couleur aſſés déſagreable.

J'ai eſſayé les cendres de bois neuf, j'en ai pris quatre onces ſans être leſſivées, que j'ai mêlées avec une once de ſable ſéché, cette compoſition n'a jamais pû ſe mettre en fuſion bien claire quelque chaleur que j'aye donnée, & même juſques à vitrifier preſque entierement le creuſet; je l'ai cependant coulé ſur le marbre, mais je n'ai eû qu'une maſſe brune, caſſante, poreuſe, paroiſſant ſeulement vitrifiée en quelques endroits, il s'y eſt trouvé quelques gouttes de Verre très noir; le tout avoit une odeur de Souffre, & en quelques endroits on remarquoit un gouſt ſalin.

J'ai diminué la proportion du ſable, & j'en ai mêlé une

demi-once avec 3 onces & demie de cendres de bois neuf lessivées; ce mélange a eû aussi beaucoup de peine à se fondre; j'en ai cependant eû quelques goûtes qui ont coulé, elles sont d'un beau verre, transparent, verdâtre, & tout à fait semblable au meilleur verre dont on fait des bouteilles, le reste de la matiére a été une masse vitrifiée en dessus, grise en dedans, poreuse & ressemblant assés à la pierre-ponce. L'un & l'autre de ces deux Verres, aussi-bien que la matiére poreuse, se sont dissouts dans l'esprit de Nitre, & se sont reduits en cette espece de gelée dont j'ai déja parlé: le Verre m'a paru se dissoudre encore plus facilement que la matiére poreuse, car au bout de huit jours étant entierement dissout & reduit en mucilage blanc, la matiére poreuse n'étoit encore qu'un peu blanchie vers la surface. Ainsi les cendres de bois neuf n'ont pas mieux réüssi que celles de bois flotté.

J'ai pris cinq onces de cendres de branches & une once de sable séché; j'avois déja employé un pareil mêlange, mais avec plus de cendres, & le Verre avoit été fort bon, celui-ci s'est mis en fusion bien claire; il étoit jaunâtre, transparent & de très bonne consistance, il ne s'est point dissout dans l'esprit de Nitre quelque temps qu'il y ait demeuré, enfin on le pouvoit regarder comme un très bon verre & très propre à travailler. Il est à remarquer que je n'y ai point mis de cendres du four comme dans le premier mêlange, ce qui cependant n'a fait de changement que dans la couleur; car celui-ci tiroit sur le jaune, & le premier sur le verd.

Comme les cendres du four n'avoient fait aucun tort dans le Verre de la 3e & 4e experience, qui se sont trouvés tous deux fort bons, quoi-que dans l'une il y en eust un 8e & dans l'autre un 5e, j'ai essayé à faire du Verre avec 4 onces de ces cendres & une once de sable séché, il est devenu clair, fluide, transparent, tirant sur le jaune & fort semblable au précédent, si ce n'est qu'il étoit un peu plus foncé; mais il s'est dissout dans l'esprit de Nitre en très peu de temps.

J'ai fait un autre mêlange composé de 4 onces de cendres de lessive séchées au feu, de 6 gros de cendres du four &

d'une once de ſable, cette matiére a fait un Verre très brun, mediocrement beau, qui a reſiſté à l'eſprit de Nitre pendant 24 heures, mais qui à la fin eſt devenu comme les autres; c'eſt le meilleur que j'aye fait en employant les cendres de leſſive, qui par toutes les experiences que je viens de rapporter me paroiſſent les plus mauvaiſes de toutes, & dont il eſt cependant difficile de ſe paſſer, par la difficulté d'en avoir des autres en aſſés grande quantité.

J'ai mêlé avec 4 onces de cendres de leſſive ſéchées dans les arches, demi-once de cendres du four, ſix gros de ſable ſéché & une once de charbon pilé, ce mêlange n'a jamais pu ſe vitrifier à cauſe du charbon, & eſt reſté en poudre telle que je l'avois miſe.

Voyant que les cendres tant neuves que leſſivées faiſoient de mauvais Verre, j'ai beaucoup augmenté la proportion du ſable, j'en ai mis deux onces avec 4 onces de cendres de bois neuf, qui m'avoient été envoyées de la Verrerie; cela m'a donné un Verre trés brun, aſſés vilain, qui a commencé à ſe diſſoudre en moins d'une demi-heure, & l'a été entierement en 24 heures.

Je ſuis revenu aux cendres de branches qui ſont les ſeules qui m'avoient fait de bon Verre, & j'en ai mêlé deux onces avec 4 onces de cendres de leſſive ſéchées, une once de cendres du four & une once de ſable; ce mêlange a donné un Verre extremement difficile à fondre, & qui même ne s'eſt jamais pu mettre en belle fuſion, mais a fait une matiére très brune, opaque, & n'ayant point, ou du moins que très peu de parties tranſparentes, cette matiére s'eſt diſſoute en très peu de temps dans l'eau forte.

J'ai augmenté la quantité de cendres de branches, j'en ai pris trois onces avec trois onces de cendres de leſſive ſéchées au feu, une once de cendres du four & une once de ſable; ce mêlange s'eſt fondu plus facilement que le precedent; il a fait un Verre noir tirant ſur le Caffé dans ſes parties tranſparentes, & de bonne conſiſtence, c'eſt-à-dire difficile à ſe caſſer, & ſe caſſant fort net : ce Verre a reſiſté plus long-

temps que les autres à l'action de l'eau forte, à cause de la plus grande quantité de cendres de branches qui y étoit entrée, mais il s'est dissout à la fin, & on ne doit pas le regarder comme de bon verre.

On attribuoit d'abord la mauvaise qualité de ce Verre à la façon de le travailler, ou à la construction du four, & pour s'en éclaircir on a transporté des matiéres de cette Verrerie dans celle de Cormera, & on les y a travaillées, mais le Verre en a été aussi mauvais que dans l'autre, il s'est dissout dans l'esprit de Nitre, & s'est séparé en feüilles à l'ordinaire.

Le Verre fait avec les matiéres de la Verrerie de Cormera, a été fort bon, & ne s'est point dissout dans les eaux fortes.

Il resulte de toutes ces experiences, que les cendres des environs de cette Verrerie, tant celles qui sont neuves que celles qui ont été lessivées, ne sont point propres à faire de bon Verre, ce deffaut n'est pas même particulier à ces cendres, puisqu'on vient de voir que j'en ai fait d'aussi mauvais avec diverses autres cendres; & il est peut-être plus ordinaire qu'on ne pense, de trouver du Verre dissoluble dans les acides: on ne s'avise pas souvent de mettre les bouteilles communes à cette épreuve, & ceux qui employent ordinairement des esprits acides, sçavent qu'il arrive quelquefois que les bouteilles en sont attaquées, & sur-tout par l'esprit de sel qui les ronge souvent, au point qu'elles se séparent à l'endroit où étoit la surface de la liqueur lorsqu'on les souleve par le col, cela m'est arrivé deux fois, & je ne doute point que cela ne soit arrivé à plusieurs autres. Il y a même apparence que M. Homberg a rencontré de pareil Verre lorsqu'il a fait une experience qui est rapportée dans l'Histoire Latine de M. Duhamel en 1694. Il dit que l'eau forte dissout le Verre si on le fait rougir au feu & qu'on le trempe ensuite dans du plomb fondu, j'ai fait plusieurs fois cette experience sur diverses sortes de Verres, & j'ai toûjours trouvé que celui qui étoit réellement bon ne se dissoluoit point après cette préparation; ainsi il est vrai-semblable que celui sur lequel M. Homberg a fait cette remarque, se seroit également dissout

dans l'eau forte avant de le plonger dans le plomb fondu.

Les cendres de branches sont les seules dont le Verre se soit trouvé fort bon, quoi-qu'il y eust un 8e ou même un 5e de cendres du four; mais lorsque je les ai mêlées avec parties égales d'autres cendres, le Verre est devenu moins bon, & enfin a été très mauvais lorsque la quantité d'autres cendres a surpassé celle des cendres de branches; il est certain que le sable de cette Verrerie n'a aucune part à la mauvaise qualité du Verre, car j'ai fait de très bon Verre avec ce sable, & de fort mauvais avec le sablon ordinaire. C'est donc aux cendres seules qu'il se faut arrêter : j'avouë qu'il n'est pas aisé d'expliquer un fait qui paroît aussi singulier; on peut cependant remarquer que les cendres de lessive & celles du four sont la plusspart de bois mort, ou du moins très vieux, & qui peut avoir perdu la partie de ses Sels, la plus propre à rendre le Verre d'une tissure plus forte, plus solide, & plus difficile à être penetrée par les acides de l'eau forte; peut-être ces sels sont-ils devenus plus alkalis qu'ils ne doivent être, & par-là sont-ils trop aisés à dissoudre, au lieu que les sels des cendres de branches vertes sont plus approchants de la nature du sel moyen, & par-là resistent à l'action des liqueurs acides: quoi-qu'il en soit, on ne peut donner ces raisons que comme des conjectures, & il faut attendre qu'une plus longue experience nous ait fait trouver d'autres Verres qui ayent le même deffaut, on pourra peut-être alors, par l'examen des matiéres qui les composent, connoître la veritable cause d'un effet jusques à present inconnu ou negligé par ceux qui l'ont remarqué; & il y a apparence que si l'on parvient à en découvrir exactement la cause, on pourra en même temps y trouver le remede.



SECOND MEMOIRE, OU REFLEXIONS NOUVELLES SUR UNE PRECIPITATION SINGULIERE DE PLUSIEURS SELS PAR UN AUTRE SEL,

Déja rapportée en 1724, & imprimée dans le Tome de la même année, sous le Titre D'OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE, *sur la dissolution successive de différents Sels dans l'eau commune.*

Par M. LEMERY.

IL s'agissoit dans ce Memoire, dont celui-ci est la suite ou le supplément, d'une proprieté singuliére du Sel de Tartre, & jusque-là inconnuë.

On sçait que le Sel de Tartre mêlé dans l'eau avec un Sel salé concret propre à fermenter avec lui, enleve à ce Sel son acide, devient par-là lui-même de Sel alkali, Sel salé, & par conséquent très différent de ce qu'il étoit auparavant, qu'enfin il opere la précipitation de la matrice terreuse ou métallique du Sel dont il a operé la décomposition; & que cette matrice précipitée & privée de l'acide qui la rendoit dissoluble, ne l'est plus en cet état, du moins comme elle l'étoit auparavant, à moins qu'on ne lui rende ce qu'on lui a ôté; car sans cela, elle ne se dissoudra dans l'eau que comme le font ordinairement les autres matiéres terreuses ou métalliques, c'est-à-dire à force de trituration, de temps & de peine, & encore en petite quantité.

Mais on ne sçavoit point que le Sel de Tartre presenté à différentes sortes de Sels fondus dans l'eau, avec lesquels il ne fermente

ne fermente point, qu'il n'altere point, & sur lesquels il n'agit point aussi, mais sur les parties d'eau qui les tiennent en dissolution, excite néantmoins la précipitation de ces Sels, qui tout précipités qu'ils sont, & toûjours tels qu'ils étoient auparavant, sont également dissolubles, & se redissoudroient en effet dans la même liqueur, si le Sel de Tartre au travers duquel cette même liqueur s'est filtrée, & à l'embouchure des pores duquel elle a laissé le Sel qu'elle tenoit dissout, dont les petites parties divisées s'y ramassant, se précipitent à l'instant, comme il a été expliqué plus en détail dans le Memoire donné en 1724. Si le Sel de Tartre, dis-je, ne se dissolvoit pas dans la même quantité de liqueur, & y occupant la place du Sel précipité ne l'empêchoit pas par-là d'y rentrer dans la suite.

Nous avons aussi rapporté pour preuve, que ni le Sel précipité, ni le Sel de Tartre ne s'alteroient mutuellement par leur mêlange dans la même liqueur, que chacun de ces sels après la précipitation de l'un excitée par l'autre, pouvoient toûjours reservir à refaire la même experience; c'est-à-dire qu'en redissolvant dans de nouvelle eau le Sel précipité, & lui representant ensuite le même Sel de Tartre degagé des parties aqueuses qui le tenoient dissout, & qu'il avoit enlevées dans la premiére experience au Sel précipité, il le précipite encore une seconde fois & plusieurs autres de même.

Enfin nous avons remarqué que ce n'est pas parce que le Sel de Tartre se dissout dans les mêmes parties d'eau qui appartenoient à l'autre Sel, que cet autre Sel se précipite, mais que c'est pour cela que cet autre Sel ne rentre point dans la liqueur; & en effet la précipitation de cet autre Sel precede d'un instant la dissolution du Sel de Tartre : les petites portions d'eau chargées de l'autre Sel ne peuvent dissoudre le Sel de Tartre qu'après s'être dépoüillées à l'entrée de ses pores, de celui qu'elles contenoient; d'ailleurs cette précipitation n'exige point par elle-même la dissolution du Sel de Tartre; il suffit pour cette précipitation, que l'eau en se filtrant dans les pores du Sel de Tartre, abandonne à elles-

mêmes les parties du Sel de Tartre qu'elle tenoit dissoutes : il est vrai que si en cette occasion le filtre ne se dissolvoit pas immédiatement après, & qu'il n'occupast pas alors entierement les parties d'eau, elles ne manqueroient pas en rencontrant de nouveau le Sel précipité, de le redissoudre; & c'est pour cela que la dissolution du Sel de Tartre, inutile à la précipitation de l'autre Sel, est absolument necessaire pour l'empêcher de rentrer dans la liqueur.

Nous avons aussi rapporté à cette occasion, un fait; c'est que quand au lieu de Sel de Tartre non dissous, on se sert de Sel de Tartre fondu dans une quantité d'eau suffisante avant que de le verser sur la dissolution du Sel qu'on veut précipiter, il se précipite de même & à l'instant une quantité de ce Sel proportionnée à la quantité du Sel de Tartre fondu qui a été employé : or on ne peut point dire que cette précipitation fût l'effet immediat de la dissolution du Sel de Tartre dans la même portion d'eau du Sel précipité, puisque cette dissolution étoit déja toute faite dans une autre portion d'eau, & bien avant le mêlange des deux Sels dans le même liquide.

Cette précipitation excitée, non par le Sel de Tartre, sous une forme séche, & tel que nous l'avons employé pour la même experience rapportée il y a environ trois ans; mais par le Sel de Tartre fondu auparavant dans ce qu'il lui faut d'eau, pour former ce qu'on appelle communément l'Huile de Tartre par défaillance; cette précipitation, dis-je, donne lieu à quelques remarques & refléxions physiques assés curieuses, déja annoncées dans le Memoire de 1724, & qui feront le sujet & la matiére d'un second & d'un troisiéme Memoire. Ces remarques & ces réfléxions s'y trouveront comprises dans les objections suivantes que nous nous ferons, & dans les reponses que nous tâcherons d'apporter aux difficultés proposées.

La premiére de ces objections, c'est que si le Sel de Tartre, quoi-que tout dissous, peut toûjours par la seule rencontre de ses parties & de celles du liquide qui tenoit un Sel moyen en dissolution, causer la précipitation de ce Sel moyen; quand

après avoir dissout deux gros de Nitre, par exemple, dans une once d'eau, on en a fait précipiter ensuite une certaine quantité par le moyen d'une demi-once de Sel de Tartre qui s'y est fonduë, & qui y a pris la place du Nitre précipité; comme la même liqueur contient alors & à la fois une demi-once de Sel de Tartre & un gros de Nitre, qui occupent chacun une partie de la liqueur, il seroit inutile de presenter alors à ce liquide une nouvelle quantité de Sel de Tartre, pour en faire précipiter le Nitre qui y est encore, la demi-once de Sel de Tartre qui y a d'abord été fonduë, & qui habite avec le Nitre, devroit suffire pour le précipiter en peu de temps & jusqu'à la fin; de même qu'une demi-once de Sel de Tartre fondu dans une demi-once d'eau, & versé en cet état sur un gros de Nitre fondu dans une autre demi-once d'eau, précipite à l'instant ce gros, ou une partie de ce gros de Nitre.

Je reponds, qu'à ne considérer ces deux experiences que d'un certain côté; je veux dire, par la dose du Sel de Tartre & du Salpêtre mêlés ensemble, avec ce qu'il leur faut à chacun de parties aqueuses, tout paroît si semblable de part & d'autre, qu'il sembleroit que l'effet devroit aussi être le même dans l'une & dans l'autre experience, & ne différer tout au plus que par la promptitude de la précipitation; mais comme sa différence va bien au-delà, & que la précipitation qui dans l'une des deux experiences se fait à l'instant & en assés grande quantité, manque tout à fait dans l'autre, ou si on y en apperçoit quelqu'une, elle est infiniment petite, & n'arrive sensiblement qu'après beaucoup de temps, & seulement encore dans la solution de quelques Sels, tel que le Salpêtre : voyons si nous ne trouverons point la cause de cette différence dans ce que chacune de ces experiences ont de particulier.

La premiére & la seule différence essentielle qui s'offre à nôtre examen, c'est que dans l'une de ces experiences la portion d'eau qui tient le Sel de Tartre en dissolution est déja toute mêlée avec l'autre portion d'eau appartenante au

Salpêtre; que ces deux Sels font partie du même liquide; que leurs parties y nagent les unes avec les autres; & que celles du Sel de Tartre ne peuvent agir ſur la portion aqueuſe de l'autre Sel, l'abſorber & cauſer la précipitation de cet autre Sel, qu'en vertu des mouvements qui ſe paſſent dans l'interieur de ce liquide, & dont elles reçoivent leur contingent ſuivant la diſtribution qui s'y en fait à chacune des parties qui le compoſent.

Dans l'autre experience au contraire, la portion d'eau appartenante au Sel de Tartre, n'eſt point mêlée avec celle du Salpêtre, elle ne s'y mêle qu'après y avoir été verſée; & ce mouvement particulier par lequel l'Huile de Tartre tombe ſur la ſolution du Nitre, & qui eſt tout à fait différent de celui qui agite les parties du liquide & qui en excite la fluidité, peut d'autant mieux être reputé la cauſe de la précipitation du Salpêtre, que cette précipitation ſuit immédiatement ce mouvement, qu'elle continuë tant que l'effet de ce mouvement, c'eſt-à-dire, le trouble, la confuſion, le deſordre, regnent dans la liqueur; & que dès que le calme & l'ordre s'en ſont une fois emparés, & que toutes les parties du liquide ne ſont plus agitées que par la cauſe interne de leur fluidité, on ne voit plus rien alors ſe précipiter de nouveau, quand même la liqueur contiendroit encore beaucoup plus de Salpêtre qu'il n'en a été précipité : ce qu'il eſt aiſé de ſçavoir au juſte.

Pour concevoir d'où peut provenir cette différence, il eſt à propos de faire attention que quoi-que les différentes parties de l'eau ſe meuvent, les unes en un ſens, les autres en un autre, on auroit tort d'en induire que tout eſt en confuſion dans le ſein de ce liquide, la regularité des différents phénomenes qu'on apperçoit dans la diſſolution des Sels, ſuppoſe un ordre & un arrangement particulier dans les mouvements différents du liquide qui les ſoûtient; & il ſeroit aiſé de prouver, & par la raiſon qui vient d'être alleguée, & qu'il s'agiroit d'examiner plus en détail, & par l'action de la cauſe à laquelle l'eau eſt redevable de ſa fluidité, que les

mouvements qui se passent dans l'interieur de ce liquide, sont très reguliers, & ce qui paroîtra peut-être un paradoxe, qu'ils sont tous aussi-bien reglés que ceux de la meilleure pendule. En attendant cet examen, pour entendre ce que nous avons à faire voir dans la suite, considerons d'abord que l'eau ne se donne point à elle-même la fluidité qu'elle a, & que le principe de cette fluidité, n'est autre, comme je l'ai suffisamment prouvé dans un Memoire imprimé dans le Tome de l'année 1709, que la matiére même du feu ou du Soleil, qui produit & entretient dans les parties de l'eau une vraye fusion, parfaitement comparable à celle des métaux par le feu ordinaire.

Or comme un nombre infini de petites portions de cette matiere de feu, ou de ce fluide qui frappent de tous côtés, & penetrent en tout sens le liquide, poussent de tous les points de ce liquide, selon des directions particuliéres & différentes, une infinité de petites masses d'eau, d'un volume proportionné à celui des portions du fluide qui les agite, & les fait marcher les unes à droite, les autres à gauche, & ainsi du reste; ce qui produit le mouvement en tout sens qu'on apperçoit sensiblement dans l'eau en y faisant fondre un morceau de quelque Sel, & considérant comme il y est à la fois attaqué de toutes parts par les parties du liquide : nous pouvons supposer avec un fondement legitime, & conclure hardiment de ce qui vient d'être remarqué, que tout liquide se partage naturellement en différentes petites portions, distinctes & separées les unes des autres, & que nous regardons en quelque sorte comme ses parties organiques; que dans celui qui a dissout & qui contient à la fois du Sel de Tartre & du Salpêtre, certaines portions sont chargées de Sel de Tartre, d'autres le sont de Salpêtre, & que les unes & les autres, contraintes par la cause de leur mouvement à suivre des routes différentes, forment dans le liquide autant de petits courants particuliers chargés de Sels différents.

Cela étant, on conçoit aisément, 1.° que les courants de ce liquide qui marchent à côté les uns des autres, pourront y

subsister sans se confondre, & par conséquent sans exciter de précipitation, comme nous voyons deux Rivieres qui en se joignant dans le même lit, marchent long-temps à côté l'une de l'autre sans mêler leurs eaux.

2.° Que pour les courants qui marchent les uns contre les autres, comme ils ont tous à peu près le même degré de mouvement, & qu'ils ne sont pas plus en état l'un que l'autre de s'enfoncer & de percer dans l'interieur l'un de l'autre, tout ce qu'ils pourront faire, sera de rejaillir en quelque sorte, & de former des especes de petits tourbillons, sans que ce rejaillissement donne lieu à aucune précipitation; parce que les particules d'eau qui enveloppent & charient le Nitre, ne rencontreront pas toûjours les parties du Sel de Tartre du courant opposé, ce qui seroit une premiére condition necessaire pour la précipitation, mais elles rencontreront les parties d'eau qui enveloppoient le Sel de Tartre, ce qui ne produira qu'un conflict entre les particules d'eau d'un courant & celles du courant opposé; & lorsque des particules d'eau appartenantes au Nitre, rencontreront veritablement des parties de Sel de Tartre d'un autre courant, comme les pores de ce Sel y sont toûjours remplis des particules d'eau du même courant, ou de la même petite masse ou portion du liquide, & que, comme il a déja été remarqué, tous les différents courants de ce liquide ont à peu près la même force, on ne voit pas comment les particules d'eau d'un courant, viendroient à bout de repousser & de chasser hors des pores du Sel de Tartre de l'autre courant, les particules d'eau qui y sont déja, pour se loger en leur place, & se dépoüiller du Nitre qu'elles contiennent en se filtrant au travers de ces pores, dans lesquels s'ils ne parviennent point à penetrer, il ne se fera jamais qu'un contact exterieur des particules d'eau d'un courant avec les particules de Sel de Tartre de l'autre courant; & ce contact qui n'ira pas plus loin, n'operera jamais de précipitation.

3.° Que supposé que deux courants vinssent à se confondre, il ne se feroit point encore de précipitation, à moins que

l'un des deux courants ne contînt du Salpêtre & l'autre du Sel de Tartre, ce qui se prouve évidemment, parce que quand on jette sur une solution de Nitre une solution du même Sel, il ne se fait point de précipitation, au lieu qu'il s'en fait une très prompte & très abondante quand on y verse une suffisante quantité d'Huile de Tartre.

4.° Quand deux portions d'eau, dont l'une seroit chargée de Nitre & l'autre de Sel de Tartre, viendroient à se confondre, & feroient l'une par rapport à l'autre, tout ce qui seroit necessaire pour exciter la précipitation du Nitre contenu dans la petite portion de la solution nitreuse, on verra par la suite qu'il ne se feroit point encore alors de précipitation complette, à moins qu'on n'empêchât en même temps les parties d'eau qui viennent d'abandonner & de perdre le Nitre qu'elles contenoient, de le recüeillir presqu'aussitôt qu'il commence à se précipiter, & de le faire disparoître en l'obligeant à rentrer dans la liqueur dont il se séparoit.

Enfin, supposé que toutes les circonstances requises concourent à exciter une précipitation dans la liqueur chargée de Nitre & de Sel de Tartre, il est aisé de juger par tout ce qui a été dit, que la précipitation du Nitre ne se fera toûjours que dans quelques endroits de cette liqueur, & que la quantité en sera fort petite; c'est aussi ce que j'ai déja rapporté, que l'experience m'avoit fait reconnoître.

J'ai même observé que quand l'un des deux Sels que contenoit la liqueur, étoit du Salpêtre, on pouvoit appercevoir quelquefois le premier assemblage des parties de ce Sel, d'où naissoient insensiblement & après un long-temps des aiguilles très fines à la verité, mais très sensibles par leur longueur, & qui après avoir été suspenduës quelque temps dans la liqueur, formoient au fond du vaisseau une très petite dose de précipité. Nous allons rapporter une autre experience, où la formation & l'assemblage de ces aiguilles arrivent en bien moins de temps & en plus grande quantité, & peuvent être plus aisément apperçûës.

Il suit de tout ce qui a été dit, que quand une certaine

dose de Sel de Tartre, a pris en quelque sorte son rang & sa place dans un liquide, avec une autre dose de Sel moyen, & que les deux Sels contenus chacun dans leurs courants particuliers obéïssent aux mêmes mouvements de ce liquide, comme en vertu de ces mouvements reglés, uniformes, & distribués également à toutes les petites masses d'eau, il regne dans toutes ces petites masses une espece d'équilibre de force, moyennant lequel elles ont bien assés de mouvement pour suivre leur route, & pour resister à l'impulsion des autres masses, au milieu desquelles elles se soûtiennent avec vigueur contre leur effort, sans se laisser entamer; mais elles n'en ont pas assés pour faire sur les autres masses une impression différente de celle qu'elles en reçoivent. Le Sel de Tartre par toutes ces raisons, trouve alors bien moins d'occasion, toutes choses d'ailleurs étant égales, de précipiter le Nitre contenu dans les autres masses du liquide avec lesquelles il y nage, que quand après avoir dissout séparément ces deux Sels dans une quantité d'eau, & l'en avoir parfaitement saoulée, on verse la liqueur de Sel de Tartre sur l'autre solution.

Car la liqueur qui tombe à plomb sur l'autre, a en cette occasion un mouvement que n'a point l'autre liqueur, & avec lequel non seulement elle s'y fait jour & détruit l'ordre & l'arrangement de ses courants, mais encore chaque petite portion de l'Huile de Tartre qui perce dans une portion de la solution nitreuse avec laquelle elle se mêle & se confond, force & détermine par sa chûte même les parties aqueuses qui contenoient le Nitre, d'enfiler les pores du Sel de Tartre; à peu près, de même qu'un morceau de métal garni de trous, au travers duquel un liquide passeroit librement, & qu'on jetteroit dans un vaisseau rempli d'eau, obligeroit l'eau qu'il presseroit en tombant, de passer au travers de ces pores; & ce qui assûre encore d'autant plus dans l'experience dont il s'agit, l'effet de la précipitation, c'est que chaque petite portion d'Huile de Tartre, tombant toûjours sur autant de petites portions de la solution nitreuse, elles ne portent jamais à faux, comme dans le cas precedent, où deux courants chargés

chargés des mêmes Sels pourroient se rencontrer & se confondre sans qu'il en resultat pour cela aucune précipitation.

REGLES
OU
LOIX GENERALES
DES
IMPULSIONS OBLIQUES DES FLUIDES,
CONTRE
UNE SURFACE PLANE.

Par M. PITOT.

LEs avantages qu'on peut tirer de la Theorie des impulsions obliques des fluides, m'ont excité à la reduire à des regles generales, & j'ai vû naître avec plaisir de celles que j'ai trouvées, la solution de plusieurs belles & importantes questions resoluës, à la verité, par plusieurs grands Géometres, mais par des voyes très différentes & plus compliquées. Je m'étois engagé de travailler sur cette matiére dans le Memoire que je donnai l'année derniére, sur ma méthode de déterminer le plus grand effet possible de toutes les machines mûës par des fluides : je considerai dans ce Memoire, que toutes les surfaces choquées par un fluide, étoient opposées directement ou perpendiculairement à sa direction, n'ayant égard qu'aux chocs directs, & me reservant de traiter des chocs ou impulsions obliques. Les regles ausquelles je suis parvenu, & qui feront la matiére de ce Memoire, me paroissent les plus simples & les plus commodes qu'on puisse desirer; puisque d'une seule Equation du second degré on peut deduire la situation la plus avantageuse des aîles des Moulins à vent; l'angle que doit faire le gouvernail d'un Navire pour virer le plus promptement qu'il est possible; la situation la plus avantageuse de la Quille d'un Vaisseau, par rapport au vent;

celle de la Voile par rapport à celle de la Quille ou de la route donnée; & enfin les deux situations, tant de la Quille que de la Voile pour gagner le plus au vent.

I. Je suppose pour trois principes connus, que si une surface plane reçoit obliquement l'impulsion d'un fluide, 1.° que les forces relatives des impulsions sont entr'elles comme les quarrés des sinus des angles d'incidence, 2.° que la direction selon laquelle cette surface est poussée par le fluide, est toûjours suivant une ligne qui lui est perpendiculaire, appellée par cette raison, *ligne de la force mouvante,* 3.° & qu'on peut décomposer cette force totale de l'impulsion du fluide en forces laterales paralléles, & perpendiculaires à telle direction qu'on voudra.

Fig. 1. II. Si *AB* ou *Ab* est la surface choquée par l'impulsion d'un fluide suivant la direction *RAT* ou *RPB,* on voit, après avoir décrit le demi-cercle *TSO,* que *AP* est le sinus de l'angle d'incidence; *BG* perpendiculaire à la surface *AB* sera la ligne de la force mouvante : que si la direction donnée est toûjours paralléle à une ligne droite donnée *EAC,* on lui menera par les points *B* & *b* les paralléles *BQF* & *bqf.* Maintenant si *BG* exprime la force totale de l'impulsion, ayant mené *GK* perpendiculaire à *BQF, BK* sera la force laterale avec laquelle la surface est poussée suivant la direction *BQF* paralléle à *CAE,* & *KG* la force laterale perpendiculaire à la même direction. Soit encore mené du point *C* la perpendiculaire *CD* au rayon *AS,* & des points *A* & *B* les perpendiculaires *AQ* & *BV,* à la direction donnée.

III. Avant que de passer au Calcul de ces forces laterales, il est à propos de faire les observations suivantes.

1.° Que la surface *AB* peut avoir deux positions différentes sous un même angle d'incidence *AP;* ce qui fait deux cas principaux, le premier lorsque l'angle *TAB* est aigu, & le second lorsqu'il est obtus : or il est visible que ces deux angles sont toûjours le complement l'un de l'autre.

2.° Que lorsque l'angle d'incidence *ABP* ou *TAB* est moindre que l'angle *TAC* ou *DCA* fait par la direction

donnée & par celle du fluide, la perpendiculaire *GK* tombera à la droite du point *B* ou du côté du point *F*; dans ce cas la surface sera poussée lateralement de *B* en *K* en avançant contre la direction du fluide; & c'est en ce sens que nous prendrons les valeurs positives de cette force. Mais lorsque ce même angle *ABP* sera plus grand que l'angle *ACD*, le point *K* tombera à gauche du point *B*, & la surface sera poussée lateralement de *B* en *K*, en fuyant pour ainsi dire le fluide, ainsi c'est en ce sens que nous devons prendre les laterales paralléles negatives.

Pour ce qui est des laterales perpendiculaires, nous prendrons les positives à droite de la direction donnée, & les negatives à gauche.

Il est à propos d'observer encore, que pour éviter les repetitions, nous avons marqué dans nos figures toutes les lignes du premier cas, par des grandes lettres, & toutes celles du second par des petites, pour appliquer le même raisonnement au calcul de l'un & de l'autre Cas.

IV. Ayant nommé les données *AS* ou *AB*, a; *AD*, b; *DC*, c; le sinus de l'angle *AP*, x; la laterale paralléle *BK*, z; & la laterale perpendiculaire *KG*, y. Par l'Art. I. l'impulsion perpendiculaire est à l'impulsion oblique, comme $\overline{AS}^2$ est à $\overline{AP}^2 :: aa.\ xx.\ :: a.\ \frac{xx}{a}$. Ainsi exprimant par a, la force totale de l'impulsion perpendiculaire à la surface, $\frac{xx}{a}$ sera celle de l'impulsion oblique, ou la valeur de *BG*. Or les triangles semblables *CDA*, *BPF* & *bPf* donnent $CD, c;\ DA, b;\ :: BP, \sqrt{aa-xx};\ PF, \frac{b}{c}\sqrt{aa-xx}$. D'où l'on tire dans le premier Cas $AF = \frac{b}{c}\sqrt{aa-xx} - x$, & dans le second $Af = \frac{b}{c}\sqrt{aa-xx} + x$. Mais $AC, a;\ CD, c :: AF\ \frac{b}{c}\sqrt{aa-xx} \pm x$ de l'un & l'autre Cas, sera à *AQ* ou $Aq, \frac{b}{a}\sqrt{aa-xx} \pm \frac{cx}{a}$, & de plus les angles *BGK*, *BAV*,

ou ABQ ſont égaux, faiſant chacun un angle droit avec l'angle KBG, ainſi les triangles rectangles ABV ou ABQ & BKG ſont ſemblables. D'où l'on tire $AB, a; AQ$ ou $BV \frac{b}{a}\sqrt{aa-xx} \mp \frac{cx}{a} :: BG, \frac{xx}{a}. BK \frac{bxx\sqrt{aa-xx} \pm cx^3}{a^3}$ $= z$, valeur de la force laterale paralléle à la direction donnée pour l'un & l'autre Cas, ſçavoir $\frac{bxx\sqrt{aa-xx}-cx^3}{a^3} = z$ pour le premier, & $\frac{bxx\sqrt{aa-xx}+cx^3}{a^3} = z$ pour le ſecond.

Pour avoir maintenant l'expreſſion de la force laterale perpendiculaire KG, y; les mêmes triangles ſemblables que ci-deſſus, donnent $CD, c. CA, a :: BP, \sqrt{aa-xx}. BF$ $\frac{a}{c}\sqrt{aa-xx}$. & $AC, a. AD, b :: AF, \frac{b}{c}\sqrt{aa-xx} \mp x$ $FQ \frac{bb}{ac}\sqrt{aa-xx} \mp \frac{bx}{a}$, & enfin $AB, a. BQ$ ou BF $- FQ = \frac{a}{c}\sqrt{aa-xx} - \frac{bb}{ac}\sqrt{aa-xx} \mp \frac{bx}{a} ::$ $BG, \frac{xx}{a}. KG, y = \frac{aaxx\sqrt{aa-xx} - bbxx\sqrt{aa-xx}}{a^3c} \pm bcx^3$, valeur de la laterale perpendiculaire de l'un & l'autre Cas; que je reduis à $cxx\sqrt{aa-xx} \pm bx^3 = a^3y$, en ſubſtituant cc pour $aa-bb$, nous avons donc les 4 égalités ſuivantes.

1. $bxx\sqrt{aa-xx} - cx^3 = a^3z$.
2. $bxx\sqrt{aa-xx} + cx^3 = a^3z$.
3. $cxx\sqrt{aa-xx} + bx^3 = a^3y$.
4. $cxx\sqrt{aa-xx} - bx^3 = a^3y$.

La 1ere pour les laterales paralléles du premier Cas, la 2me pour celles du ſecond, la 3me pour les laterales perpendiculaires du premier Cas, & la 4me pour celles du ſecond.

Fig. 2. V. Pour conſtruire les lieux des Egalités ci-deſſus, ou, ce qui eſt le même, pour trouver les valeurs des forces laterales correſpondantes à tous les angles d'incidences, on menera du point P la perpendiculaire PI à la ſurface AB; & du point I la perpendiculaire IL à la ligne de direction donnée : je dis

que *IL* est l'expression de la laterale paralléle du premier Cas, *iL* celle du second; *AL* la laterale perpendiculaire du 1er Cas, & *AL* celle du second : ainsi si l'on fait sur le point *P* les ordonnées $PM = IL$, $Pm = iL$, $PN = AL$, & $Pn = Al$, on aura les 4 points *M*, *m*, *N* & *n*; dont le 1er *M* sera à la Courbe ou au lieu *AME* des laterales paralléles du premier Cas, le 2me *m*, sera à la Courbe ou au lieu *AmE* des laterales paralléles du second Cas, le 3me *N* à la Courbe *ANH* des laterales perpendiculaires du premier Cas, & enfin le 4me *n*, sera un point de la Courbe *AnH* des laterales perpendiculaires du second Cas.

Si l'on fait la même operation pour tous les points *P*, ou tous les sinus des angles d'incidences *AP*, on formera les 4 rameaux *AME*, *AmE*, *ANH* & *AnH*, ou les deux folium *AMEmA* & *ANHnA*, dont le 1er est le lieu de toutes les laterales paralléles, & le 2me celui des laterales perpendiculaires.

DÉMONSTRATION.

Les triangles semblables *ABP*, *API* donnent $AB, a, AP, x :: AP, x . AI, \frac{xx}{a}$, valeur de la force totale *BG*; mais le triangle *AIL* est semblable au triangle *ABV* ou *BAQ*, & par conséquent au triangle *KBG*. Or les deux triangles rectangles semblables *AIL*, *KBG* ayant leurs hypotheneuses *AI* & *BG* égales, sont entierement égaux, ainsi $PM = BK$ & $PN = KG$. Fig. 1 & 11.

VI. Si dans l'Equation des forces laterales paralléles $bxx\sqrt{aa - xx} \mp cx^3 = a^3z$ on suppose $x = b$, on aura $b^3c \mp b^3c = a^3z$. D'où il suit qu'au point où $x = b$, la force laterale paralléle est dans le premier Cas égale zero, & dans le second égale à $\frac{2b^3c}{a^3}$, ainsi le premier rameau *AME* coupe l'axe *AS* au point *D*.

Si l'on fait $x = a$, on trouvera dans la même Egalité $z = -c$ dans le premier Cas, & $z = +c$ dans le second;

ce qui montre que $SE = DC$, & que les deux rameaux se rencontrent au point E de la droite HSE perpendiculairement à l'axe AS, que si l'on fait $x = b$ dans l'Equation des laterales perpendiculaires, on aura dans le premier Cas $y = \frac{bb}{a}$, & dans le second $y = \frac{bbcc - b^4}{a^3}$, & lorsque $x = a$, on a dans les deux Cas $y = b$ ou $SH = AD$.

VII. Chaque rameau a son *Maximum*, c'est-à-dire, qu'il y a dans chaque Cas une position la plus avantageuse de la surface AB pour les plus grandes forces laterales paralléles & perpendiculaires. Or pour trouver le *Maximum* du 1er rameau $AMDE$, ou la plus grande force laterale paralléle du 1er Cas, on prendra suivant la méthode la différence de $bxx\sqrt{aa - xx} - cx^3 = a^3 z$, qui est $\frac{2baaxdx - 3bx^3dx}{\sqrt{aa - xx}} - 3cx^2dx = a^3dz$, & qu'il faut supposer égale à zero pour avoir cette égalité $2aab - 3bxx - 3cx\sqrt{aa - xx} = 0$, de laquelle ayant ôté l'incommensurable, substitué aa au lieu de $bb + cc$, & divisé tout par aa, on tirera l'Equation suivante,

$$x^4 - aaxx = -\tfrac{4}{9}aabb$$
$$- \tfrac{1}{3}bbxx,$$

dont les racines sont

$$xx = \tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{10}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}.$$

Que si l'on veut avoir le *Maximum* du rameau AmE, ou la plus grande force laterale paralléle du second Cas, on fera comme ci-dessus la différence de $bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3 = a^3 z$ égale à zero pour avoir l'égalité $2aab - 3bxx + cx\sqrt{aa - xx} = 0$, sur laquelle ayant fait les mêmes operations que ci-dessus, on aura précisément la même Equation que nous venons de trouver.

$$x^4 - aaxx = -\tfrac{4}{9}aabb$$
$$- \tfrac{1}{3}bbxx.$$

Cette Equation renferme donc les *Maximum* des deux Cas, ou des deux rameaux AME & AmE; & en effet ces deux

racines sont réelles & positives, & il est visible que la plus petite $x = + \sqrt{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb - \frac{1}{2}\sqrt{a^4}}$, &c. donne le sinus d'incidence pour le *Maximum* du premier Cas; & la plus grande $x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb + \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - \frac{10}{9}aabb + \frac{1}{9}b^4}}$ donne celui du second Cas.

VIII. On trouvera de la même maniere la plus grande force laterale perpendiculaire du 1er Cas, ou le *Maximum* du rameau ANH en prenant la différence de

$cxx\sqrt{aa - xx} + bx^3 = a^3y$ qu'on supposera égale à zero pour en tirer l'égalité

$2caa - 3cxx + 3bx\sqrt{aa - xx} = 0$, & qu'on reduira à cette Equation,

$$x^4 - aaxx = -\frac{4}{9}aacc$$
$$- \frac{1}{3}ccxx$$

toute semblable à celle de l'Article precedent, excepté que c se trouve au lieu de b.

C'est encore ici la même chose que dans l'Article precedent, c'est-à-dire que les deux racines

$$xx = \frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}cc \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - \frac{10}{9}aacc + \frac{1}{9}c^4},$$

donnent les *Maximum* des deux rameaux des laterales perpendiculaires, avec cette seule différence, que la plus grande racine donne le *Maximum* du premier Cas, & la petite celui du second.

IX. Si l'on veut avoir les sinus d'incidence où les forces laterales paralléles & perpendiculaires sont égales, ou le point d'interception des rameaux AME & ANH dans le premier Cas; & des rameaux AmE, AnH dans le second, on fera simplement $b\sqrt{aa - xx} - cx = c\sqrt{aa - xx} + bx$ dans le premier Cas,

& $b\sqrt{aa - xx} + cx = c\sqrt{aa - xx} - bx$ dans le second.

D'où l'on tirera pour l'un & l'autre Cas $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa - bc}$. Mais pour avoir le point d'interception z, on voit qu'il faut

faire $b\sqrt{aa-xx}-cx=c\sqrt{aa-xx}-bx$. D'où l'on tirera $x=\sqrt{\frac{\frac{1}{2}a^4-aabc}{aa-2bc}}$.

X. L'Angle d'incidence ou ſon ſinus x étant donné pour trouver la force laterale paralléle, on ſubſtituëra la valeur donnée de x, que je nomme p, dans l'Equation $bxx\sqrt{aa-xx}\mp cx^3=a^3z$ pour avoir $z=\frac{bpp\sqrt{aa-pp}\mp cp^3}{a^3}$. On ſera la même choſe pour les laterales perpendiculaires.

XI. Que ſi la force laterale paralléle eſt donnée, & qu'on ſe propoſe de trouver l'angle d'incidence, on ſubſtituëra cette force donnée que je nomme f, dans l'Equation des deux Cas $bxx\sqrt{aa-xx}\mp cx^3=a^3z$ pour avoir

$bxx\sqrt{aa-xx}=a^3f\pm cx^3$; de laquelle ayant ôté l'incommenſurable & diviſé par aa, on aura dans le premier Cas $x^6-bbx^4+2acfx^3+a^4ff=0$, & dans le ſecond

$x^6-bbx^4-2acfx^3+a^4ff=0$, dont l'une des racines donnera la valeur de x, ſinus de l'angle d'incidence.

On ſera préciſément de même pour les laterales perpendiculaires.

Fig. 3. XII. Conſiderant maintenant que la direction donnée CAF ſoit perpendiculaire à celle du fluide RAT ou RPB, il eſt viſible que dans cette ſuppoſition, les points D & C ſe confondront avec le point S, le point V avec le point P, & la ligne BQF ſera paralléle à la ligne SA; ainſi DC, c, devient égal à zero, & AD, $b=a$ effacent donc les termes où c ſe trouve dans nos Egalités, *(Art. IV.)* & ſubſtituant a au lieu de b, on aura $xx\sqrt{aa-xx}=aaz$ pour les laterales paralléles des deux Cas, & $x^3=aay$ pour les laterales perpendiculaires. D'où il ſuit que les deux rameaux des laterales paralléles deviennent entierement ſemblables, auſſi-bien que ceux des laterales perpendiculaires.

XIII.

XIII. Lorsque $x = a$, la 1ere Egalité $xx\sqrt{aa - xx} = aaz$, donne $z = 0$, & la seconde $x^3 = aay$, donne $y = a$; d'où l'on voit que l'angle d'incidence étant droit, la force laterale paralléle à la direction *SAF*, ou perpendiculaire à celle du fluide, est nulle, & que celle de la laterale perpendiculaire à la même direction, ou paralléle à celle du fluide est égale à la force totale de l'impulsion.

XIV. Pour avoir les *Maximums* des rameaux *AMS*, *AmS* ou la plus grande force laterale perpendiculaire à la direction du fluide, on fera simplement, *(par les Art. VII. & XII,)* $b = a$ dans

$$xx = \tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{10}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}.$$

pour avoir $xx = \frac{2}{3}aa \pm \sqrt{0}$ ou $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}aa}$. Or ces 2 valeurs de x étant ici égales, prouvent l'évidence de nos Calculs; car on voit visiblement d'ailleurs, que dans ce Cas particulier les deux rameaux sont entierement semblables.

XV. Que si l'on veut avoir dans ce même Cas le *Maximum* des rameaux *ANH*, *Anh* ou la plus grande force laterale perpendiculaire à la direction *SAF* paralléle à celle du fluide, on fera *(par les Art. VIII & XII,)* $c = 0$ dans $xx = \frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}cc \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - \frac{10}{9}aacc + \frac{1}{9}c^4}$; & on trouvera $x = \pm a$ & $x = 0$. D'où l'on voit que les rameaux ou la Courbe des laterales paralléles à la direction du fluide, n'a point de *Maximum;* en effet cette Courbe devient ici la 1ere parabole cubique, & fait voir évidemment que dans ce Cas les laterales perpendiculaires à la direction *SAF* vont toûjours en augmentant, & deviennent enfin égales à la force totale de l'impulsion lorsque la surface *AB* est en *AS*.

XVI. On aura le point d'interception des rameaux *AMS*, *ANH* en faisant $c = 0$ dans $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa - bc}$ que nous avons trouvé, *(Art. IX.)* pour avoir $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa}$. D'où l'on voit que dans ce Cas les forces laterales sont égales lorsque l'angle d'incidence est de 45 degrés.

XVII. Nous n'entrerons pas dans un plus long détail de ce Cas particulier; on pourra y appliquer facilement les Calculs des Art. X & XI. Mais nous ajoûterons encore ici en forme de ſupplément, 1.° qu'on peut repreſenter toutes les forces totales BG par les Ordonnées d'une Parabole : car ſi l'on fait $BG = t$, on aura par l'Art. II $\frac{xx}{a} = t$ ou $xx = at$, Equation de la Parabole; 2.° qu'une force totale BG étant donnée, le lieu de ſa décompoſition en deux laterales pour toute ſorte de direction, eſt un Cercle qui a BG pour diametre, ce qui eſt clair à cauſe de l'angle droit BKG.

XVIII. Pour faire maintenant les applications de nos principes, & de nos regles, nous commencerons par en déduire la diſpoſition la plus avantageuſe des aîles des Moulins à Vent ordinaires.

Fig. 1 & 4.

Si l'on décompoſe la force totale de l'impulſion que chaque aîle $ABCD$ reçoit du Vent, en deux forces laterales, l'une ſuivant la direction AF perpendiculaire à celle du Vent RA ou PR, & l'autre ſuivant AT perpendiculaire à AF, ou paralléle à la ligne du Vent RA, on verra clairement que de ces deux forces, celle qui eſt paralléle à la direction du Vent eſt en pure perte, puiſqu'elle pouſſe ſeulement les aîles dans la direction du Vent ou de l'arbre XY, qui eſt toûjours ſuppoſé paralléle au Vent : il n'y a donc que la force laterale de l'impulſion du Vent, perpendiculaire à ſa direction, qui fait tourner le Moulin, ainſi la ſituation la plus avantageuſe des aîles, doit être telle que cette force ſoit la plus grande. Or nous avons trouvé, (*Art. XIV,*) que le ſinus de l'angle d'incidence que la ſurface AB repreſentée ici par l'aîle du Moulin, doit faire pour avoir cette plus grande force, eſt AP, $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$, qu'on trouvera dans les tables de ſinus de 54° 44'. D'où l'on voit que la largeur des aîles ou volans AB doit être inclinée à l'arbre XY de 54° 44'.

M. Parent a donné la ſolution de cette queſtion dans ces Elements de Mechanique & de Phyſique, mais par une voye très compliquée.

XIX. Posons maintenant que la surface *AB* represente le gouvernail d'un Navire, dont *AE* est la Quille; *BPR* represente ici la direction du fil de l'Eau, toûjours paralléle à la Quille. Pour trouver l'angle le plus avantageux *BAE* ou *BAT*, que le gouvernail *AB* doit faire avec la Quille *AE*, pour virer ou changer de route le plus promptement qu'il est possible, on décomposera la force de l'impulsion de l'Eau en deux forces laterales paralléles & perpendiculaires à sa direction; & considerant leurs effets séparement, on verra que la force laterale paralléle poussant le gouvernail dans la direction *AT* ou *PB*, est directemement opposée au mouvement du Vaisseau, tandis que la laterale perpendiculaire tend à le faire virer, en poussant la pouppe *A* dans la direction *AF*. D'où l'on voit clairement, que la plus grande force laterale suivant la direction *AF* perpendiculaire à celle de l'Eau, doit faire virer le Navire le plus promptement qu'il est possible; ainsi par l'Art. XIV, on aura le sinus de l'angle d'incidence *ABP* ou *BAT* $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$. Fig. 5.

M. Renaud, est je crois, le premier qui a traité cette question dans sa Théorie de la Manoeuvre des Vaisseaux, p. 64. La solution qu'il en a donnée, a été approuvée par M.rs Huguens & Bernoulli, quoi-qu'il ait voulu s'en retracter lui-même dans une de ces réponses aux objections de M. Huguens. Le P. Paul Hoste publia peu de temps après une nouvelle démonstration de cette question dans son Traité des Evolutions Navales; enfin M.rs Huguens, Bernoulli & Guinée en ont donné chacun une solution particuliére.

XX. Pour appliquer nos principes à la résolution des principaux & des plus utiles Problêmes de la Manœuvre des Vaisseaux, nous supposerons avec M.rs Renaud, Huguens & Bernoulli, que la dérive est nulle ou insensible. Cela posé pour trouver la direction la plus avantageuse de la Quille *XF* pour gagner au Vent dans le Cas le plus simple, qui est lorsque la Voile *BAY* est paralléle à la Quille *XF*. Fig. 6.

La force totale *BG* de l'impulsion du Vent sur la Voile

AB, étant décompoſée en deux laterales *BK, KG;* l'une paralléle à ſa direction, & l'autre perpendiculaire, on verra évidemment que ce n'eſt qu'en vertu de la force laterale perpendiculaire *BK*, que le Vaiſſeau peut aller dans la direction *XAF* en gagnant au Vent, car la laterale *KG* lui eſt directement oppoſée. D'où l'on voit que dans ce Cas l'inclinaiſon de la Voile *AB* ou de la Quille *XAF* doit être telle que la force laterale perpendiculaire à la direction du Vent ſoit la plus grande de toutes, & que par conſéquent ce Cas ſe reduit encore au Calcul de l'Art. XIV. c'eſt-à-dire, que pour avoir la poſition la plus avantageuſe de la Quille pour gagner au Vent, on doit faire le ſinus $APx = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

XXI. Les trois queſtions que nous venons de reſoudre, ne ſont, à proprement parler, que des applications du ſeul & même principe de l'Art. XIV. Les voyes différentes que pluſieurs grands Géometres ont employées pour les reſoudre, montrent combien il eſt avantageux de proceder dans ces recherches par des principes generaux; car bien ſouvent pluſieurs verités particuliéres ne ſont que des ſuites ou des conſéquences d'un ſeul principe.

Nous pourrions rapporter ici pluſieurs autres applications utiles & curieuſes de ce même principe de l'Art. XIV, tel eſt le mechaniſme employé ingenieuſement pour les Bac ou Bateau de paſſage de quelques Rivieres, comme le Rhône, &c. le devant du Bateau, ou la Prouë étant une fois dirigée obliquement au fil de l'Eau, par le moyen du Gouvernail ou autrement, le Bateau paſſe tout ſeul par la ſeule force de l'impulſion qu'il reçoit de l'Eau.

Fig. 7. Voici en deux mots comment cela ſe fait. On tend ſur deux grands arbres, ou des enfourchements *ab* & *cd*, une longue Corde *e, b, p, d,* tout au travers de la Riviere, ſur laquelle roule une Poulie ou Grenoüillette *p;* c'eſt à cette Poulie que le Bateau ou Bac *ABCD* eſt attaché par la Corde *pf*. Or il eſt viſible que ce Bateau recevant obliquement l'impulſion de l'Eau, dont la force totale étant décom-

posée en deux laterales, l'une paralléle, & l'autre perpendiculaire à son courant, la Corde *pf* resiste à la laterale paralléle, & la laterale perpendiculaire pousse le Bateau dans la direction *PAF*, & lui fait traverser la Riviere. D'où l'on voit que pour passer le plus promptement qu'il est possible, il faut que l'angle d'inclinaison *ABP* soit tel que la laterale perpendiculaire au courant de l'Eau soit la plus grande de toutes, ou *(par l'Art. XIV,)* que le sinus d'incidence *AP* $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

On voit aisément, que le Bac passe d'autant plus vîte, que le courant de la Riviere est plus rapide, & que cet usage ne seroit pas fort expeditif sur les Rivieres d'un courant mediocre, telle que la Seine, & encore moins sur la Loire.

XXII. La route d'un Vaisseau, ou, ce qui est le même, l'angle de la Quille *CF* & de la ligne du Vent *CR* étant donné, pour déterminer la situation la plus avantageuse de la Voile *AB*, pour gagner au Vent dans le Cas qu'on va au plus près du Vent, & pour le fuir dans le Cas du Vent largue; on prendra seulement *(dans l'Art. VII,)* la direction donnée *CAF* pour celle de la Quille, la surface *AB* pour la surface de la Voile, & on verra clairement par ce même Art. que le *Maximum* du 1er rameau *AME* ou la plus petite racine $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb - \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - \frac{10}{9}aabb + \frac{1}{9}b^4}}$ sera le sinus de l'angle d'incidence de la situation la plus avantageuse de la Voile *AB* pour aller dans la direction ou la route *CAF* en gagnant au Vent; & que le *Maximum* du second rameau *AmE* sera de même le sinus d'incidence ou la plus grande valeur de

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb + \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - \frac{10}{9}aabb + \frac{1}{9}b^4}}$$ pour aller dans la même direction ou la route *FAC* en perdant au Vent, ou de Vent largue; surquoi il faut bien observer de prendre dans ce second Cas l'angle d'incidence, dont *AP*, *x* est le sinus dans le quart de cercle *AOS*; car par l'Art. III, Fig. 1 & 8.

TAB étant toûjours l'angle d'incidence du 1er Cas, OAB est toûjours celui du second.

M. Huguens a resolu le premier cette question, mais il en avoit caché l'analyse, que M. Bernoulli a développée ensuite dans sa Nouvelle Théorie de la Manoeuvre des Vaisseaux, qu'il a publiée en 1714.

Fig. 8. XXIII. Pour avoir maintenant la situation la plus avantageuse de la Voile, qui convient à la situation la plus avantageuse de la Quille que nous avons trouvée, *(Art. XX.)* & avoir par conséquent les deux situations, tant de la Voile que de la Quille pour gagner le plus au Vent, on fera AD, $b = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$; car il est visible que B est toûjours le sinus de l'inclinaison donnée, laquelle est ici la même que celle de la Quille ou de la route du Vaisseau, substituant donc $\sqrt{\frac{2}{3}aa}$ à la place de b dans

$x = \sqrt{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - \frac{10}{9}aabb + \frac{1}{9}b^4}}$, on aura $x = \sqrt{\frac{11}{18}aa \pm \frac{5}{18}aa}$ ou $x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$, & $x = \sqrt{\frac{8}{9}aa}$. Or il est clair que la petite racine $x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$ est le sinus de l'angle d'incidence que la Voile AB doit faire avec la ligne du Vent RPB, pour avoir avec la situation la plus avantageuse de la Quille le plus grand avantage à gagner au Vent : on voit que ces deux sinus d'incidence $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$ & $x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$, le premier de la situation la plus avantageuse de la Quille, & le second de celle de la Voile, sont le complement l'un de l'autre, ainsi que M. Bernoulli l'a remarqué.

Quant à la plus grande racine $x = \sqrt{\frac{8}{9}aa}$, elle est, comme dans l'Art. precedent, le sinus de l'angle d'incidence de la Voile, pour aller de Vent largue dans la direction ou la route FAC, dont l'angle d'inclinaison est $b = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.



DISSERTATION ASTRONOMIQUE SUR LE MOUVEMENT DE LA LUNE, ET DE LA TERRE,

Où l'on examine laquelle de ces deux Planetes tourne autour de l'autre, comme Satellite.

Avec des Remarques sur les Satellites en général.

Par M. DE MAIRAN.

IL est surprenant que parmi un si grand nombre d'arrangemens, & de mouvemens différens, souvent assés bizarres, attribués aux parties de l'Univers, le sisteme du mouvement de la Terre autour de la Lune n'ait été imaginé par aucun Philosophe ancien ou moderne, ou que l'ayant été, il soit demeuré inconnu, & sans sectateurs. Ce n'est point là pourtant une de ces idées de pur caprice, manifestement contraires aux apparences celestes, & aux Observations. Nos yeux ne nous disent pas plus distinctement de la Lune, qu'elle tourne autour de la Terre, qu'ils ne nous l'avoient dit du Soleil, & des autres Planetes, aussi-bien que des Etoiles fixes. Et à l'égard des raisons qu'on est obligé d'employer pour renverser un tel sisteme, elles dépendent de circonstances assés délicates, & qui auroient pû échapper long-temps aux Observateurs, ou être éludées par la complication de quelque autre hypothese. *Ptolomée* originaire d'Egypte, & au milieu d'Alexandrie, a soûtenu le mouvement de Venus, & de Mercure autour de la Terre, quoi-que dans le sisteme Egyptien, qui ne pouvoit manquer de lui être très connu, & qui étoit en cela conforme à la nature, ces deux Planetes fissent leurs revolutions autour du Soleil. * Il faut bien cependant que le sisteme de *Ptolomée* ait paru dans la suite absolu-

26 Avril 1727.

Assemblée publique.

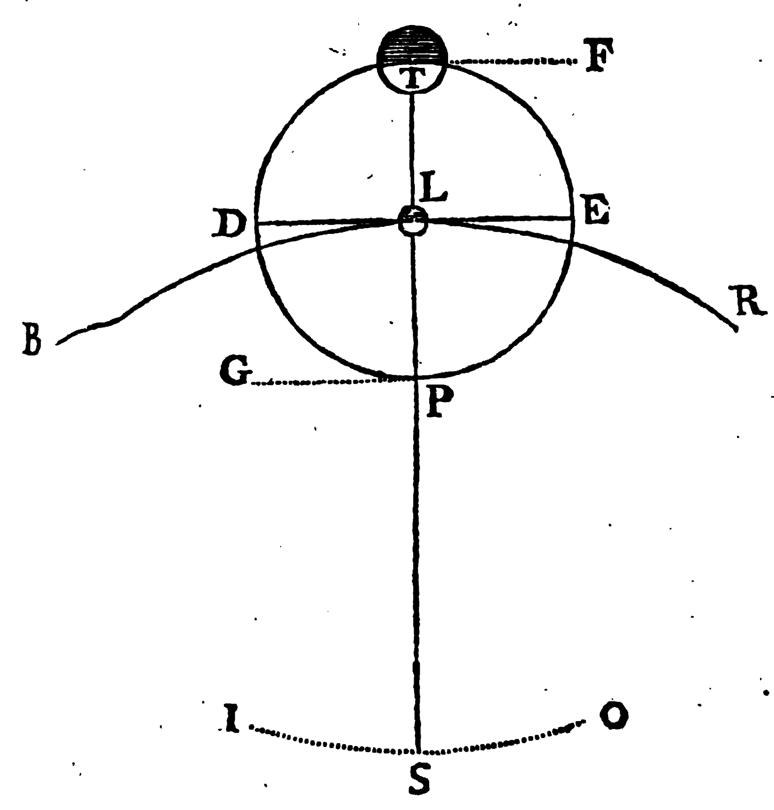
* Macrob. *Somn. Scip. L. 1. c. 19.*

ment insoûtenable à cet égard; puisque *Ticho-Brahé, Argolus, Riccioli,* & tous les Astronomes les plus jaloux de l'immobilité de la Terre, & qui ont fait de si grands efforts pour lui conserver le privilege d'être le centre des mouvemens celestes, n'ont pû se dispenser de faire tourner tout au moins Venus & Mercure autour du Soleil. Le sisteme dont il s'agit ici auroit pû sans doute avoir un semblable sort, s'il favorisoit autant les mêmes préjugés. Il y a long-temps apparemment qu'il auroit été imaginé, & deffendu avec chaleur, peut-être même avec succés, sur-tout en des siécles où l'on n'avoit ni les Instrumens, ni les Pendules que nous avons aujourd'hui, & où l'on ne faisoit nulle difficulté, à la premiére inégalité de mouvement qui se presentoit, d'appeller à son secours les Excentriques, & les Epicycles. Quoi-qu'il en soit, il paroît depuis peu une Dissertation ingenieuse sur les causes du Flux & Reflux de la Mer, * où l'Auteur établit pour principe, & tâche de démontrer que c'est la Terre qui tourne autour de la Lune, & non la Lune autour de la Terre, comme on l'avoit crû jusqu'à present. *Baliani* noble Genois très sçavant, qui vivoit vers le milieu du dernier siécle, & qui a écrit plusieurs Traités de Philosophie, & de Mathematique, avoit eu une semblable pensée, & par rapport à l'explication du même Phénoméne. * Mais l'ayant proposée sans preuves, dans un pays, & en un temps, où tout sisteme fondé sur la mobilité de la Terre étoit tenu pour suspect, & contraire à des verités superieures, elle fut étouffée dès sa naissance, & n'eut aucune suite. Je ne prétends point insinuer que l'Autheur de la nouvelle Dissertation ait puisé son sentiment dans cette source, qu'il a pû ignorer, & que j'ignorois moi-même, quand son ouvrage m'est tombé entre les mains. J'avouë au contraire, que la hardiesse, & la singularité de son hypothese ont picqué ma curiosité, & qu'accoûtumé à regarder la Lune comme nôtre Satellite, & la Terre comme sa Planete principale, j'ai senti quelque impatience de sçavoir ce qu'il en falloit penser. Voici la Méthode que j'ai tenuë pour y parvenir : elle consiste principalement à déterminer par la comparaison des vîtesses de la

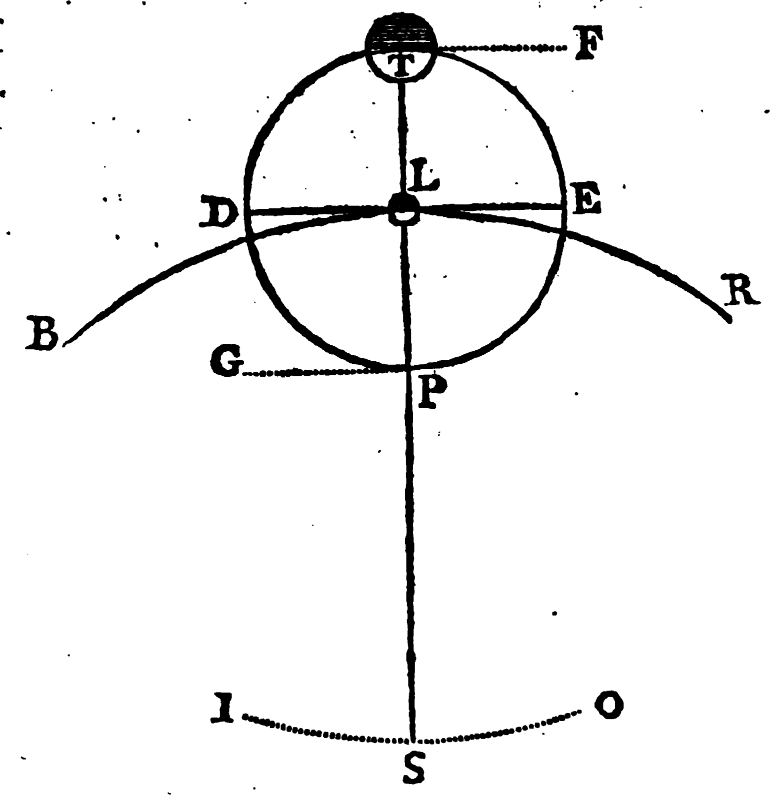
* *Par le R. P. D.* Jacques Alexandre *Benedictin. Imprimée à Bordeaux en 1726, & ensuite à Paris, chez* Babuty.

* *Epist. ad* Ricciol. *q. v. in ejus Alm. t. 2. l. 9. sect. 4. c. 15.*

de la Terre, & de la Lune dans leurs orbites, les irregularités que nous devrions appercevoir dans le mouvement propre & apparent du Soleil, si celui qu'on attribuë à la Terre, dans cette hypothese, étoit réellement dans la Nature. Les preuves tirées de ce principe seront accompagnées de quelques autres, & de refléxions générales sur les proprietés qui conviennent aux Satellites qui nous sont connus, & qui ne sçauroient convenir à la Terre.



Supposons que la Terre tourne en effet autour de la Lune, & sur la même Orbite que nous avons donnée jusqu'ici à cette Planete, qui par conséquent, se trouvera placée sur le grand Orbe où étoit la Terre, selon le sisteme de *Copernic*, & avec lequel elles étoient emportées toutes les deux autour du Soleil, dans l'espace d'une année. La Terre aura donc



deſormais trois mouvements; le mouvement diurne, qui ſe fait ſur ſon axe, le mouvement periodique ou menſtruel, qui ſe fera autour de la Lune, & le mouvement annuel, qui ſe fera toûjours autour du Soleil; mais qu'elle n'aura plus qu'en vertu du mouvement annuel de la Lune qu'elle ſuit comme Satellite. Nous n'avons ici nul beſoin de conſiderer le mouvement diurne, & nous ne parlerons que des deux autres.

Soit *S* le Soleil, *L* la Lune, & *BR* l'Orbe annuel; *T* la Terre, & *TEPD* l'Orbite Terreſtre.

Il eſt clair que nous aurons nouvelle Lune, lorſque la Terre ſera en *T*, hors de l'Orbite *BR*, ſur le rayon prolongé *SPLT*, & pleine Lune, lorſqu'elle ſera en *P*, dans l'Orbite *BR*, ſur le même rayon accourci, *SP*. Et ſi l'on ſuppoſe que le mouvement annuel, tant de la Lune que de la Terre, ſe fait de *B*

vers *R*, le mouvement periodique de la Terre se fera de *T* vers *F* dans la nouvelle Lune, & de *P* vers *G* dans la pleine Lune; conforme dans le premier cas, & contraire dans le second au mouvement annuel. Il en sera de même à l'égard du mouvement apparent du Soleil, qui dans la même supposition du mouvement annuel de la Lune, de *B* vers *R*, doit nous paroître aller de *S* vers *I*.

Donc le mouvement periodique de la Terre autour de la Lune doit augmenter son mouvement annuel, & le mouvement apparent du Soleil, lorsqu'elle est en *T*, & que nous voyons nouvelle Lune, & le diminuer, lorsqu'elle est en *P*, & que nous voyons pleine Lune. Car c'est autant de nouveau mouvement à ajoûter, ou à ôter à celui qu'on suppose qu'elle a déja dans le sisteme ordinaire de *Copernic*.

Les Auteurs qui ont traité de l'Astronomie Comparative, ou qui, par quelque fiction se sont transportés sur le globe Lunaire, n'ont pas oublié d'y remarquer cette Inégalité apparente de mouvement, applicable à toute Planete qui tourne autour d'une autre. Mais comme ils n'ont pensé serieusement ni à établir, ni à refuter l'immobilité de la Lune, ou le mouvement periodique de la Terre autour d'elle, ils n'ont fait là-dessus que des reflexions générales, qui ne sçauroient suffire pour décider la question.

Si la vîtesse réelle du mouvement propre & periodique de la Terre autour de la Lune, étoit plus grande que la vîtesse du mouvement annuel, elle nous feroit donc paroître le Soleil rétrograde, & aller vers *O*, lorsque la Terre seroit en *P*, & qu'elle tendroit vers *G*, c'est-à-dire, à toutes les pleines Lunes, & un peu avant & après, plus ou moins, selon l'excès de cette vîtesse sur celle du mouvement annuel. Ce qui est évident, puisqu'il y auroit alors plus de mouvement à lui ôter en ce sens, qu'elle n'en a en sens contraire autour du Soleil. Mais comme nous sçavons que la vîtesse du mouvement periodique réel ou apparent de la Lune, & par conséquent celle du mouvement qu'on suppose ici à la Terre, est beaucoup plus petite que celle du mouvement annuel, la

rétrogradation apparente du Soleil, ni l'absurdité qu'on en tireroit contre le mouvement de la Terre autour de la Lune, ne peut avoir lieu. Il s'agit donc de sçavoir, si dans l'hypothese de ce mouvement, l'accélération du mouvement du Soleil dans les nouvelles Lunes, & son retardement dans les pleines Lunes, doivent être sensibles, ou insensibles. S'ils sont insensibles, nous ne sçaurions trouver, du moins par cette voye, laquelle des deux Planetes tourne autour de l'autre : s'ils sont sensibles, & contraires aux Observations, & à la variation connuë du temps vrai, nous en conclurons avec certitude, que la Terre ne tourne pas autour de la Lune, & que celle-ci au contraire n'est que son Satellite.

Pour rendre ce Calcul le plus simple qu'il est possible, je suppose d'abord que les Orbites, tant annuelle que periodique *BR, TEPD,* sont des cercles parfaits; j'en ôté toute excentricité, & je fais le mouvement des Planetes qui les parcourent, absolument uniforme. On verra dans la suite, que je mets par-là les choses sur le plus bas pied, & à l'avantage du sisteme en question.

Fig. ci-dessus, p. 66.

Cela posé, le rayon *LS,* du grand Orbe, ou la distance moyenne de la Terre au Soleil, est selon feu M. *Cassini* de 22000 demi-diametres Terrestres, & le rayon *LP,* de l'Orbite *TEPD,* ou la distance moyenne de la Lune, de 56 des mêmes demi-diametres. Les circonférences des cercles étant entre elles comme leurs rayons, il suit que les Orbites ou circonférences *BR, TEPD* décrites par la Lune, & par la Terre, sont entre elles comme 22000, & 56; c'est-à-dire, comme $392\frac{6}{7}$, & 1.

Donc si la Terre parcouroit son Orbite *TEPD,* seulement dans une année, ou dans le temps que cette Orbite, & la Lune font leur revolution autour du Soleil, sur le grand Orbe *BR,* sa vîtesse propre seroit à la vîtesse annuelle, à la vîtesse propre de la Lune *L,* & au mouvement apparent du Soleil *S,* comme 1 à $392\frac{6}{7}$; ou, pour éviter les fractions qui ne sont ici de nulle consequence, & faciliter le calcul, comme 1 est à 390. Mais par l'hypothese, la Terre fait sa

revolution sur son Orbite *TEPD*, en 27 jours, 7 heures, 43 minutes, qui est le temps d'un mois periodique de la Lune, dont la Terre tient ici la place, & il s'en faut plus de 10 jours, que ce ne soit la 13me partie de l'année ou du temps que la Lune employe, par hypothese, à faire la sienne sur l'Orbe annuel *BR*. Donc la vîtesse propre de la Terre sera à la vîtesse propre de la Lune, &, ce qui revient au même, au mouvement apparent du Soleil, tout au moins comme 13 est à 390; ce qui donne tout juste le rapport de 1 à 30. Donc le mouvement apparent du Soleil sera acceleré dans toutes les nouvelles Lunes, de sa 30me partie, &, par les mêmes raisons, retardé d'autant à toutes les pleines Lunes. De sorte que la différence du mouvement du Soleil, en un jour de pleine ou de nouvelle Lune, sera de $\frac{2}{30}$, ou de la 15me partie de son mouvement moyen; c'est-à-dire, d'environ 4 minutes de degré, ou 3′ 56 $\frac{1}{2}$″, & de près de 16″ de temps. Or une différence si marquée, & si periodique ne sçauroit être imperceptible, & ne pourroit manquer d'avoir été observée; elle ne l'a point été; donc la Terre ne tourne pas autour de la Lune.

Qu'une Inégalité de la 15me partie du mouvement propre diurne du Soleil d'une Syzygie à l'autre, puisse être apperçuë directement ou indirectement, c'est ce dont on ne sçauroit douter, si l'on prend garde, que les Astronomes ont observé de tout temps une inégalité à peu près pareille dans le mouvement du Soleil, de l'Apogée au Perigée, dont la periode ne revient cependant que de 6 en 6 mois. Car le mouvement diurne du Soleil en Apogée étant d'environ 57′, & en Perigée d'environ 61′, la différence qui est 4′, est la même que celle que nous venons de trouver, qui resulteroit de la nouvelle hypothese, d'une Syzygie à l'autre.

Cette Inégalité de mouvement étant une fois bien conçuë, & rapportée à ses principes, comme nous venons de faire, on pourra la trouver, & l'exprimer d'une maniere plus générale, & plus exacte. Il n'y a pour cela qu'à multiplier tout d'un coup les distances, & les temps que donnent les

Obſervations, ſans les reduire à moindre dénomination. Car la fraction $\frac{1}{30}$, qui exprime dans le Cas poſé, la quantité de mouvement à ajoûter dans les nouvelles Lunes au mouvement annuel de la Terre, ou au mouvement apparent du Soleil, & à ôter dans les pleines Lunes, n'eſt autre choſe que le rapport de vîteſſe des deux Planetes, en deux points quelconques de leurs Orbites. Or on ſçait que les vîteſſes uniformes de deux mobiles ſont entre elles, comme les chemins parcourus diviſés par les temps, ou en raiſon compoſée, directe des chemins, & reciproque des temps. Si l'on fait donc $C =$ la diſtance de la Planete principale, ou, ce qui eſt la même choſe, à la périphérie ou circonference qu'elle décrit autour du Soleil, proportionnelle à cette diſtance; $T =$ temps employé à la décrire dans une de ſes revolutions; $c =$ la périphérie ou circonférence de la Planete ſecondaire, & $t =$ temps de ſa revolution autour de la Planete principale; $V =$ la vîteſſe de la Planete principale; & $v =$ la vîteſſe de la Planete ſecondaire, on aura, $v . V :: cT . Ct$, & $\frac{cT}{Ct}$ ſera la Formule générale de la quantité de mouvement à ajoûter, ou à ſouſtraire, dans les ſyzygies de la Planete ſecondaire, par rapport au mouvement réel de la Planete principale, ou au mouvement apparent du Soleil : & ſelon que cT ſera moindre, égal, ou plus grand par rapport à Ct, on ſçaura ſi les inégalités doivent être ſenſibles dans les ſyzygies, & ſi le Soleil doit y paroître direct, ſtationnaire, ou rétrograde.

Dans le cas dont il s'agit, de la Lune, & de la Terre, $C = 22000$, $c = 56$. T où l'année periodique $= 365$ jours, 6 heures, 9 min. $= 525969'$. (C'eſt ce que quelques Auteurs appellent l'année ſidérale, ou anomaliſtique, plus longue que l'année moyenne d'environ 20', & que je prens ici préferablement à cette derniere, parce qu'elle reſulte de la revolution entiere de la Terre ou de la Lune dans ſon Orbite, & analogiquement au mouvement periodique des autres

Planetes.) $t = 27$ jours, 7 heures, 43 min. $= 39343'$.

Et partant $\frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 39343} = \frac{29454264}{865546000}$

$= \frac{1}{29 \frac{11372344}{29454264}} = \frac{1}{29 \frac{11}{29}}$, &c. qui est, comme on voit, plus grande que la fraction $\frac{1}{30}$, que nous avons trouvée ci-dessus, & c'est à cause des 10 jours négligés dans la revolution annuelle comparée à la revolution periodique de la Terre. Nous nous en tiendrons cependant à ce rapport de 1 à 30, pour faciliter le calcul, & pour suppléer à quelques minuties que nous y négligerons, en montrant, comme nous allons faire, toute l'irregularité que cette seule cause répandroit sur la mesure du temps, & sur le mouvement apparent du Soleil, pendant l'espace d'un mois Lunaire.

Ce qui a été dit des nouvelles & des pleines Lunes doit avoir lieu, quoi-que moins sensiblement, depuis le commencement du dernier quartier, jusqu'à la fin du premier, & depuis le commencement du second, jusqu'à la fin du troisiéme. C'est-à-dire, que le mouvement apparent du Soleil doit être plus grand en vertu du mouvement periodique de la Terre, pendant tout le temps qu'elle parcourt la moitié superieure *DTE*, de son Orbite, & plus petit, pendant qu'elle parcourt la moitié inférieure *EPD*. Il faut seulement remarquer que les points *T*, & *P*, de la nouvelle, & de la pleine Lune, ou des syzygies, étant comme les *Maximums* de l'accélération, & du retardement apparent du Soleil, l'Inégalité dont il s'agit, qui est *o* aux points *D*, *E*, des Quadratures, & $\pm \frac{1}{30}$ aux points *T*, *P*, des syzygies, ira en augmentant avant que la Terre arrive à chacun de ces derniers, & en diminuant après qu'elle y sera arrivée, dans la raison des Sinus du cercle menés au diametre *DE*. Car quoi-que par hypothese le mouvement de la Terre autour de la Lune soit uniforme dans toute son Orbite, l'accélération apparente du Soleil vers la nouvelle Lune, & son retardement apparent vers la pleine Lune, ne sçauroient augmenter, ou diminuer

Fig. ci-après, p. 73.

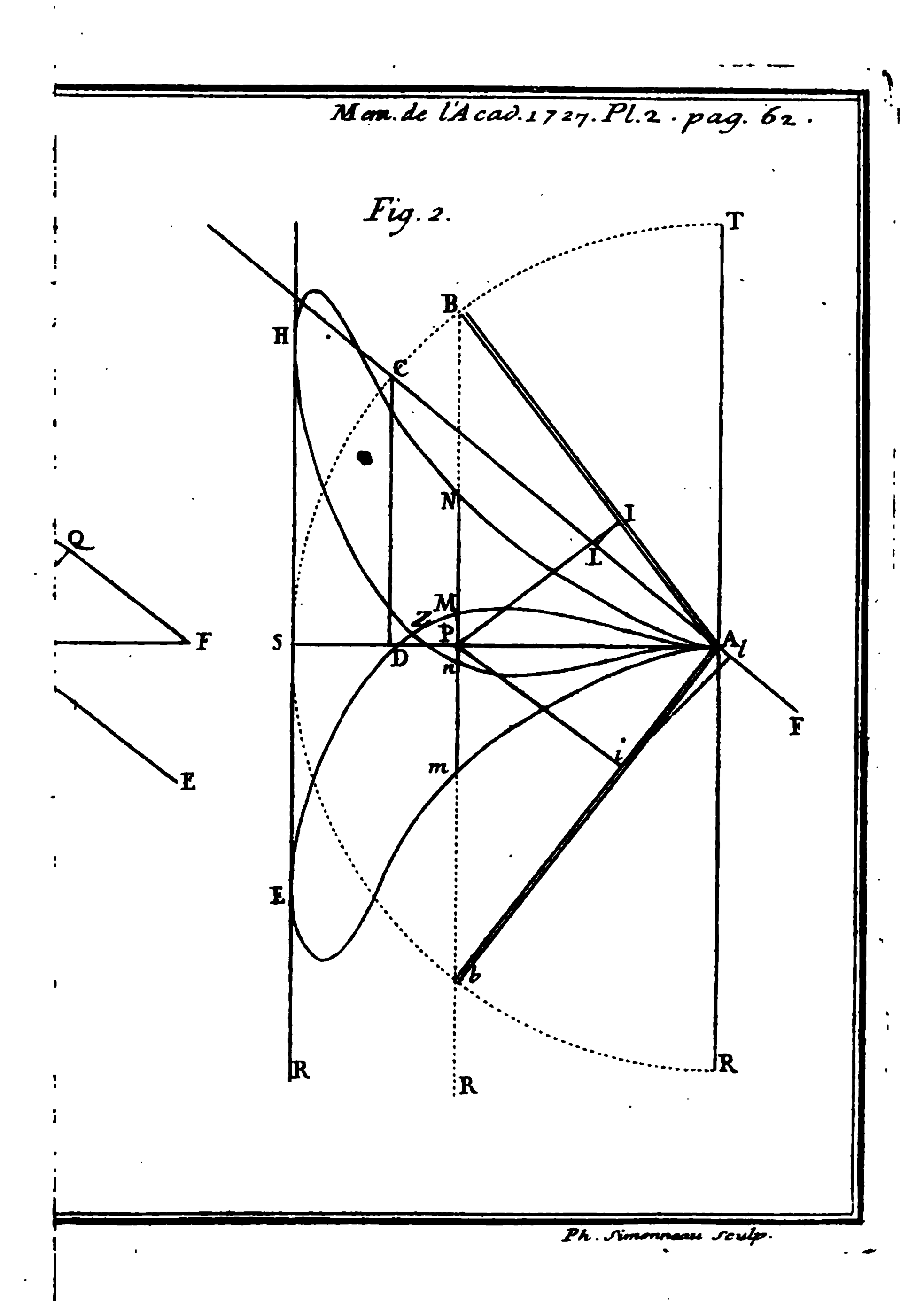
uniformément, parce que l'accélération en *T*, & le retardement en *P*, ne se font réellement qu'entant que le mouvement periodique de la Terre suit une direction *TF*, ou *PG*, conforme, ou contraire à celle du mouvement annuel de *B* vers *R*, qui est censé à chaque instant dans une Tangente de l'Orbe annuel, ou dans une ligne projettée sur cet Orbe; ainsi que le verroit un Observateur placé en *S*, dans le Soleil. C'est donc au diametre *DE* de l'Orbite Terrestre, qui passe par les points *D*, *E*, des Quadratures, qui est une de ces Tangentes, & qui exprime la somme des différences de tous les Sinus du demi-cercle, qu'il faut rapporter la somme des Inégalités apparentes du Soleil, qui resultent du mouvement semblable ou contraire de la Terre, pendant qu'elle est dans chacune des moitiés, superieure, ou inferieure de son Orbite.

Je dis donc comme le demi-cercle *DTE*, ou *DPE*, est à son diametre *DE*, ainsi $\frac{1}{30}$ d'accélération ou de retardement, qui a été trouvé pour le jour de syzygie, ou environ 2' de degré, multipliées par le nombre de jours & d'heures d'une demi-revolution Lunaire, sera à la somme que l'on cherche.

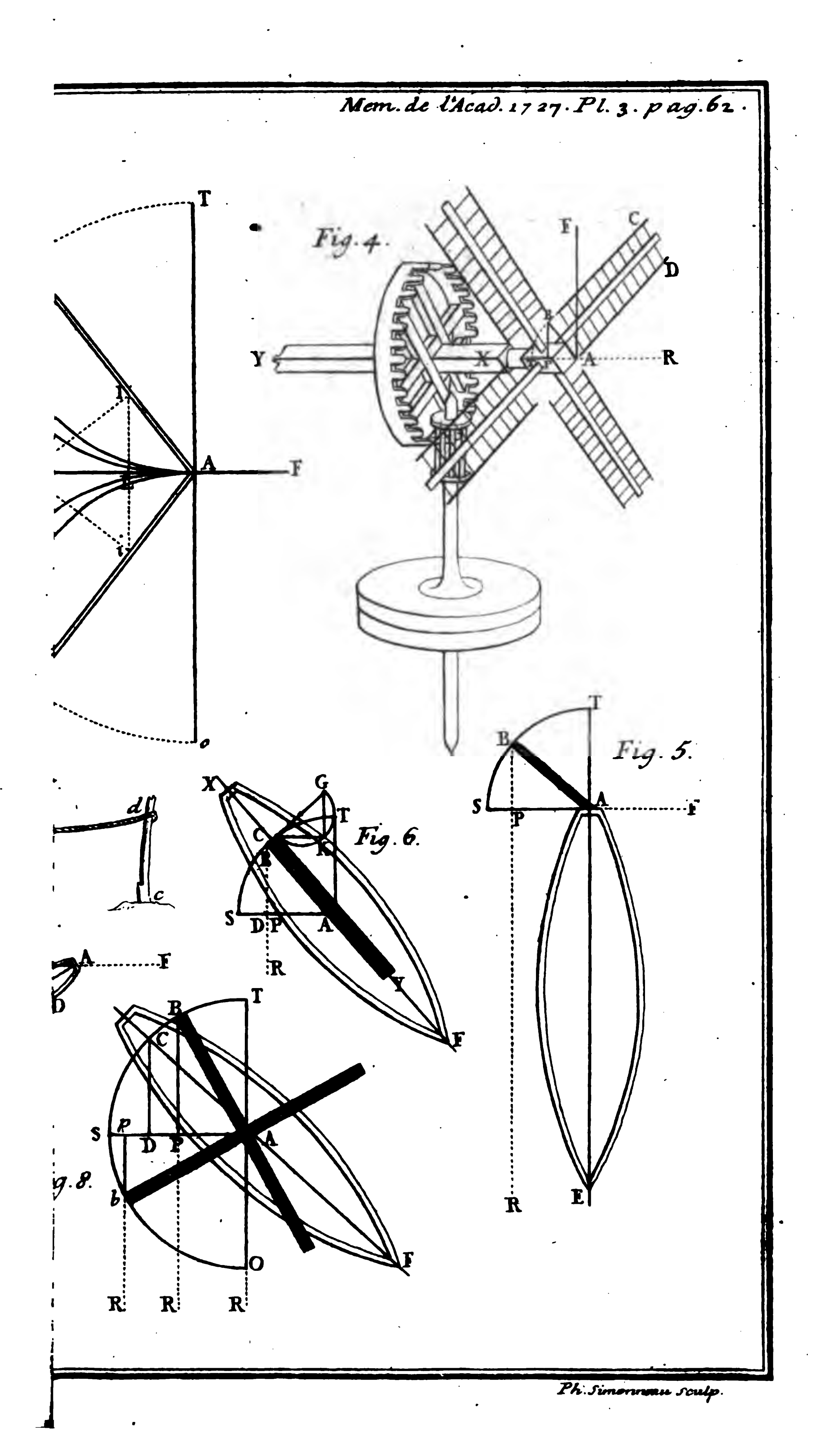
Soit le rapport du demi-cercle au diametre, comme 355 à 113 × 2, ou 355 : 226. La demi-revolution multipliée par 2', devient la revolution entiere; & parce qu'il s'agit ici de la revolution synodique, qui est de 29 $\frac{1}{2}$ jours, ou

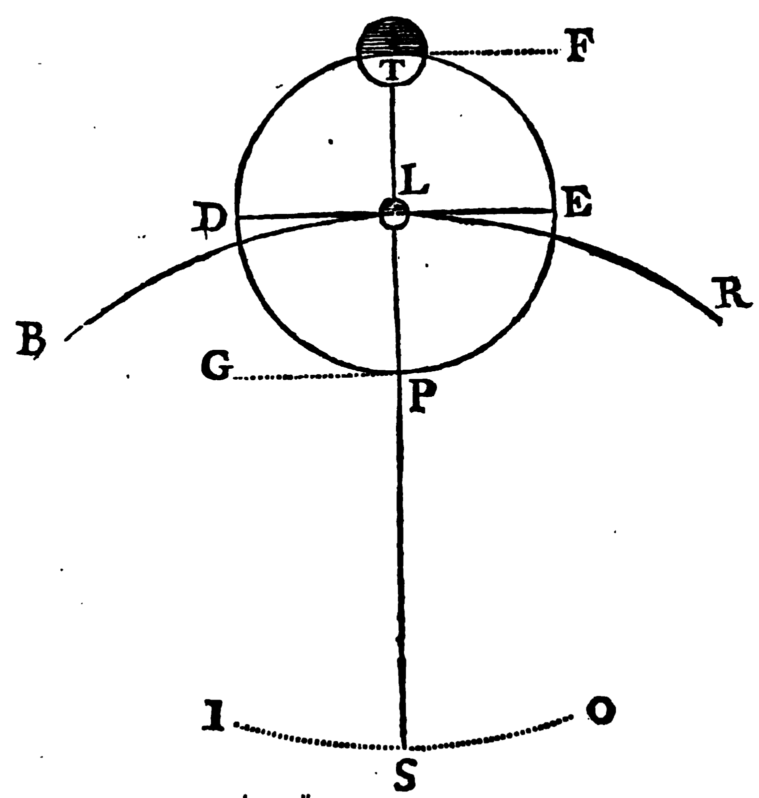
$$29^j\ 12^h\ 44', \text{ on aura } 355 . 226 :: 29\tfrac{1}{2} . \frac{226 \times 29\frac{1}{2}}{355}$$

$= 18\frac{277}{355}$; c'est-à-dire, près de 18' 47" de degré, qui étant reduites en temps, feroient environ 1' 15" pour la somme d'accélération ou de retardement du Soleil, pendant l'espace de la moitié d'un mois synodique Lunaire. Mais comme ce Calcul est fondé sur les 2' d'Inégalité de mouvement, qui sont un peu plus de la 30me partie du chemin que le Soleil paroît faire en un jour dans l'Ecliptique, par son mouvement moyen; il est plus à propos dans cette occasion, de prendre tout d'un coup la 30me partie du mouvement moyen du Soleil, qui convient à 14 $\frac{3}{4}$ jours, ou à une demi-revolution,
&



Ph. Simonneau sculp.

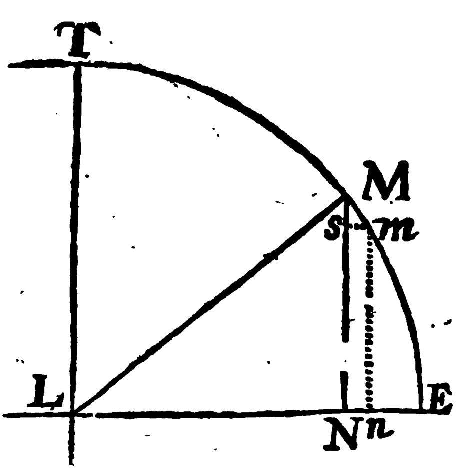

Mem. de l'Acad. 1727. Pl. 3. pag. 62.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 8.
T A F o
Y X A R F C D B
B T S P A F R E
X G T C K B S D P A R Y F
d c A F D
B T C S p D P A b R R R O F
Ph. Simonneau sculp.



& qui est $\frac{14^{\circ}\,33'\,12''}{30} = 29'\,6''$, & faisant ensuite l'analogie ci-dessus, 355 est à 226, comme 29′ 6″ est à un quatriéme terme, on trouvera 18′ 31″ de degré, & 1′ 14″ d'heure, qui ne différe de la quantité précédente que de 16″ de degré, & d'environ 1″ d'heure.

Par cette Théorie on aura pour un temps quelconque du mois Lunaire, & à tel point qu'on voudra de l'Orbite, l'Inégalité qui y répond, ou, reciproquement, l'Inégalité étant donnée on en tirera le moment correspondant, & le point de l'Orbite où se doit trouver alors la Planete secondaire. Car tout le reste demeurant comme dans la figure precedente; Soit *M* le point de l'Orbite où se trouve la Planete entre la syzygie *T*, & la Quadrature *E*. Ayant mené du centre de *Fig. suiv.*

l'Orbite le rayon *LM*, & abaissé le Sinus *MN*, si l'on imagine que la Planete d'écrit l'Arc *Mm* infiniment petit, ou tel que l'Inégalité apparente au point *M*, est encore sensiblement la même en *m*, & que du point *m* on mene *mn*, *ms*, paralléles aux lignes *MN*, *LE*, il est évident qu'on formera le petit triangle *Mms*, semblable au triangle *MLN*. Donc *LM*. *MN* :: *Mm*. *ms*. Mais *ms* = *Nn* represente l'Inégalité partiale ou apparente qui répond à la vîtesse ou Inégalité absoluë *Mm*, & n'est autre chose que la projection de l'Arc *Mm* sur le diametre *LE* vû du Soleil, ou sur une égale portion de l'Orbe annuel. Donc on aura toûjours cette analogie. *Comme le rayon* (LM) *est au Sinus* (MN) *du complement de* TM, *ou au Sinus de l'arc compris entre le lieu* (M) *de la Planete, & la Quadrature* (E) *où l'Inegalité est à son* Minimum; *ainsi l'Inegalité absoluë, & telle qu'elle est à la syzygie* (T) *ou à son* Maximum, *est à l'Inegalité relative ou correspondante du point* M.



Je dois encore remarquer ici, que la méthode que nous avons employée * pour avoir la somme des Inégalités de tout le mois Lunaire, nous obligeroit en rigueur à faire une semblable correction par rapport aux 2′ ou 1′ 58″ d'heure, trouvée ci-dessus * pour l'Inégalité qui convient à chaque jour de syzygie, c'est-à-dire, pour 24^h; sçavoir 12^h en deçà, & 12^h au-delà du point synodique. Car on y suppose un mouvement uniforme pendant tout ce temps, & que l'Arc de l'Orbite circulaire décrit par la Planete, & qui est de 13° 10′ 35″ soit égal à sa corde, ce qui n'est pas exactement vrai. Mais comme après avoir cherché leur différence en

* p. 72.
* p. 69.

100000mes parties du diametre, j'ai trouvé par l'analogie qu'elle ne donnoit pas 1" de degré à retrancher de l'Inégalité de 24 heures, il seroit tout à fait inutile de s'y arrêter & d'en tenir compte.

Pour revenir à l'Inégalité repanduë sur le mois Lunaire, il faut donc conclure que si la nouvelle hypothese étoit vraie, on devroit avoir alternativement d'une Quadrature à l'autre, une somme d'accéleration ou de retardement de 18' 31" de degré sur le moyen mouvement du Soleil, & de 1' 14" d'heure sur le temps moyen.

Il ne faudroit pas s'étonner que quelques Astronomes du 16me siécle *, ou du commencement du 17me, & parmi lesquels se trouve le fameux *Wendelin*, eussent méconnu une Inégalité de temps de 1' 14", eux qui nioient totalement l'Inégalité des jours Solaires dans le cours de l'année, toute avoüée qu'elle étoit des Anciens *, & malgré sa prodigieuse sensibilité en comparaison de celle dont nous venons de parler. Car la différence du temps moyen au midi vrai, va quelquefois, comme on sçait, d'une saison à l'autre, à plus d'une demi-heure, & elle est par-là 25 fois plus aisée à remarquer, & à démontrer, que celle de 1' 14", qui naîtroit du mouvement de la Terre autour de la Lune, d'une Quadrature à l'autre. Il faut donc avoüer qu'avant l'invention des Horloges à Pendule, il eust été impossible de s'assûrer si une pareille Inégalité venoit du Ciel, ou de l'Horloge. De sorte que si le noble Genois dont il a été fait mention ci-dessus * avoit voulu s'obstiner à soûtenir son sisteme du mouvement de la Terre autour de la Lune, il auroit pû à cet égard défier tous les Astronomes de son temps de lui en démontrer la fausseté par Observation. Mais outre qu'il n'en est pas tout à fait de même de l'Inégalité du mouvement apparent, & des autres preuves qu'on verra dans la suite de ce discours, il n'y a pas lieu de croire aujourd'hui, qu'une irregularité de temps aussi periodique, & aussi considerable que celle que nous venons de trouver, eut échappé aux Astronomes qui sont venus depuis, & qui, avec le secours des Pendules, ont eu

* Christman, Wichius, *&c*

* Ptol. *Alm. l. 3. c. 10.*

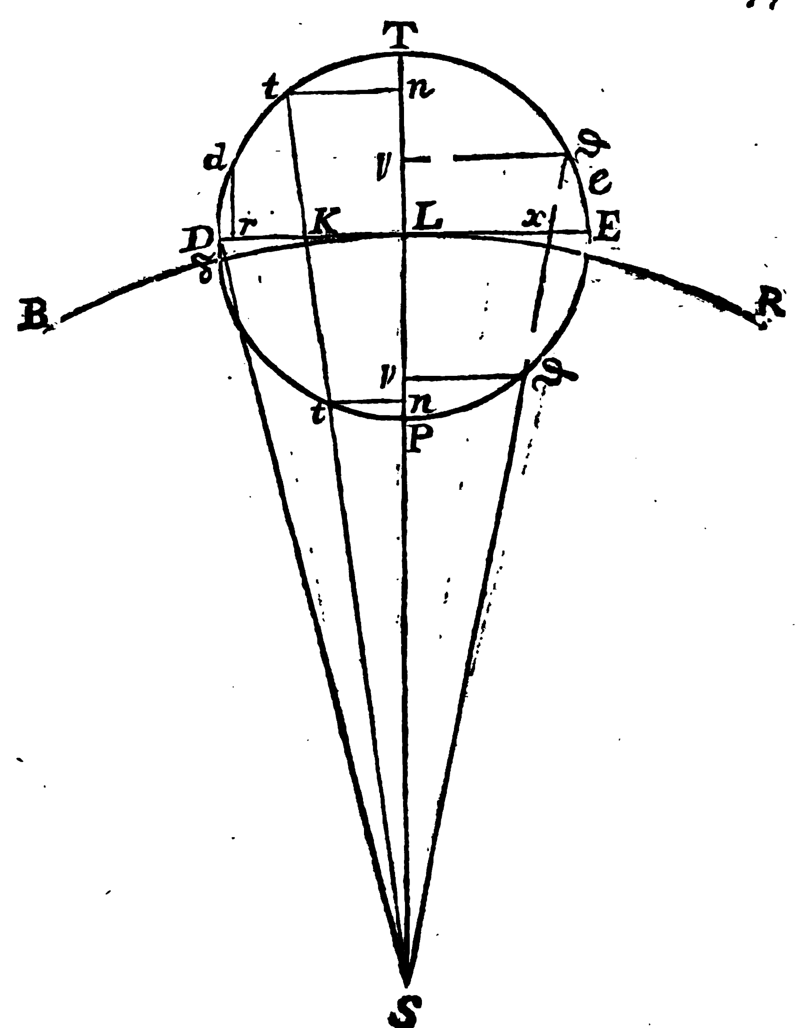
* p. 64.

encore celui des Quarts de cercle à Lunetes; ſur-tout en une partie ſi cultivée par eux, & ſur laquelle ils nous ont laiſſé des Tables d'Equation ſi exactes, & qui ſurpaſſent ſi fort en préciſion la quantité de 1′ 14″ dont il s'agit ici.

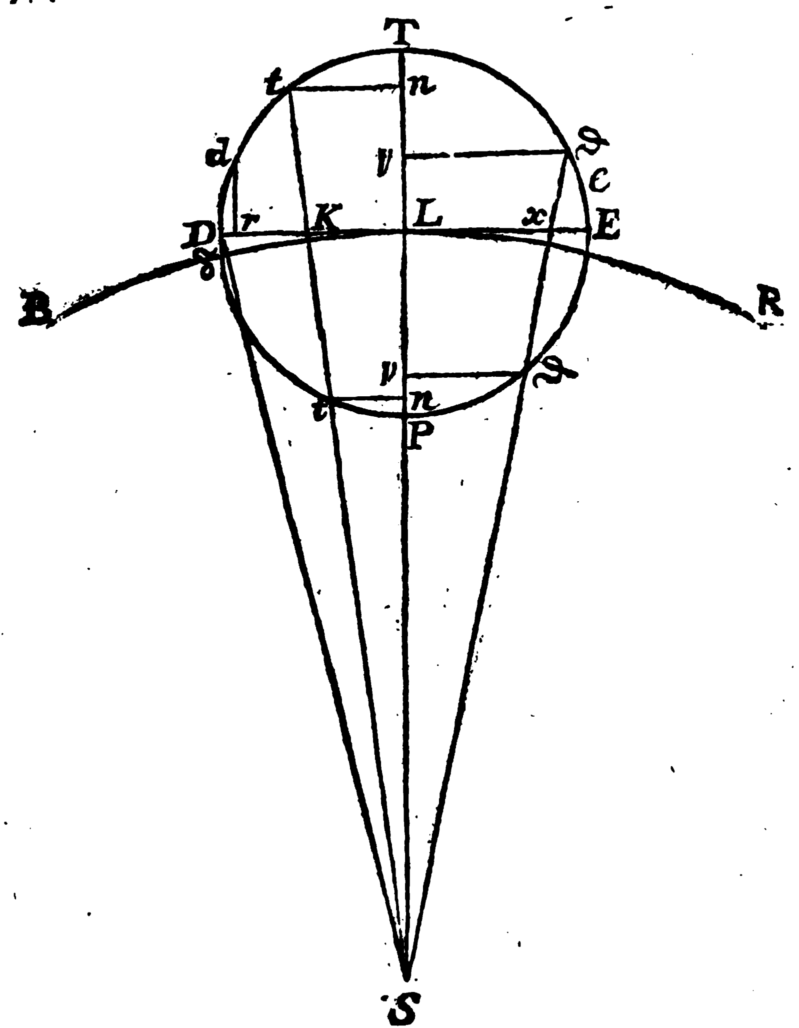
Je ne parlerai pas des Inégalités apparentes que produiroit le mouvement de la Terre autour de la Lune, dans ſes ſyzygies, par rapport aux Planetes de Mars, & de Venus. Ces Inégalités pourroient être cependant très ſenſibles, puiſque la premiére de ces Planetes ſe trouve dans certaines rencontres une fois plus près de nous que le Soleil, & la ſeconde deux fois plus près. Ce qui fourniroit alors une Inégalité double, ou triple de celle que nous avons déterminée pour le Soleil. Mais outre que le mouvement des Planetes eſt plus compliqué, & moins connu que celui du Soleil, il faut prendre garde que les rencontres dont je viens de parler n'arrivent que rarement, & après des intervalles de pluſieurs années. C'eſt pourquoi les preuves qu'on en pourroit tirer contre la nouvelle hypotheſe ſeroient par-là très défectueuſes en comparaiſon de celles que nous avons données ci-deſſus.

Mais voici une autre eſpece d'Inegalité qui ne doit pas être paſſée ſous ſilence.

La revolution Lunaire vraye ou apparente autour de la Terre ne quadre pas avec la revolution annuelle ou ſolaire: il y a entre elles une ſorte d'incommenſurabilité, qui fait qu'une poſition quelconque de la Lune, ou plûtôt de la Terre, comme nous le ſuppoſons ici, ſur ſon Orbite particuliere, & dans un certain temps, doit ſe compliquer & ſe combiner avec telle autre poſition quelconque qu'on voudra, de la Terre ou de la Lune ſur l'Orbe annuel. Or deux ſituations différentes de ces Planetes à l'égard du Soleil, & par rapport à un même point de l'année, doivent apporter à la durée de l'année une varieté qui ſurpaſſe de beaucoup celle qui pourroit naître de la différence des Obſervations. Car ſoit, par exemple, la Terre en ſyzygie *T*, ou *P*, ſur la ligne *TS*, dans l'inſtant de l'Equinoxe, ou au commencement, ou à la fin d'une année, ſoit periodique, ſoit tropique, ou moyenne;



elle verra le Soleil, *S*, en ♈, ou en ♋, ou en ♑, ou vis-à-vis une certaine fixe, dans le moment que la Lune le voit répondre au même degré de longitude reduit à l'Ecliptique. Mais l'année étant revoluë, & la Lune se retrouvant au même lieu, *L*, de l'Orbe annuel *BR*, sur la ligne *LS*, d'où elle avoit vû le Soleil en ♈, par exemple, & où elle le voit de nouveau, la Terre ne se retrouvera pas sur la même ligne



TLPS; puiſque le mois ſynodique, ni ſa moitié ne meſurent pas éxactement l'année, & n'en ſont point partie aliquote; mais elle ſera, par exemple, en deça en *t*, ou au-delà en ♌. Donc au lieu de revoir le Soleil au premier degré d'♈, elle le verra au-delà, ou en deça, de la quantité de l'angle *TSt*, ou *TS*♌, & l'année ſera trop longue, ou trop courte, de tout le temps que la Terre employe à décrire, par ſon

mouvement composé, un Arc exprimé par le Sinus *tn*, ou *ν*ϑ, ou par la partie *KL*, ou *Lx*, du diametre *DE*.

Pour sçavoir plus précisément ce que peut produire cette nouvelle cause de retardement, ou d'accélération dans le mouvement apparent du Soleil, & dans la mesure du temps, supposons, comme ci-dessus, la Terre & la Lune sur une même ligne *TLPS*, à la premiére année, & au moment de l'Equinoxe, où le Soleil est vu en ♈. Soit ensuite la Terre à l'intersection *A* des Orbites, ou, ce qui donne sensiblement le même point, en *D*, & en Quadrature, au commencement d'une autre année. L'angle au Soleil *DSL*, dont la Tangente, ou, ce qui revient encore ici au même, le Sinus ou la soûtendante n'est autre chose que le demi-diametre *DL*, de l'Orbite terrestre *TEPD*, exprimera le retardement, ou l'excès de durée de cette année sur l'année moyenne, qu'on n'a déterminée jusqu'ici que dans l'hypothese de la Terre au centre *L*, de l'Orbite *TEPD*. Or si l'on fait *SL* (22000,) est à *LD* (56,) comme le Sinus total est à un quatriéme terme; on trouvera la Tangente, ou le sinus *LD*, qui répond à un angle de 8 min. 45 sec. Il s'en faudra donc 8′ 45″ de degré que le Soleil ne soit arrivé au point où il devroit être, & qu'on n'ait l'Equinoxe où l'on devroit l'avoir. Ce qui est une différence assés sensible. Mais elle le sera bien davantage, si l'on convertit ces minutes en temps. Car comme il s'agit ici du mouvement annuel, où 8′ 45″ repondent à 3 heures 33 min. 7 sec. du temps moyen, il est évident qu'il s'en faudra à peu près ce temps que l'année Equinoxiale ne soit finie, lorsqu'elle devroit l'être, & par conséquent qu'elle sera plus longue d'autant, si on la compare à l'année Equinoxiale ordinaire, ou à celle qui avoit la Terre en *T*, ou en *P*, sur la ligne *TLPS*. Et parce qu'il se peut trouver une autre année où la Terre sera en *E*, lorsque la Lune étant en *L*, verra le Soleil en ♈, il est clair que celle-ci aura été plus courte d'un pareil intervalle. Ainsi deux années comparées entre elles pourront donner plus de 7 heures de différence.

Une semblable preuve n'auroit encore eu sans doute que peu

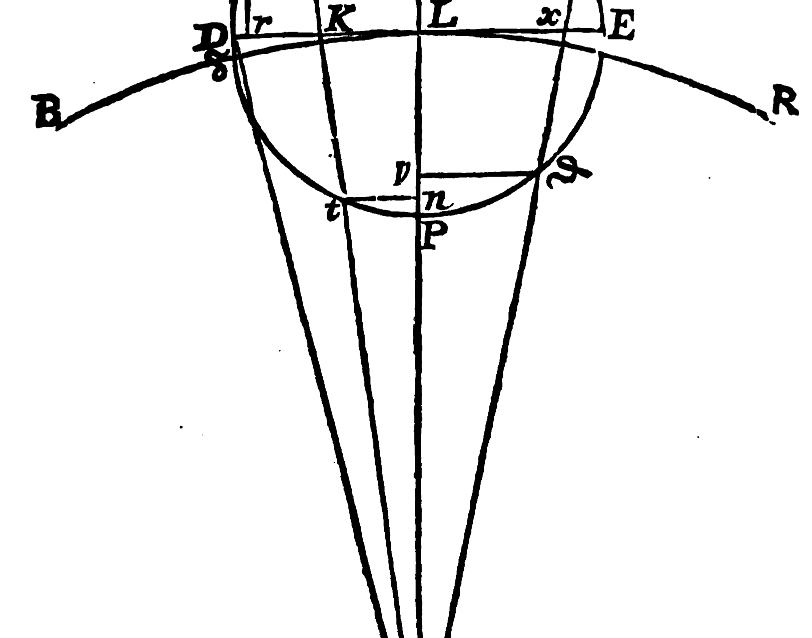
de force, & n'eut été que de pure ſpeculation chés les Anciens, du temps d'*Hipparque*, & de *Ptolomée*. Car avec leurs *Armilles* ou cerceaux de bronze, & par la methode dont ils ſe ſervoient, ils ne pouvoient guere déterminer les Equinoxes qu'à un quart de jour près. * Ce qui eut emporté preſque toute l'Inégalité que nous venons de trouver. Mais avec les inſtrumens modernes, & par le moyen des hauteurs meridiennes du Soleil corrigées par la refraction, & par la parallaxe, & comparées avec la hauteur de l'Equinoxial, l'erreur ne ſçauroit jamais aller à une heure de différence. Sans compter que l'Obſervation immediate peut tirer de grands ſecours de la détermination comparée priſe ſur la maſſe de toutes les revolutions qui ſe ſont écoulées depuis *Hipparque*. Sept heures de différence dans la durée de deux années ſeroient donc aujourd'hui une Inégalité très conſidérable, & très ſuſceptible d'Obſervation.

* Ptol. *Alm. l. 3. c. 2.*

Il eſt vrai que les cas extremes qui donnent cette Inégalité ſi grande, ne ſçauroient arriver que rarement; mais il y en a de moyens qui en approchent, qui ſont très frequens, & & qui ſuffiſent pour la preuve dont il s'agit. L'Equinoxe de Mars de l'année prochaine 1728, & celui de la ſuivante 1729, en fourniront un exemple. Car dans le premier, les Ephemerides * donnent le premier quartier de la Lune le 18, à 9^h $5'$ du ſoir, & l'entrée du Soleil en ♈ le 20, à 9^h $12'$ du matin, c'eſt-à-dire 35^h $20'$ de diſtance l'un de l'autre; & dans le ſecond, l'entrée du Soleil en ♈ eſt le 20, à 3 heures 12 min. du ſoir, & le dernier quartier de la Lune le 21, à minuit $6'$, à environ 32^h $56'$ de diſtance. Ce qui, par l'hypotheſe, détermineroit la Terre en *e*, par exemple, dans le premier Cas, & en *d*, dans le ſecond, & donneroit ſelon la Théorie, & le Calcul ci-deſſus, environ $6\frac{3}{4}$ heur. de différence entre l'arrivée de l'Equinoxe du Printemps des années 1728, 1729, par rapport au moment qu'il arriveroit pour la Lune, ou pour la Terre ſuppoſée en *L* à ſa place, ſelon la détermination qui a été reçûë juſqu'ici.

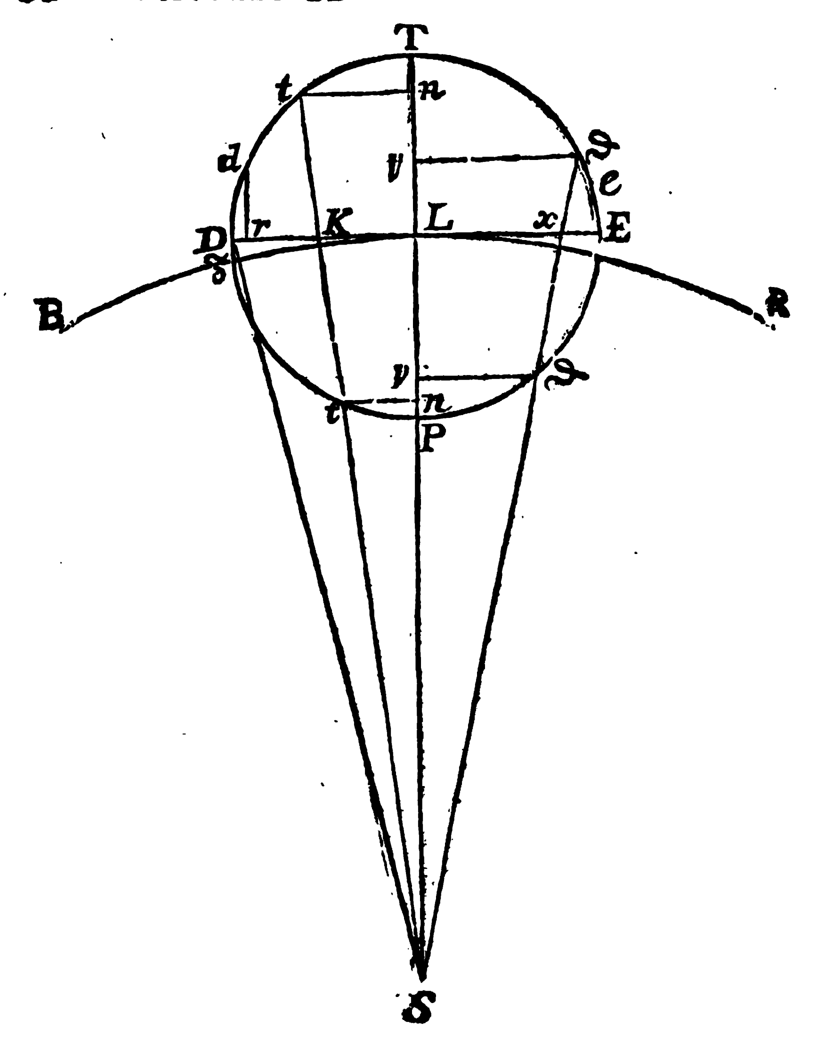
* *Ephem. de M.* Deſplaces.

Ce Calcul éxige ſeulement en rigueur, une correction qui eſt



eſt de peu de conſequence; mais que je ne veux pas omettre de peur de laiſſer quelque ſcrupule ſur l'erreur qu'elle pourroit cauſer, ſi l'on ne ſçavoit pas à quoi elle peut aller.

Nous avons évalué le temps que la Terre avoit à employer pour parvenir du point *D*, de la Quadrature, ou du rayon *SD*, mené du Soleil, au point *T*, de la nouvelle Lune, ou au rayon *ST*, comme ſi elle reſtoit immobile ſur le point



D, de son Orbite, pendant qu'elle parcourt l'angle *DST*, ou la partie *DL*, par le mouvement annuel. Mais la Terre a son mouvement propre sur son Orbite de *D* vers *T*, lequel augmente d'autant le mouvement commun qui la porte vers ce même côté, & accourcit par conséquent de même le temps que nous avons compté qu'il lui falloit pour arriver au rayon *ST*. Il en sera de même, en sens contraire, de son mouvement

composé, qui la porte de SE vers SP, & ainsi à proportion dans les cas moyens. Pour sçavoir donc de combien ce second mouvement retarde, ou accélére l'arrivée de l'Equinoxe, ou de telle autre Epoque, dans le Cas donné, & pour rendre la question plus simple, nous supposerons ce mouvement rapporté au diametre DLE, comme s'il étoit uniforme, quoi-que selon ce rapport il ne le soit pas : car il doit croître en raison des Sinus verses Dr, pris de D vers L, pour tout l'angle DSL, & décroître dans le même ordre, de L vers E, pour tout l'angle LSE. Je dis donc, si la Terre parvient de D en L, par son mouvement annuel, en $3^h\ 33'\ 7''$, & par son mouvement propre & periodique, en $6^j\ 19^h\ 55'\ 46\frac{1}{2} = \frac{27^j\ 7^h\ 43'\ 6''}{4}$, en combien de temps y parviendra-t-elle par un mouvement composé de ces deux? & je trouve par la méthode ordinaire employée à la solution de ces sortes de Problemes, que c'est en $3^h\ 28'\frac{1}{2}$, qui feroient près de $5'$ moins que ci-dessus. Mais comme la Terre n'est parvenuë qu'au commencement du quart de son Orbite DT, & vers d, où le mouvement reduit à DL est très lent, dans le temps que par le mouvement annuel seul elle seroit arrivée en L, il est évident que cette correction ôte trop. Pour la rendre donc plus éxacte, je remarque, 1.° que dans le temps que le mouvement annuel peut porter la Terre de DS en TS, c'est-à-dire, en $3^h\ 33'\ 7''$, elle parcourt par son mouvement periodique un Arc Dd, que les Tables donnent de 1 deg. $57'$; 2° que le Sinus verse de cet Arc n'est pas la 1728me partie du rayon DL, 3° que par consequent le mouvement periodique de la Terre ne lui fait parcourir sur DL, dans le cas posé, tout au plus que la 1728me partie de l'espace que le mouvement annuel lui fait parcourir sur la même DL. D'où il suit, & d'où l'on verra par la même méthode, que ce que cette composition de mouvement donne à retrancher du retardement ou de l'accélération trouvée ci-dessus, ne va pas à une minute de temps.

Tout ce qu'on pourroit alleguer contre ces preuves, & nos

Calculs, c'est qu'étant appuyés ſur l'hypotheſe de feu M. *Caſſini*, qui n'a fait la diſtance moyenne de la Terre au Soleil que de 22000 demi-diametres terreſtres, il en reſulte des Inégalités bien plus ſenſibles, en conſequence du mouvement de la Terre autour de la Lune, qu'elles n'auroient été, ſi nous avions ſuivi le ſentiment de quelques Aſtronomes célébres, qui ont cru cette diſtance beaucoup plus grande. M. *de la Hire*, par exemple, celui de tous qui l'a pouſſée le plus loin, la ſuppoſe dans ſes Tables de 34377 des mêmes demi-diametres. Ces différentes déterminations viennent de la différente Parallaxe que ces Aſtronomes ont donnée au Soleil. M. *Caſſini* faiſoit cette Parallaxe de 10", & M. *de la Hire* ne l'admettoit tout au plus que de 6". Mais que s'enſuivroit-il de l'opinion de M. *de la Hire* ſur ce ſujet, en faveur du nouveau mouvement attribué à la Terre? 34377 demi-diametres ne font pas à beaucoup près une diſtance double de celle de 22000, ſur laquelle portent nos preuves; & il eſt aiſé de voir que quand ils la feroient, nous en tirerions encore des Inégalités ſuffiſantes pour être apperçues, & démontrées par les Aſtronomes modernes: puiſqu'elle donneroit pour les ſyzygies dans le mois Lunaire, une différence de près de 2' de degré, & de 8" de temps, par jour, des nouvelles aux pleines Lunes, & des pleines Lunes aux nouvelles; de 9' 15" de degré d'une Quadrature à l'autre, & de 37" de temps; & qu'à l'égard de l'Inégalité annuelle elle iroit à $\frac{7}{2}^{h}$, ou $3^{h}\ 30'$. Car il eſt clair que ces Inégalités ſeroient toûjours en raiſon renverſée des diſtances, & en raiſon directe des Parallaxes.

Dira-t-on enfin que rien n'empêche que la diſtance du Soleil ne ſoit pouſſée encore plus loin qu'elle ne l'a été par M. *de la Hire*, & juſqu'au point de faire entierement diſparoître toute inégalité ſenſible de mouvement ou de temps, par rapport à l'Orbite de la Planete ſecondaire? Que rien ne ſeroit plus conforme au progrès que l'Aſtronomie a fait ſur cette matiére? Que les derniers Aſtronomes ont toûjours rencheri ſur ceux qui les avoient précédés, en faiſant la diſtance du Soleil plus grande, ou ſa Parallaxe, qui en eſt le fondement,

plus petite, & que cette Parallaxe pourra bien un jour nous échapper absolument & se reduire à rien?

Pour répondre à cette difficulté, qui est fondamentale & la plus forte qu'on puisse faire sur ce sujet, je remarquerai d'abord que la proposition assés communément reçuë, que les Astronomes les plus avancés ont toûjours fait la distance du Soleil à la Terre plus grande que ceux qui les avoient précédés, n'est ni éxacte, ni vraie. *Ptolomée* qui vivoit dans le deuxiéme siécle, a reduit la plus grande distance du Soleil à 1210 demi-diametres terrestres, ayant devant lui *Hipparque* plus ancien de près de 300 ans, qui l'avoit faite de 1586, & *Possidonius* du temps de Pompée, de 13141 *. On peut juger de l'exactitude de *Possidonius* sur ces matieres par sa détermination de la grandeur de la Terre, si approchante, selon feu M. *Cassini*, de celle qu'il avoit trouvée lui-même *. Après *Ptolomée*, *Albategnius* dans le 9me siecle, le Roy *Alphonse* dans le 13me, & enfin *Copernic* au commencement du 16me, ont encore diminué cette distance de plusieurs demi-diametres. Il est vrai qu'en général les Modernes font la distance du Soleil plus grande que ne la faisoient les Anciens, & nos prédécesseurs. Mais ce ne sont que les Modernes du dernier renouvellement de l'Astronomie, & depuis l'invention des Lunetes, & des Pendules. Car *Ticho-Brahé*, *Longomontanus*, *Kepler*, *Lansberge*, *Galilée*, *Bouillaud*, *Riccioli*, & cent autres qui peuvent passer pour Modernes, & qui le sont assurement beaucoup à l'égard de *Possidonius*, ont fait la distance du Soleil de plusieurs milliers de diametres de la Terre, moindre que lui; la plûpart se sont peu écartés de la détermination de *Ptolomée*, & plusieurs sont demeurés au-dessous de celle d'*Hipparque*. Il ne s'agit donc que des Astronomes les plus recens qui ont eû tous les secours & toutes les lumieres que nous avons aujourd'hui sur cette matiere. Or où est la grande variation de ces Astronomes sur la distance du Soleil, & dont on puisse esperer de plus en plus une augmentation sans bornes, & au gré de tout inventeur de sisteme qui en aura besoin? M. *de la Hire* aussi grand Geometre que grand Astronome,

* *Sçavoir de 502-000400 Stades.* Plin. *l. 2. c. 23. Sect. 21. Sur quoi voyés* Ricc. *Alm. t. 1. p. 111.*

* *Mem. de l'Acad. 1701. p. 173.*

& qui eſt celui de tous qui s'eſt le plus éloigné du commun ſentiment ſur ce ſujet, merite ſans doute qu'on faſſe une extreme attention à tout ce qu'il nous a laiſſé de déterminations Aſtronomiques. Mais comme nous l'avons vu, il s'en faut beaucoup qu'il ait doublé la diſtance communement reçuë, que nous avons adoptée, & qui eſt celle de feu M. *Caſſini*; & quand il l'auroit fait, ſon hypotheſe nous donneroit encore, comme nous venons de voir, une Inégalité plus que ſuffiſante pour démontrer l'incompatibilité du nouveau mouvement de la Terre avec les Obſervations.

Du reſte ce n'eſt pas ſans fondement que nous avons donné la préférence à l'hypotheſe de M. *Caſſini*. On ſçait les raiſons qui ont déterminé ce grand Aſtronome à faire la Parallaxe du Soleil de 10″, & l'on ignore celles qu'a eu M. *de la Hire* pour ne la faire que de 6″. C'eſt par des méthodes nouvelles, & auſſi ſolides qu'ingenieuſes, que *M. Caſſini* a déterminé la Parallaxe ſolaire. Il s'eſt ſervi pour cela principalement de la parallaxe de Mars. Car la regle de *Kepler* nous donnant aujourd'hui les rapports de diſtance de toutes les Planetes dont les revolutions autour d'un même centre ſont connuës, il ſuffit de trouver la diſtance abſoluë, ou la Parallaxe d'une d'entre elles, pour en conclure celle de toutes les autres. Or ces rapports de diſtance, indépendamment de toute meſure abſoluë, font voir que la Parallaxe de Mars, peut être plus que double de celle du Soleil, & par-là d'autant plus ſuſceptible d'obſervation. C'eſt ce qui arrive lorſque cette Planete eſt dans ſon Perigée, & dans ſon Periphelie tout à la fois; circonſtance favorable, qu'on n'a pas manqué de ſaiſir en 1672, & en 1704. Nos Memoires ſont pleins des Obſervations reïterées, & des ſçavantes recherches que feu M. *Caſſini*, & après lui M. *Maraldi* nous ont laiſſé ſur ce ſujet *. Tout s'y accorde à donner à Mars une parallaxe de 25 ou de 27″ tout au plus, d'où reſulte celle de 10″ ou environ pour le Soleil. La pluſpart des Aſtronomes Anglois ont ſuivi les mêmes principes, & s'ils ont différé dans la conſequence, c'eſt en faiſant la Parallaxe du Soleil un peu plus grande, &

* *Elemens de l'Aſtron. par feu M.* Caſſini, *n.° 26, pag. 33. Voyages de l'Acad. Et Hiſt. & Mem. 1706, 1722, &c.*

la distance de cet Astre à la Terre un peu plus petite que ne l'a faite M. *Cassini*. M. *Halley* sur-tout, dans une Dissertation qu'il écrivit sur cette matiere en 1716 *, & où il montre que le passage de Venus par le Soleil, qui doit arriver en 1761, pourra donner la distance du Soleil à la Terre à une 500me partie près, s'en tient, en attendant, pour cette distance, à 16500 demi-Diametres Terrestres, & pour la Parallaxe, à $12\frac{1}{2}''$. De sorte que si l'on venoit à recueillir les voix, il se trouveroit que depuis le commencement de ce siecle on a plûtôt diminué la distance du Soleil qu'on ne l'a augmentée.

*Transact. Philos. n.° 348. p. 454.

On voit donc que s'il reste encore ici quelque incertitude, elle est renfermée entre des limites assés étroites, & telles du moins qu'on n'en sçauroit tirer de quoi diminuer considérablement les Inégalités que nous avons trouvées, & qui doivent être inséparables de la nouvelle hypothese.

Nous avons examiné les suites du mouvement de la Terre autour de la Lune, en supposant les Orbites de ces Planetes circulaires & sans excentricité, & leur mouvement uniforme dans tout son cours; il faut presentement appliquer une partie de ce qui en a été dit à leurs Orbites, & à leurs mouvemens supposés tels que les Observations nous les representent.

L'excentricité, & la figure à peu près elliptique de l'Orbite de la Lune, & ses différentes distances de la Terre, sont la principale cause de l'inégalité de son mouvement; & l'on sçait que cette inégalité devient en partie optique ou simplement apparente, & en partie Physique & réelle.

Une autre cause d'irrégularité dans la Lune, est sa rencontre sur une même ligne avec la Terre & le Soleil. Car quelle que soit la raison d'un tel Phénoméne, il est constant par les Observations modernes, que plusieurs Corps Celestes ne sçauroient passer les uns près des autres, sans que leur mouvement n'en soit troublé, & accélére en raison directe de leurs proximités. Aussi la Lune dans les syzygies ou conjonctions, qui est le temps où nous la considerons presque toûjours dans ce Memoire, se meut-elle sensiblement plus vîte

qu'en toute autre circonſtance, toutes choſes d'ailleurs égales.

Si à ces deux cauſes on joint les Nœuds de l'Orbite, leur mouvement, & les différentes latitudes de la Lune par rapport à l'Ecliptique, on aura les trois principales ſources d'inégalité, auxquelles je crois qu'on peut rapporter toutes les autres, directement, ou indirectement, ou comme reſultantes de leur combinaiſon.

Mais toutes ces inégalités de mouvement que nous venons d'attribuer à la Lune, ceſſeront de lui appartenir, ne ſeront qu'apparentes à ſon égard, & deviendront réelles à l'égard de la Terre, dès que la nouvelle hypotheſe de ſon mouvement autour de la Lune aura lieu. Et ſi ces inégalités appartiennent veritablement à la Terre, elles influeront donc ſur le mouvement apparent du Soleil, & par-là devront être ſuſceptibles d'Obſervation. J'avouë que la prodigieuſe diſtance du Soleil en doit faire diſparoître quelques-unes. Mais leur ſomme entre elles, qui doit revenir dans le cours reglé de certaines periodes, leur addition à l'Inégalité tirée du mouvement moyen, qu'elles rendront tantôt plus petite, & tantôt plus grande, en un mot leurs différentes rencontres, &, pour ainſi dire, leurs intercalations, ne ſçauroient manquer de produire des effets ſenſibles, lorſqu'on y voudra être attentif. Tout au moins feront-elles voir, qu'en établiſſant d'abord nos Calculs ſur les moyens mouvemens de la Lune, & du Soleil, & ſur l'uniformité de leurs revolutions dans des cercles, nous n'avons fait que prendre les choſes ſur le plus bas pied.

Car 1° cherchons, par exemple, la vîteſſe periodique de la Terre, exprimée par la Formule $\frac{cT}{Ct}$, dans une nouvelle Lune, en ſuppoſant que les deux Planetes ſont en même temps auſſi près l'une de l'autre qu'elles puiſſent être, c'eſt-à-dire, que la Lune eſt dans ſon Perigée; nous trouverons au lieu d'une 30me comme ci-deſſus *, plus d'une 26me, ou environ une 25me. C'eſt que le mouvement horaire moyen de la Lune,

* p. 70. 71.

la Lune, ſur lequel nous avons fait nos Calculs, n'étant que de 32′ 56″ de degré, & ſon mouvement horaire vrai dans les ſyzygies en Perigée, étant de 38′ 15″, on a au lieu du temps periodique de 27 jours, 7^h 43′ = 39343′, celui de 23 jours 12^h 34′ = 33874′ qu'il faut introduire dans la Formule, & qui donne $\frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 33874}$ $= \frac{29454264}{745228000} = \frac{1}{25 \frac{8871400}{29454264}}$. De ſorte que le mouvement apparent du Soleil, dans une nouvelle Lune en Perigée, ou à peu près, comme il arrivera le 19me Decembre 1729, ſe trouveroit augmenté tout au moins de ſa 26me partie. Par la même raiſon, & dans les mêmes circonſtances, il ſeroit retardé d'autant dans la pleine Lune du 14e Avril de l'année 1737. Ce qui donneroit une 13me de différence entre deux pareilles ſyzygies. Et au contraire, ſi la Lune ſe trouvoit dans ſon Apogée pendant les ſyzygies, comme il doit arriver le 5e Decembre 1729, à la pleine Lune, & le 31e Mars 1737, à la nouvelle Lune, ſon mouvement horaire vrai n'étant alors que de 29′ 25″, on aura pour la revolution periodique qui doit entrer dans la Formule, 30 jours, 14^h 6′ = 44046′, qui donneroit $\frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 44046}$ $= \frac{29454264}{969012000} = \frac{1}{32 \frac{26475552}{29454264}}$. C'eſt-à-dire, moins qu'une 32me de vîteſſe, ou d'Inégalité dans le mouvement apparent du Soleil, à chaque ſyzygie, & qu'une 16me de différence entre les deux ſyzygies.

Il en ſera de même de l'Inégalité annuelle, ſi au lieu des diſtances moyennes, & des mouvemens uniformes, on prend les diſtances & les mouvemens qui reſultent de l'Excentricité des Orbites, & de leur figure elliptique. Il eſt clair que l'accélération, ou le retardement de l'Equinoxe, ou de telle

autre époque donnée, sera tantôt plus considerable, & tantôt moindre, par une combinaison, & par des corrections toutes semblables aux précédentes.

2° La distance de la Lune à la Terre dans son Apogée étant d'environ 61 demi-diametres Terrestres, la différence de distance de la Terre au Soleil, pourra être en deux temps différens, par cette seule cause, deux fois de 61, c'est-à-dire de 122 demi-diametres Terrestres, qui font près de la 180me partie de sa distance moyenne. Or, on sçait que les diametres apparens du Soleil, qui vont depuis 31′ 38″ jusqu'à 32′ 44″, croissent ou décroissent en raison renversée de sa distance à la Terre, en vertu seulement de l'Excentricité, ou de la figure elliptique de l'Orbe annuel. C'est sur cette hypothese du moins, que roulent toutes les Tables des diametres du Soleil, qui ont été dressées jusqu'ici. Mais si le mouvement de la Terre autour de la Lune étoit vrai, il faudroit introduire de temps en temps une augmentation, ou une diminution de la 180me partie de 31′ 38″, ou de 32′ 44″, c'est-à-dire d'environ 10 à 11 secondes, par la seule rencontre des syzygies. Comment cette différence auroit-elle échappé au Micrometre, dont la précision peut aller jusqu'à une demi-seconde?

3° La Terre en conséquence des Nœuds de son Orbite, & de sa Latitude par rapport à l'Ecliptique, laquelle sera, comme on l'a déterminée pour la Lune, tout au moins de 5 degrés, devra appercevoir le Soleil hors de l'Ecliptique, & lui attribuer une Latitude tantôt Boreale, & tantôt Australe, d'environ 50 secondes, lorsqu'elle se trouvera elle-même à sa plus grande Latitude, vers le Pole contraire. Et si c'est dans le temps des Solstices, elle pourra le voir de toute cette quantité au-delà des Tropiques. Car le Sinus de 5 degrés donne environ $\frac{2}{23}$ du demi-diametre DL, ce demi-diametre contient autour de 56 demi-diametres Terrestres, dont les $\frac{2}{23}$ en valent près de 5, le demi-diametre Terrestre vû du Soleil est la Soutendante d'environ 10″. Donc, &c. si au lieu de prendre $DL = 56$, on le prend de 61, & que le Soleil

soit supposé en même temps à sa plus petite distance, cette Latitude ira à près d'une minute.

Enfin toutes ces Inégalités venant à se compliquer les unes avec les autres, & avec celles qui nous étoient déja connuës, elles produiroient des sommes, ou des restes tantôt plus grands, & tantôt plus petits : elles changeroient dans nos Tables de reduction du temps moyen au midi vrai, des diametres du Soleil, & de ses déclinaisons, le Signe additif en soustractif, & le soustractif en additif, toutes les fois qu'elles tomberoient sur le passage presque insensible de l'un à l'autre. En un mot elles jetteroient dans les déterminations Astronomiques les plus constantes, un desordre qu'on n'auroit pas manqué d'y appercevoir, & que l'on n'y a pas apperçû.

On voit par-là, que s'il y avoit des habitans dans la Lune, ou dans une Planete Secondaire quelconque, ils auroient des ressources que les habitans des Planetes Principales n'ont pas, pour se convaincre que leur globe est en mouvement. Et l'on peut regarder cet avantage comme une petite compensation de la grande difficulté qu'apporteroit à leur Astronomie le mouvement de plus qu'ils ont autour d'un centre, qui n'est pas celui du Tourbillon Solaire. Les habitans de la Lune, par exemple, toutes exceptions faites des mouvemens qui lui sont particuliers, devroient observer toutes les irrégularités que nous venons de remarquer par rapport à la Terre, dans la nouvelle hypothese. D'où il leur seroit aisé de conclure, qu'ils ne sont que sur un simple Satellite, dont nous occupons la Planete Principale.

A l'égard des Satellites qui sont plusieurs autour d'une Planete, tels que ceux de Jupiter & de Saturne, leurs *Facilités* à s'appercevoir qu'ils ne sont que Satellites, par l'Inégalité du mouvement apparent du Soleil dans leurs Syzygies, sont entre elles en raison renversée de la grandeur de leurs Circulations autour de la Planete Principale. Car selon leurs distances, & leurs periodes connuës, ou, plus généralement, selon la Regle de *Kepler,* les temps de leurs revolutions étant comme les Racines quarrées des Cubes de leurs distances, ou,

ce qui revient au même, de leurs Périphéries, qui sont les chemins parcourus, & ces chemins devant être comme les temps multipliés par les vîtesses, on trouvera que leurs vîtesses sont entre elles reciproquement comme les Racines quarrées de leurs Périphéries, ou de leurs distances. D'où il est clair, qu'il doit naître d'autant plus d'Inégalité dans le mouvement, & dans le temps vrai de chacune de ces Planetes, relativement aux Phases, & à la revolution apparente de celle qui occupe le centre de leur Tourbillon, que la Circulation se fait plus près de ce centre.

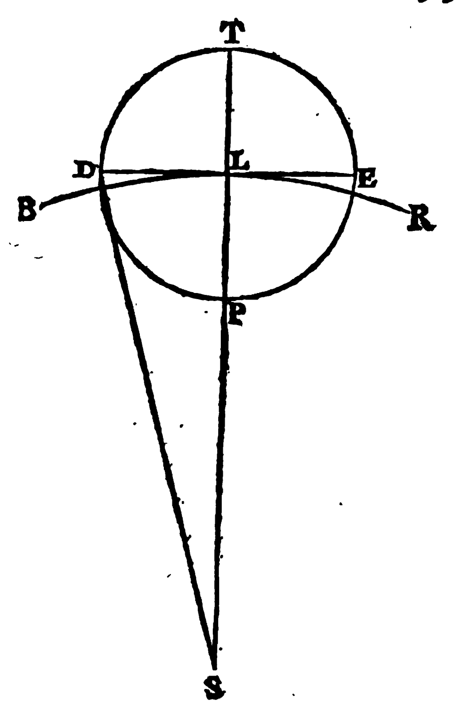
Ainsi les distances des Satellites de Jupiter, par exemple, à commencer par le premier, & prises en diametres de Jupiter, étant $2\frac{5}{6}$, $4\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{6}$, $12\frac{2}{3}$, ou, reduisant à même denomination, & en 6mes de ce diametre, 17, 27, 43, 76; leurs vîtesses ou leurs Facilités seront entre elles reciproquement, $\sqrt{76}$, $\sqrt{43}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{17}$, & à peu près comme les nombres $8\frac{7}{10}$, $6\frac{5}{10}$, $5\frac{1}{10}$, $4\frac{1}{10}$ :: 87, 65, 51, 41.

Quant à leurs Facilités absoluës, & à l'Inégalité additive, ou soustractive, qui resulte de leur mouvement secondaire, rapporté au mouvement periodique de la Planete Principale, & au mouvement apparent du Soleil dans les Syzygies, on les trouvera par la Methode que nous avons employée pour la Lune, & par la Formule $\frac{cT}{Ct}$, appliquée à l'un des quatre. Après quoi on aura celle des autres, ou par la même Formule, ou par l'analogie de leurs Facilités relatives. Nous ne considerons toûjours que la revolution moyenne & uniforme de ces Planetes autour de leur Planete Principale, & nous ne touchons point aux irrégularités qui se tireroient de leurs Anomalies, qui sont peut-être fort semblables à celles de la Lune.

Ci-dessus, p. 70.

Cela posé, pour trouver, par exemple, la Facilité absoluë du premier Satellite de Jupiter, par rapport aux Inégalités apparentes du mouvement Solaire à ses Syzygies, *TLS*, *LPS*, je fais c, où la distance, *TL*, du centre de revolution $= 2\frac{5}{6}$

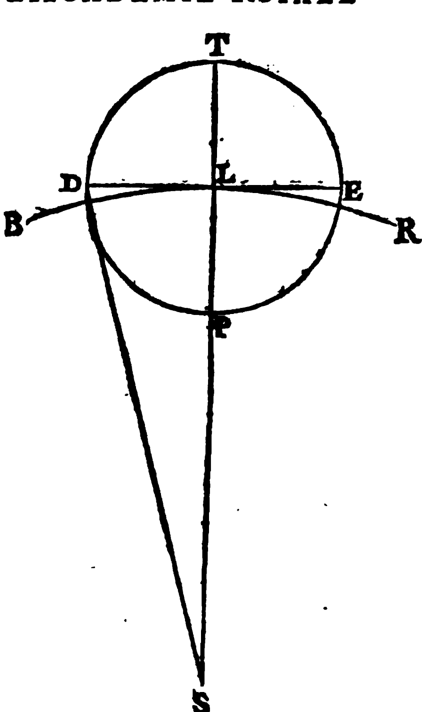
diam. de Jup. $= 62\frac{1}{2}$ demi-diametres Terrestres, dont je suppose que le diametre de Jupiter contient 22; C, où la distance moyene, LS, de Jupiter au Soleil $=$ $114424\frac{1}{5}$ demi-diametres Terrestres, qui resultent de la regle de *Kepler*, & de la supposition ci-dessus, que la distance moyene de la Terre en contient 22000; $t = 1^j, 18^h, 28', 36'' = 2548'$; & T (Revol. Period.) $= 11^a, 10^m, 17^j, 12^h, 20', 25'' = 6238820'$.



D'où l'on tire $\frac{cT}{Ct} =$

$$\frac{62\frac{1}{2} \times 6238820}{114424\frac{1}{5} \times 2548} = \frac{388886447}{291552861}$$

$= 1\,\frac{97333586}{291552861} = 1\,\frac{1}{3}$; qui montre que la vîtesse du premier Satellite de Jupiter dans son Orbite, surpasse la vîtesse de Jupiter dans la sienne, ou celle du mouvement apparent du Soleil vû de ce Satellite, de $\frac{1}{3}$ de ce mouvement. Desorte que le premier Satellite de Jupiter doit voir son moyen mouvement du Soleil, qui est d'environ 12″ par heure, plus que doublé de $\frac{1}{3}$, c'est-à-dire en tout de 28″, dans les Conjonctions de sa Planete Principale, au point T. Environ 4^h 50′ après, en allant vers E, dans le 42me degré de son Orbite, à compter du point T, le moyen mouvement du Soleil lui doit paroître doublé tout juste; parce que $\frac{cT}{Ct}$ y devient



égale à ce mouvement ; comme il eſt aiſé de voir par la Méthode ci-deſſus, p. 73 & 74. Mais à même diſtance de l'Oppoſition, en deçà de *P*, c'eſt-à-dire 4^h 50′ avant que d'y arriver, dans le 139me degré de ſon Orbite, cette égalité de $\frac{cT}{Ct}$ avec le mouvement moyen du Soleil rendra le Soleil ſtationnaire ; parce que le mouvement propre du Satellite eſt contraire à celui de ſa Planete Principale dans tout le demi-cercle inferieur *DPE*. Et comme ce mouvement vû du Soleil, *S*, ou rapporté au diametre *DE*, augmente toûjours juſqu'en *P*, où $\frac{cT}{Ct}$ devient $= 1\frac{1}{3}$, il faut que le Soleil lui paroiſſe retrograde en *P*, de la quantité $\frac{1}{3}$. Enfin les mêmes apparences devant arriver à diſtances égales de part & d'autre des Syzygies *T*, & *P*, il eſt clair que 4^h 50′ après l'Oppoſition & de *P* vers *D*, dans le 222me degré de ſon Orbite, le Satellite retrouvera le Soleil ſtationnaire, comme il en reverra le mouvement doublé, 4^h 50′ avant la Conjonction de ſa Planete Principale avec le Soleil, en allant de *D* vers *T*, dans le 319me deg. de ſon Orbite ; & tout cela en moins de deux en deux de nos jours.

Si nous euſſions habité une ſemblable Planete, il n'y a pas d'apparence que nous nous fuſſions flatés long-temps de l'immobilité de nôtre habitation.

Les trois autres Satellites éprouveront de ſemblables

Inégalités, en de pareils points de leurs Orbites, mais moindres, en raiſon de leurs moindres vîteſſes, & des Racines reciproques de leurs diſtances.

Le ſecond aura encore le Soleil retrograde dans les Oppoſitions de ſa Planete Principale, d'environ la 18me partie du mouvement moyen du Soleil. Car $\frac{cT}{Ct} = \frac{99 \times 6238820}{114424\frac{1}{5} \times 5118} = \frac{617643180}{585623056} = 1 \frac{32020124}{585623056} = 1 \frac{1}{18\frac{92}{320}\ \&c.}$ & il verra le Soleil ſtationnaire près de ce point, à environ 18 à 19 degrés de part & d'autre.

Au troiſiéme, la retrogradation manque totalement; il s'en faut d'environ la 12me partie de ſon moyen mouvement du Soleil, qu'il ne le puiſſe voir retrograder.

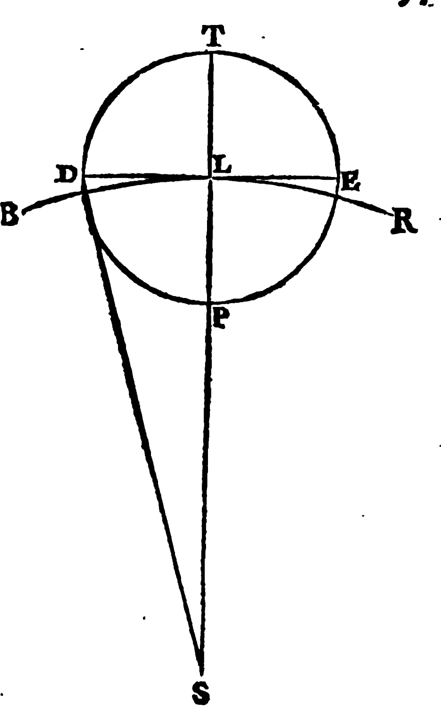
Au Quatriéme, il s'en faut de plus d'un tiers. Ce n'eſt plus qu'une ſimple alteration apparente dans le mouvement Solaire, telle que la doit voir nôtre Satellite, la Lune, mais environ 18 fois plus grande.

Comme toutes les Syzygies des trois premiers Satellites de Jupiter ſont écliptiques, la ſuperieure, en *T*, ou la Conjonction de la Planete Principale donnant au Satellite une Eclipſe de Soleil toûjours totale avec demeure de deux ou trois de nos heures, & l'inferieure en *P*, ou l'Oppoſition une Eclipſe de ſa grande Lune, ou de Jupiter, toûjours partiale, en raiſon à peu près du diſque du Satellite à celui de Jupiter; il eſt évident que l'accélération apparente du Soleil que nous avons donnée au 1er Satellite, par exemple, ne ſçauroit être viſible, à la rigueur, qu'autour du point *T*, avant ou après la ſortie de l'ombre. Et parce qu'il y a toûjours à compter tout au moins $1^h\ 3$ ou $4'$ de part & d'autre du point *T*, & environ 10 deg. il ſuit que l'accélération viſible du mouvement du Soleil ſera un peu moins grande que nous ne l'avons calculée pour le point *T*. Mais en général la circonſtance des Syzygies écliptiques bien

loin de diminuer la Facilité des Satellites pour s'appercevoir de leur mouvement propre autour d'un centre commun, *L*, doit au contraire l'augmenter : puisque les Eclipſes font déterminer avec plus d'éxactitude & le lieu, & le mouvement des Planetes, en fourniſſant à l'Obſervateur de quoi comparer, & rapporter à celle qu'on connoît mieux, ce que l'on a vû dans celle qu'on ne connoiſſoit pas ſi bien. Tout au moins les Eclipſes partiales que les interpoſitions du Satellite produiſent ſur la Planete Principale, quand il arrive en *P*, doivent-elles l'aider à juger de ſa Circulation autour d'elle, & lui donner par-là un ſpectacle aſſés ſingulier. Car outre la retrogradation ſenſible, qu'il peut appercevoir dans le Soleil, ſi c'eſt, par exemple, le premier Satellite de Jupiter, il doit voir courir ſon ombre comme une tache circulaire, ou ovale, & tantôt plus ou moins oblongue, pendant plus de deux heures, & en ſens contraire, ſur le diſque de Jupiter, dont elle n'occupe pas la 400me partie, quoi-qu'elle y paroiſſe 3 ou 4 fois auſſi grande que nôtre Lune; car le diſque de Jupiter, vû de ſon premier Satellite, y doit paroître plus de 1300 fois plus grand que ne nous paroît celui de la Lune. Il doit auſſi par-là, comme il eſt aiſé de le déduire des différentes diſtances, y réfléchir 38 fois plus de lumiére que ne nous en donne la Lune.

Quant aux Satellites de Saturne, ils devroient, ce ſemble, avoir des Inégalités encore plus marquées que les Satellites de Jupiter. Car leurs diſtances du centre commun n'étant pas plus grandes, ni même auſſi grandes dans les premiers, que celles des Satellites de Jupiter, ils ont cela de plus, que leur Planete Principale n'eſt pas tout à fait deux fois auſſi loin du Soleil que la leur, tandis que le temps de ſa revolution, qui eſt de près de 30 années, eſt beaucoup plus que double de celui de la revolution de Jupiter, qui n'eſt que de 12; ce qui devroit rendre ſa vîteſſe abſoluë plus petite, & le rapport de cT à Ct d'autant plus grand. Mais l'avantage que les Satellites de Saturne ont à cet égard, ſe trouve ſurmonté par le plus de temps qu'ils employent à circuler dans de moindres Orbites, & diminue encore le rapport precedent,

dent; en augmentant la valeur de Ct. Car il eſt clair, que ſi l'Inégalité croît en raiſon des temps employés par la grande Planete à faire ſa revolution, elle décroît en raiſon de ceux que la Planete Secondaire employe à faire la ſienne.



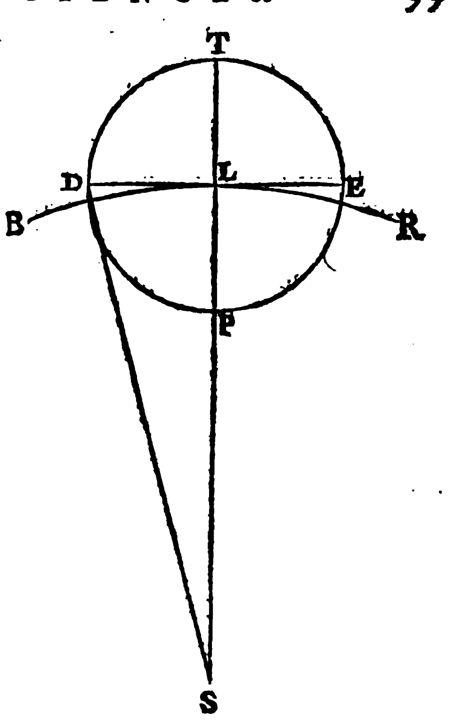
Auſſi le premier Satellite de Saturne qui n'eſt éloigné de ſon centre que d'environ le diametre de l'Anneau, ou de 43 demi-diametres Terreſtres, ne peut-il voir retrograder le Soleil, dans les Oppoſitions de la Planete Principale, que de la 6me partie de ſon mouvement moyen; une fois moins par conſéquent que le premier Satellite de Jupiter, qui le voit retrograder de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6}$. Car la Formule nous donnant ici $c=43$. $T=10739^j\ 6^h\ 36'=15464556'$, $C=209836$, & $t=1^j\ 21^h\ 19'=2719'$. On a $\frac{cT}{Ct}=\frac{43\times15464556}{209836\times2719}$ $=\frac{664976908}{570544084}=1\frac{1}{6\frac{3947140}{94432824}}$.

Par un ſemblable Calcul, on trouvera que le ſecond Satellite ne ſçauroit voir de retrogradation ſenſible; puiſqu'elle ne peut guére être que de $\frac{1}{100}$. Le Soleil lui paroîtra donc ſtationnaire, pendant quelques heures, autour de l'Oppoſition, à environ 8 à 9 deg. de part & d'autre. L'Inégalité diminue encore au 3me, & au 4me; & enfin au 5me elle ſe reduit à moins que le tiers du mouvement moyen, & il s'en faut

par consequent de plus des 2 tiers de ce mouvement, qu'il ne puisse voir le Soleil retrograde.

Mais il y a encore ici une compensation digne de remarque. Pendant que les Facilités des Satellites, pour s'appercevoir de leur mouvement, par l'Inégalité, dans leurs jours de Syzygie, augmentent en raison reciproque des Racines des distances au centre commun, leurs Facilités en consequence de l'Inégalité annuelle, qui peut resulter de l'incommensurabilité de leurs revolutions avec celle de leur Planete Principale, croissent en sens tout contraire, & en raison directe de ces mêmes distances. Car il est évident par la Theorie de la page 76, & par l'exemple qui en a été donné pour la Terre, que l'année de chaque Satellite doit varier d'autant plus, qu'il peut se trouver plus éloigné du rayon synodique *TS*, au commencement, ou à la fin de la revolution annuelle de sa Planete Principale. Puisque l'angle au Soleil *DST*, augmente par rapport à chaque Satellite en raison de sa distance au centre *L*, & que l'Inégalité dont il s'agit est déterminée par la grandeur de cet angle. Ainsi les derniers Satellites & les plus éloignés de la Planete Principale auront l'avantage à cet égard, comme les premiers & les plus proches l'avoient à l'égard des Syzygies. Or je trouve sur ce pied-là, & par la methode ci-dessus, que le 4me Satellite de Jupiter peut voir differer deux de ses années de près de 3 jours & $\frac{1}{2}$. Car *LS* étant de 114424 $\frac{1}{5}$ demi-diametres Terrestres, & *DL* de 279 = 12 $\frac{2}{3}$ diam. de Jupiter; on a par l'analogie du Sinus total *SL*, à la Tangente *LD*, l'angle au Soleil *TSD*, d'environ 8′ 26″. Ce qui donne environ 40 heures & $\frac{1}{2}$ au mouvement annuel, pour porter le Satellite de *D* en *L*. Et parce que la différence peut être doublée, lorsque ce Satellite se trouvera en *E*, au commencement, ou à la fin d'une autre revolution annuelle, on aura en tout 81^{h}, ou 3 jours & 9 heures de différence entre les deux revolutions.

Par un semblable raisonnement on trouvera que l'Inégalité annuelle du 5me Satellite de Saturne peut être d'environ 9 jours, sur une année qui en vaut 30 des nôtres.



Le 1er Satellite de Jupiter, qui par sa proximité du centre, & par le temps de sa revolution ne pourroit avoir qu'environ 18 heures d'Inégalité annuelle, se trouve encore en ceci tout à fait inferieur à tous les autres, & a sensiblement *o* d'Inegalité, par la circonstance singuliere, & peut-être unique, de la commensurabilité de sa revolution avec celle de sa Planete Principale. Ce que l'on verra aisément, si l'on compare entre eux les temps *T, t,* de la Formule ci-dessus, p. 93; la division de l'un par l'autre donnant, à quelque seconde près, le rapport de 2448 à 1.

Je ne puis me dispenser ici d'avertir, qu'à l'égard de Jupiter & de ses Satellites, j'ai plûtôt déterminé son diametre en consequence des Digressions & des distances de ses Satellites, que je n'ai déterminé leurs distances par le veritable diametre qu'on doit lui attribuer. Il est vrai cependant, que les distances des Satellites de Jupiter ont presque toûjours été données, & mesurées en diametres de la Planete, tant par feu M. *Cassini*, que par les Astronomes les plus modernes : & c'est aussi pour me conformer à cet usage, que je les ai exprimées de même * dans les Calculs precedens. Mais comme je n'avois besoin, pour le sujet que je traite, que des distances des Satellites au centre de leurs revolutions, & que d'ailleurs le diametre de Jupiter qui en resulte, differe peu de celui que les dernieres Observations lui donnent, je n'ai cherché qu'à bien déterminer ces distances. Car j'ai pris garde, que

* p. 92.

bien qu'il y ait une grande diversité * entre les Astronomes touchant le diametre de Jupiter, & que depuis M. *Huguens* *, qui le fait de plus de 40 demi-diametres Terrestres, il s'en trouve qui ne le font pas de 18, ou même de 17; ils s'accordent presque tous néantmoins à donner les mêmes distances de ses Satellites, en même proportion avec la Planete Principale, en même nombre de ses diametres, & à peu près conformement à ce que feu M. *Cassini* en avoit déterminé long-temps auparavant. Et cela sans que les autres Elemens du Calcul, tels que les differentes distances moyennes qu'ils donnent de la Planete au Soleil, puissent rétablir l'analogie. Il est clair cependant que la distance des Satellites, celle du 4me, par exemple, ne sçauroit être sujette aux mêmes apparences, & aux mêmes erreurs d'Optique que le diametre de Jupiter. Car on sçait qu'une des principales difficultés pour déterminer le diametre de Jupiter, vient de l'extreme clarté, & d'une espece de rayonnement de cette Planete, qui font paroître son disque un peu plus grand qu'il n'est. Or cette erreur doit influer d'autant moins sur les Elongations du Satellite, qu'elles sont plus grandes; parce qu'il n'est vû que comme un point lumineux, & que l'intervalle entre ce point & le disque de la Planete, n'est diminué que par la seule clarté de ce disque, & peut-être un peu par la sienne propre, en raison arithmetique, & non autant de fois que cette distance contient de diametres de la Planete. Donc si M. *Cassini* jugea le diametre apparent de Jupiter, dans sa plus petite distance de la Terre, de 51″, qui donnent environ 22 demi-diametres Terrestres, lorsqu'il détermina la distance du 4me Satellite de 12 $\frac{2}{3}$ diametres de Jupiter, & si l'on trouve que cette détermination, que je suppose exacte, revient à 279 demi-diametres Terrestres; quand par des inductions ou des observations particulieres au disque de Jupiter, je viendrai à augmenter ou à diminuer son diametre, je dois changer en raison inverse le nombre de ces diametres que j'assigne à la distance du Satellite, sans changer l'angle apparent de ses Digressions. Donc si, toutes choses demeurant

* V. Chr. Kirchii Disquis. de Diam. Jov. in Misc. Berol. Contin. 2. p. 150.

* Cosmoth. p. 101.

d'ailleurs les mêmes, je ne fais le diametre de Jupiter que de 18 demi-diametres Terrestres, par exemple, je dois dire que son 4me Satellite est éloigné de son centre de $15\frac{1}{2}$ de ses diametres, ou au contraire, si je supposois avec M. *Huguens*, le diametre de Jupiter de 40 demi-diametres Terrestres, il ne faudroit faire la distance de son 4me Satellite que d'environ 7 de ses diametres, & toûjours de 279 demi-diametres Terrestres, dans l'un & dans l'autre Cas. C'est sur cette idée que je fais l'angle sous lequel Jupiter seroit vû du Soleil à ses moyennes distances, d'environ 40″, & de 22 demi-diametres Terrestres, & que je suppose la plus grande Digression de son 4me Satellite de 8′ 26″, & de 279 demi-diametres Terrestres. Et c'est moins par rapport au sujet de ce Memoire, où une telle spéculation est peu essentielle, que je mets ici cette Remarque, que pour donner lieu à de nouvelles Observations, & à quelque éclaircissement sur cette matiere. En attendant, j'ajoûterai qu'ayant observé plusieurs fois le passage du centre de Jupiter, & celui de son 4me Satellite dans ses plus grandes Digressions, par les fils d'une excellente Lunete de 14 pieds, selon la Methode de *Borelli* *, le Calcul que j'en ai fait m'a redonné à peu près la distance que j'ai adoptée ci-dessus.

* *Theorica Mediceorum, l. 2. c. 4.*

Les Facilités des Satellites en vertu de leurs irregularités annuelles, quoi-que fort marquées en apparence, ne sont pas cependant, à beaucoup près, aussi considerables que celles qu'on tire de l'irregularité du mouvement apparent du Soleil aux Syzygies. Nôtre Lune a à peu près le même avantage à cet égard, que les derniers Satellites de Jupiter & de Saturne, qui sont pourtant ceux qui en ont le plus. L'Inégalité annuelle du 4me Satellite de Jupiter est, comme nous avons vû *, de 3 jours 9 heur. & celle du 5me de Saturne de 9 jours; celle de la Lune n'est que de 7 heures dans le Cas le plus favorable *; mais comme son année ne vaut que la 12me partie de l'année de Jupiter & de ses Satellites, & la 30me de celle de Saturne, les rapports de Facilité qui en resultent doivent être composés des raisons directes de 7^h à

* p. 98.
* p. 79.

$3^j\ 9^h = 81^h$, & 7^h à $9^j = 216^h$, & des raiſons inverſes de 1^a à 12^a, & 1^a à 30^a; d'où il ſuit que la Facilité abſoluë de la Lune à cet égard, ſera à la Facilité du 4me Satellite de Jupiter :: $\overline{7 \times 12} . \overline{81 \times 1}$ :: 84 . 81 :: 28 . 27; & à celle du 5me Satellite de Saturne :: $\overline{7 \times 30} . \overline{216 \times 1}$ :: 210 . 216 :: 35 . 36.

L'inégalité annuelle des Satellites ne ſçauroit donc leur donner de preuve bien évidente de leur mouvement autour de la Planete Principale. Car, outre la difficulté en général d'avoir par obſervation le commencement précis de l'année, ou de telle autre époque, il eſt clair que cette ſorte de preuve ne peut revenir que rarement, tant à cauſe de la longueur des années Solaires des Planetes Principales, que par le long intervalle, & le nombre de revolutions que peuvent éxiger les retours des Satellites dans la poſition requiſe, ſelon la commenſurabilité plus ou moins éloignée de leurs Orbites, & de leurs revolutions. Sans compter pluſieurs circonſtances, telles que l'obliquité de l'Ecliptique à l'axe de ces Planetes, & leurs Librations, ſi elles en ont comme la Lune, qui peuvent rendre leur année ſolaire très difficile à déterminer, ſi ce n'eſt par de grandes maſſes & de grandes Periodes. Au lieu que l'argument tiré du mouvement apparent aux Syzygies, ſe trouve par la grandeur de l'Inégalité, & par ſa fréquence, très ſuſceptible d'obſervation : Et rien n'eſt comparable à la retrogradation rapide que le premier Satellite de Jupiter voit dans le Soleil, en moins de deux en deux de nos jours.

Le premier Satellite de Jupiter demeurera donc ſelon toute apparence, & toutes compenſations faites, celui de tous les Corps Celeſtes qui nous ſont connus, dont les habitans auroient la plus grande Facilité pour s'appercevoir du mouvement de leur Planete; & cela à cauſe du plus grand rapport de ſa viteſſe propre à la viteſſe de ſa Planete Principale, c'eſt-à-dire, par les mêmes circonſtances, qui font la promptitude & la frequence de ſes Eclipſes dans l'Ombre de Jupiter, & qui l'ont rendu celui de tous les Corps Celeſtes qui donne

à la Terre, & aux autres Planetes du Tourbillon la plus grande Facilité pour connoître les Longitudes.

Tâchons, avant que de finir, d'approfondir encore un peu cette Theorie, & de la ramener à nôtre premier objet.

Tous les Satellites dont nous venons de parler, employent donc, comme on voit, d'autant moins de temps à faire leur revolution autour du centre commun & de la Planete Principale, qu'ils sont plus près de ce centre. La Planete Principale elle-même est soûmise en partie à cette Loy; je dis en partie, parce que la Regle de *Kepler*, invariablement observée entre les differentes Planetes d'un même Tourbillon, souffre quelque exception à la surface de celle qui en occupe le centre. Cette surface ne tourne pas en aussi peu de temps qu'elle devroit tourner en vertu de la Regle, & de sa petite distance du centre commun des revolutions. Mais toûjours est-il certain, qu'elle tourne en moins de temps qu'aucune des Planetes secondaires qui circulent autour d'elle. Le premier Satellite de Jupiter, par exemple, celui de tous dont le mouvement est le plus prompt, employe 42 heures à faire sa revolution autour de Jupiter. Jupiter, selon la Regle, devroit faire la sienne sur son propre centre en moins de 3 heures; il ne la fait qu'en un peu moins de 10, ce qui n'est pas encore le quart du temps employé par le premier Satellite, dont la distance du centre commun ne va pas à 3 diametres du globe de Jupiter. Le Soleil se trouve dans ce cas, eu égard aux Planetes Principales qui tournent autour de lui. Sa surface devroit faire une revolution entiere sur son axe dans 3 heures ou environ, elle ne la fait qu'en 25 $\frac{1}{2}$ jours. Mais la Planete de Mercure qui est la plus proche de toutes, & dont la distance n'est pas de 40 diametres Solaires, ne fait la sienne autour de cet Astre qu'en 2 mois & 28 jours. Ce qui est constant, c'est qu'il n'y a pas deux Corps Celestes dans l'Univers connu, qui fassent leurs revolutions en des temps égaux autour du même centre. Et c'est peut-être de toutes les absurdités du sisteme de *Ptolomée* la plus grande, que l'égalité parfaite de mouvement diurne, qu'il attribue à tous

les Aſtres autour de la Terre de 24 en 24 heures, malgré la prodigieuſe inégalité de leurs diſtances à ce centre commun.

Or je tire de là, ſi ce n'eſt une preuve, du moins une induction aſſés forte contre la nouvelle hypotheſe.

Car ſi la Terre tourne autour de la Lune, elle acheve donc ſa revolution périodique autour d'elle, dans un temps préciſement égal à celui que la Lune ſa Planete Principale employe à tourner ſur ſon propre centre. Ce qui eſt évident, puiſque la Lune nous preſente toûjours la même face, & un ſeul de ſes hemiſpheres. Nous ſuivrions donc ſon mouvement autour du centre, comme ſi nous étions attachés à la circonférence d'une même rouë, dont elle repreſenteroit le moyeu; & nous tournerions avec elle dans le même temps autour d'un centre commun, qui eſt le ſien en ce cas, quoi-que nous en ſoyons éloignés de plus de 100 de ſes diametres. Je ne parle point de ſa Libration qui ne fait rien à mon ſujet. Ce ſeroit donc là un exemple unique dans ce genre, une égalité de temps & de revolutions, entre la Planete Principale, & ſon Satellite, où la ſuite des ſiecles n'auroit apporté ni laiſſé entrevoir la plus petite différence. Egalité ſuſpecte, pour ne pas dire abſolument contraire à la Loy générale, & à l'équilibre que gardent entre elles des couches du fluide ſi differentes, & ſi éloignées, dans un même Tourbillon.

Enfin nous ne devons pas omettre ici une circonſtance de même nature que la precedente, & qui s'eſt peut-être déja preſentée pluſieurs fois à l'eſprit du Lecteur; c'eſt que toutes les Planetes inconteſtablement Satellites & Secondaires ſont beaucoup plus petites que la Planete Principale autour de laquelle elles tournent, & que c'eſt là le cas où ſe trouve la Lune à l'égard de la Terre. Ce ſont de ces preuves d'analogie & de convenance, qui ne ſçauroient jamais conclure au préjudice des preuves directes, mais qui doivent être admiſes quand elles concourent toutes au même but.

La preuve tirée de la petiteſſe du globe Lunaire, en comparaiſon du nôtre, ne ſera donc pas d'un petit poids contre la nouvelle hypotheſe, après avoir été precedée des preuves directes

directes & Astronomiques. Mais je suis fort trompé s'il n'y a ici quelque chose de plus que la simple convenance. Car quoi-que nous ne sçachions pas précisement ce qui détermine le Tourbillon d'une Planete a être de telle, ou de telle grandeur, & à avoir telle ou telle force pour entraîner les corps durs ou fluïdes, qui se rencontrent dans la sphere de son activité, nous pouvons cependant presumer avec beaucoup de vrai-semblance, que dans le conflict de deux Tourbillons voisins, celui d'une Planete 50 ou 55 fois plus grosse qu'une autre, comme est la Terre par rapport à la Lune, a dû l'emporter sur le Tourbillon de celle-ci, le détruire, ou le contraindre à circuler avec lui en second.

Ce que doit faire à cet égard la grandeur proportionnelle des Tourbillons dans le sisteme *Cartesien*, l'action respective des corps à raison de leurs masses le fera dans le sisteme *Newtonien*. Car bien que selon les principes de ce sisteme, la densité du corps de la Lune soit plus grande que celle du globe Terrestre, & en raison à peu près de 11 à 9; cependant comme son volume est tout au moins 50 fois plus petit, & que les quantités de matiere propre, ou les masses de deux corps sont entre elles en raison composée de leurs densités & de leurs volumes, la Lune demeurera toûjours de moindre masse que la Terre, & sa quantité de matiere propre ne sera à celle de la Terre tout au plus que comme 1 est à 40. Ainsi elle devra toûjours céder à l'action du globe Terrestre. Mais si nous voulons pénétrer plus avant dans l'esprit de ce sisteme, qui n'est ici que la Theorie des *Forces Centrales*, nous trouverons que l'induction prise de la grosseur, ou de la masse de la Terre, à l'égard de celle de la Lune, peut devenir une veritable démonstration. Cette Theorie bien entendue nous apprend qu'on ne peut pas dire en rigueur d'une Planete Principale, qui a une, ou plusieurs Planetes Secondaires autour d'elle, qu'elles tournent l'une autour de l'autre. Car réellement elles ne tournent qu'autour de leur centre commun de Gravité. Et c'est ce centre, & non la Planete Principale, qui ne quitte jamais la Périphérie

de l'Orbe annuel, & dont les rayons menés au Soleil ou au Foyer de cet Orbe qu'on suppose être une Ellipse, décrivent des Aires proportionnelles aux temps. Ainsi la Terre & la Lune, Jupiter & ses Satellites, le Soleil même & les Planetes de son Tourbillon, tournent reciproquement autour d'un pareil centre, soit qu'on les considere deux à deux, & separement, ou en tel nombre qu'on voudra, & en total. Car il y a un centre commun général, qui est le seul point immobile du Tourbillon. Il faut donc entendre par un Corps Celeste quelconque qui tourne autour d'un autre, celui des deux qui est le plus éloigné du centre de Gravité commun, qui décrit une plus grande Courbe autour de ce centre, & qui, par cette courbe, renferme le second, & la courbe semblablement décrite par celui-ci autour du même point. C'est-là, à parler exactement, ce qui constitue la Planete du second ordre & le Satellite. D'où l'on voit qu'il est essentiel à tout Satellite d'être plus petit, ou de moindre masse que sa Planete Principale. Car les bras de levier qui sont les rayons descripteurs, & qui s'étendent de part & d'autre du centre de Gravité commun, sont entre eux en raison renversée des masses, dont les centres propres sont à l'extremité de ces bras. Et ce qui rend comme insensible le mouvement de la Planete Principale autour du centre commun, par rapport au mouvement de ses Satellites, c'est la grandeur de sa masse, ou plûtôt la petitesse du bras de levier qui lui repond, & le peu de distance qu'il y a de son centre propre au centre commun. Cela posé, & la superiorité de masse de la Terre une fois admise, il est évident que la Lune doit décrire une plus grande courbe autour du centre de Gravité commun, ou pour parler le langage ordinaire, il est évident qu'elle doit se mouvoir autour de la Terre, lui être exterieure, & la renfermer dans la Périphérie qu'elle décrit, en un mot être son Satellite.

Ce n'est pas ici le lieu d'examiner comment ce balancement mutuel de la Lune, & de la Terre pourroit concilier l'explication du Flux & Reflux de la Mer, dans les princi-

pes de *Galilée*, avec les Phases & les mouvements Lunaires; c'est ce que je ferai peut-être dans une autre occasion. Il me suffit presentement d'avoir montré qu'on ne sçauroit trouver aucune Loi de pesanteur, d'équilibre, ni de mouvement dans l'Astronomie Physique, qui ne tende à subordonner la petite Planete à la grande, & à la faire tourner autour d'elle.

Voilà ce que j'ai pensé sur ce sujet, à l'occasion de la nouvelle Dissertation, qui établit pour principe le mouvement de la Terre autour de la Lune. L'Academie de Bordeaux, qui adjugea le prix à cet ouvrage l'année derniere, & qui l'a rendu public avec éloge, nous avertit *, qu'*elle n'adopte pas les hypotheses de toutes les Dissertations qu'elle couronne....* & que *si elle n'adjugeoit le prix qu'à des sistemes nouveaux, établis sur des preuves incontestables, elle auroit trop souvent le déplaisir de ne pouvoir pas le distribuer, ce qui rendroit insensiblement inutile l'objet qu'elle se propose d'avancer le progrés des Sciences, en excitant l'émulation des Sçavans.* J'ai donc cru que cette célebre Compagnie en couronnant la Dissertation dont il s'agit, n'avoit pas seulement songé à en recompenser le merite, mais qu'elle avoit encore voulu inviter ceux qui la liroient, à éclaircir une question aussi curieuse & aussi interessante que celle du mouvement de la Terre autour de la Lune. Ce n'est du moins que dans cet esprit, que j'ai pris la plume contre cet article d'un Ouvrage dont je fais cas d'ailleurs, tant par lui-même, que par le sort qu'il a eu dans une Compagnie à qui j'ai l'honneur d'appartenir comme membre, & dont je suis plus interessé que personne du monde à faire respecter les suffrages.

* *Edition de Bordeaux.*



OBSERVATIONS SUR UNE PAIRE DE CORNES D'UNE GRANDEUR ET FIGURE EXTRAORDINAIRE.

Par M. le Chevalier HANS SLOANE.

IL y a plusieurs années que Monsieur *Doyly*, homme fort curieux, & dont une certaine Etoffe d'Eté porte le nom, trouva dans une Cave, ou Magasin, à *Wapping*, une paire de Cornes d'une grandeur extraordinaire, & d'une figure tout à fait étrange. Elles étoient assés gâtées, & les vers les avoient rongées fort avant dans la surface en divers endroits. Elles avoient été dans ce Magasin si long-temps, que lorsque M. Doyly les acheta, personne ne put l'informer de quel pays elles étoient venuës, ni en quel temps & de quelle maniere elles avoient été mises là. Elles ressembloient en diverses choses à des Cornes de Chevres, tellement que plusieurs personnes les prirent pour des Cornes d'un Animal de cette espece, qui devoit probablement être aussi grand en son genre, que le *Mousedeer*, espece de Cerf de l'Amerique. La Societé Royale ayant été informée de cette affaire, M. Hient, alors leur Operateur, en fit un dessein, & M. le Docteur Hook lût un Memoire là-dessus à une des assemblées. Je crois que ce dessein & ce Memoire se sont perdus, mais je me souviens, qu'il conjectura, que c'étoient les Cornes du *Sukotyro*, comme les Chinois l'appellent, ou *Sucotario*, bête très grande, & d'une figure tout à fait bizarre. *Nieuhof* fait mention de cette bête dans ses Voyages aux Indes Orientales *, & il en donne la figure & la description suivante : *Il est*, dit-il, *de la grandeur d'un grand Bœuf, ayant le museau approchant à celui d'un Cochon, deux oreilles longues & rudes, une queuë épaisse & touffuë. Les yeux sont placés perpendiculai-*

*p. 360. de l'Edition Angloise.

rement dans la tête, d'une maniere tout à fait différente de ce qu'ils sont dans d'autres Animaux. De chaque côté de la tête, tout proche des yeux, il sort une longue Corne, ou plûtôt une Dent, non pas tout à fait aussi épaisse que la Dent d'un Elephant. Il paist l'herbe, & est pris fort rarement. Mais pour revenir, plusieurs personnes allérent voir ces Cornes chés M. Doyly, & il en refusa une bonne somme d'argent : mais quelque temps aprés l'ayant traité dans une maladie, fort à sa satisfaction, il m'en fit present.

Elles sont assés droites à une distance considérable de la base, & puis se courbant, elles vont insensiblement se terminer en pointe. Elles ne sont pas rondes, mais un peu plattes & comprimées, avec des *sulci* ou sillons larges & transversaux sur leur surface, ondées par dessous. Elles ne sont pas tout à fait de la même grandeur, en ayant mesuré une *(Fig. 1,)* le long de sa circonférence, depuis le point *A* de la base *AB* jusqu'au point *D;* j'en trouvois la longueur *ACD* de six pieds six pouces & demi, mesure d'Angleterre; depuis *B* jusqu'à *D,* mesurant en droite ligne, il y avoit quatre pieds cinq pouces & un sixiéme. Le diametre de la base *AB* étoit de six pouces & trois quarts, & la circonférence d'un pied cinq pouces. Elle pesoit 21 livres 10 onces, & contenoit dans sa cavité cinq quartes d'eau. Dans l'autre, *(Fig. 2,)* la circonférence *ACD* étoit de six pieds quatre pouces, la ligne *BD* de quatre pieds sept pouces, le diametre de la base *AB* sept pouces, & sa circonférence un pied six pouces. Celle-ci pesoit 21 livres treize onces & demi, & contenoit dans sa cavité quatre quartes d'eau & demi; mais elle en auroit contenu davantage si elle n'avoit pas été fort rongée vers la base.

Le Capitaine d'un Vaisseau des Indes ayant vû ces Cornes, me dit qu'il avoit observé une grande espece de Bœufs dans les Indes, qui en portoient de semblables. Et plusieurs raisons me portent à croire que ce sont les Cornes d'une grande espece de Boeuf, ou de Vache qui se trouve dans l'Ethiopie & d'autres Contrées au milieu de l'Afrique, &

qui a été décrite par les anciens Ecrivains, quoi-que, ce qui doit paroître étrange, fort peu des Auteurs modernes en ayent fait mention.

Agatharchide le Cnidien qui vecut autour de la CL.e Olympiade, environ cent quatre-vingts ans avant la naissance de Jesus-Christ, est le premier parmi les Anciens qui fasse mention de ce Bœuf, grand & carnacier; il en donne une description fort ample (dans les restes de son Traité de la Mer Rouge, conservé par Photius dans sa Bibliotheque *, & qui ont été pareillement imprimés avec sa vie dans les *Geographiæ veteris Scriptores Græci minores*, publiés par M. *Hudson*:) & il paroîtra par ce qui suit, que la pluspart des Auteurs qui ont vecu après lui, n'ont fait que le copier. *(A)* Je transcrirai ici tout le Chapitre où il traite de cet Animal, selon la traduction de Laurentius Rhodomannus. *De Tauro Carnivoro. Omnium, quæ adhuc commemoravi, immanissimum & maximè indomitum est Taurorum genus, quod carnes vorat, magnitudine crassius domesticis, & pernicitate antecellens, insigniter rufum. Os ei ad aures*

*p. 364. c. XXXIX.

REMARQUE.

(A) Cet Agatharchide fleurissoit principalement sous Ptolomée Philometor : plusieurs Ecrivains anciens font mention de lui comme d'un Historien & Philosophe Peripateticien. M. le Clerc. (Histoire de la Medecine, p. 387.) le range parmi les Medecins de ce temps-là, quoi-que ce n'étoit pas proprement sa profession, mais parce que dans son histoire il parle d'une maladie dont Hippocrate ni les autres Medecins qui l'ont precedé, n'ont rien dit. Nous sommes redevables de cette Observation à Plutarque, qui nous informe sur l'autorité d'Agatharchide, *que les peuples, qui habitent autour de la Mer Rouge, parmi d'autres maladies étranges ausquelles ils sont sujets, sont souvent tourmentés de certains petits Dragons, ou petits Serpents, qui se trouvent dans leurs jambes ou dans leurs bras, & leur mangent ces parties. Ces Animaux montrent quelquefois un peu la tête, mais sitôt qu'on les touche, ils rentrent, & s'enfoncent dans la chair, où s'y tournant de tous côtés, ils y causent des inflammations insupportables.* Plutarque ajoûte, qu'avant le temps de cet Historien, ni même depuis, personne n'avoit rien vû de semblable en d'autres lieux. C'est certainement le Dragonneau ou Vena Medeni des Auteurs Arabes (dont voyés mon Histoire Naturelle de la Meque, vol. 1. pag. 126, & vol. V. p. 190. 336.) qu'Agatharchide décrit ici, maladie qui subsiste encore aujourd'hui, non seulement parmi les Peuples dont il est parlé ici, mais aussi sur les Côtes de la Guinée, & dans les parties Meridionales de la Perse.

usque deductum. Visus glauco colore magis rutilat quam Leoni. Cornua aliàs non secus atque aures movet, sed in pugna, ut firmo tenore consistant, facit. Ordo pilorum inversus contra quam aliis animantibus. Bestias etiam validissimas aggreditur, & ceteras omnes venatur, maximeque greges incolarum infestos reddit maleficio. Solum est arcu & lancea invulnerabile. Quod in causa est, ut nemo id subigere, (quamvis multi id tentarint) valuerit. In fossam tamen aut similem ei dolum, si quando incidit, præ animi ferocia citò suffocatur. Ideo rectè putatur, etiam a Troglodytis, fortitudine Leonis, & velocitate equi, & robore Tauri præditum, ferroque cedere nescium. Diodore de Sicile, dans le troisiéme livre de sa Bibliotheque, n'a fait que copier Agatharchide, même jusqu'à se servir, à peu de chose près, de ses propres paroles : Il a ajoûté néantmoins les particularités suivantes, que ses yeux reluisent de nuit, qu'après avoir tué d'autres bêtes il les devore, & que ni la force & le courage des Bergers, ni le grand nombre de Chiens ne sont capables de l'effrayer quand il attaque des troupeaux de Betail. Le passage suivant qui a du rapport au même Animal, est tiré de Strabon *. *Sunt & ibidem* (in Arabia) *Tauri feri ac qui carnem edant, nostros & magnitudine & celeritate longe superantes, colore rufo.* Pline * paroît aussi avoir copié Agatharchide. Ses paroles sont : *Sed atrocissimos habet* (Æthiopia) *Tauros Sylvestres majores agrestibus, velocitate ante omnes, colore fulvos, oculis cæruleis, pilo in contrarium verso, rictu ad aures dehiscente juxta cornua mobilia, tergori duritia silicis omne respuens vulnus. Feras omnes venantur, ipsi non aliter quam fovea capti feritate semper intereunt.* Le même Auteur (dans le 45[me] Chapitre du VIII[e] Livre de son Histoire naturelle) fait mention d'une espece de Bœufs d'Inde : *Boves Indici, quibus Camelorum altitudo traditur, cornua in latitudinem quaternorum pedum.* Il est très probable, que ces Bœufs d'Inde sont les mêmes avec ceux d'Ethiopie décrits ci-dessus, principalement si on suppose que les Copistes de Pline ont écrit *latitudinem*, au lieu d'*altitudinem*. *Solinus* * n'a fait que copier Pline, avec cette seule difference, qu'il les appelle *Indicos Tauros*, *Taureaux des Indes*,

* *Geogr. l. XVI. p. 775. Ed. Casaub.*

* *Histor. Nat. lib. VIII. cap. XXI.*

* *Poly Hist. l. II. cap. p. 58. Ed. Salmas.*

au lieu que Pline lui-même les décrit parmi les Animaux d'Ethiopie. Ceci ne doit pas pourtant paroître étrange, quand on considere aussi que l'Ethiopie a été comprise parmi les Indes par quelques Auteurs anciens. La description qu'Elien donne de ces Animaux * est parfaitement conforme à celle d'*Agatharchide*, & il semble l'avoir empruntée de lui : Il en fixe la grandeur au double de la grandeur des Bœufs ordinaires de la Grece. Il y a un autre passage dans Elien *, qui semble avoir du rapport à cette grande espece de Bœufs d'Ethiopie, aussi-bien qu'aux grandes Cornes décrites ci-dessus : Ses paroles sont, *Ptolomæo secundo ex Indiâ cornu allatum ferunt, quod tres amphoras caperet : unde conjicere possumus bovem illum, à quo ejusmodi tantum cornu extitisset, maximum fuisse.* *Ludolf* dans son Histoire d'Ethiopie *, parlant de ces grands Bœufs Ethiopiens, conjecture que ce sont les *Taurelephantes* que Philostorgius le Cappadocien * dit avoir vû à Constantinople de son temps. Les paroles de Philostorgius, citées par Ludolf *, sont *Habet & Terra illa maximos & vastissimos Elephantas ; imo & Taurelephantes, ut vocantur, quorum genus quoad cætera omnia bos maximus est, corio verò coloreque Elephas, & ferme etiam magnitudine.*

* Histor. Anim. lib. XVII. c. 45.

* Histor. Anim. lib. III. c. XXXIV.

* Lib. I. c. 10.

* Lib. III. c. II.

* Comment. ad Histor. Æthiop. p. 145.

Il paroît des passages que je viens de citer, qu'il y a en Ethiopie (& selon toutes les apparences aussi dans les Contrées Mediterranées de l'Afrique, où fort peu de Voyageurs ont jamais penetré) une très grande espece de Bœufs, pour le moins deux fois aussi grands que nos Bœufs ordinaires, avec des Cornes d'une grandeur proportionnée, quoi-qu'autrement ils en différent en bien des choses. Je ne sçaurois nier que les relations que les anciens Ecrivains nous ont laissé des choses extraordinaires, ne peuvent pas toûjours être passées sans restriction, le fabuleux y étant fort souvent mêlé avec ce qui est vrai. Mais quant à cette grande espece de Bœufs, il y a quelques Auteurs modernes, qui nous assûrent qu'il y a un pareil Animal dans ce pays-là, quoi-qu'aucun, que je sçache, nous en aye donné une description aucunement satisfaisante. *Ludolf* dans son Histoire d'Ethiopie *, remarque qu'il y a dans

* Lib. I, c. 10.

dans ce pays-là des Bœufs d'une grandeur extraordinaire, deux fois aussi grands que les Bœufs de Hongrie & de la Moscovie, & qu'ayant montré quelques Bœufs d'Allemagne des plus grands à Gregoire Abyssinien, (les écrits & la conversation duquel lui fournissoient les Memoires pour cet Ouvrage) il en fut assûré, qu'ils n'étoient que d'une grandeur moyenne à comparer à ceux de son pays. Il est fait mention aussi dans divers endroits de Lettres des Jesuites, de la grandeur de ces Bœufs, & le même Ludolf * cite le passage suivant, tiré d'une Lettre d'*Alphonse Mendez*, Patriarche d'Ethiopie, datée le 1. Juin 1626 : *Buoi grandissimi, di corna smisuramente grosse è lunghe, talmente que nella corna di ciascuno di esse potea capire un otre piccolo di vino* : c'est-à-dire, *des Bœufs très grands, avec des Cornes si longues & si épaisses, que chacune pourroit contenir un petit* uter *de Vin.* Bernier, dans sa relation des Estats du grand Mogol *, remarque que parmi plusieurs presents qui devoient être presentés par deux Ambassadeurs de l'Empereur d'Ethiopie, à *Aureng Zeb*, il y avoit une Corne de Bœuf prodigieuse, remplie de Civette, que l'ayant mesurée, il trouva que la base avoit demi-pied en diametre. Il ajoûte que cette Corne, quoi-qu'elle fût apportée par les Ambassadeurs à *Dehli*, où le grand Mogol tenoit alors sa Cour, ne lui fut pas pourtant presentée, parce que se trouvant courts d'argent, ils avoient vendu la Civette long-temps avant que de venir-là.

Comment. in Histor. Æthiop.

Tome II, p. 43.

Après tout, il me paroît fort probable, que les Cornes que j'ai dans ma collection, décrites ci-dessus, comme aussi la Corne dont Bernier fait mention, sont les Cornes d'une très grande espece de Bœufs ou de Vaches, qui se trouve en Ethiopie, & autres Contrées Mediterranées d'Afrique, & qui a tant de rapport au *Taureau* Carnivore, décrit par Agatharchide, Pline, & les autres Ecrivains anciens mentionnés ci-dessus, qu'il paroît que ce soit le même. Mais je ne sçaurois déterminer si c'est précisément le *Sucotorio*, ou *Sukotyro* de Nieuhof, la description qu'il donne de cet Animal n'étant pas assés étenduë pour cela, quoi-qu'il y aye lieu de croire

que ce soit le même. *Gesner* * parle, & nous donne la figure d'une Corne fort grande, qu'il dit avoir vû suspenduë à une des colomnes dans la Cathedrale de Strasbourg, & qui paroît être de la même espece avec les Cornes en question. Il dit, que l'ayant mesurée le long de la circonférence exterieure, il trouvoit qu'elle avoit quatre verges romaines en longueur, & il conjecture que ç'avoit été la Corne d'un grand & vieux *Urus*, que vrai-semblablement on avoit suspenduë-là à cause de sa grandeur extraordinaire, peut-être deux ou trois cens années avant son temps. Finalement, quant aux Cornes, qui se trouvent dans ma Collection, la conjecture qui me paroît la plus vrai-semblable, est, que du temps que les Anglois avoient un grand commerce à *Ormus*, elles furent portées-là avec quelques autres marchandises, & ensuite envoyées ou apportées en Angleterre par quelque personne curieuse.

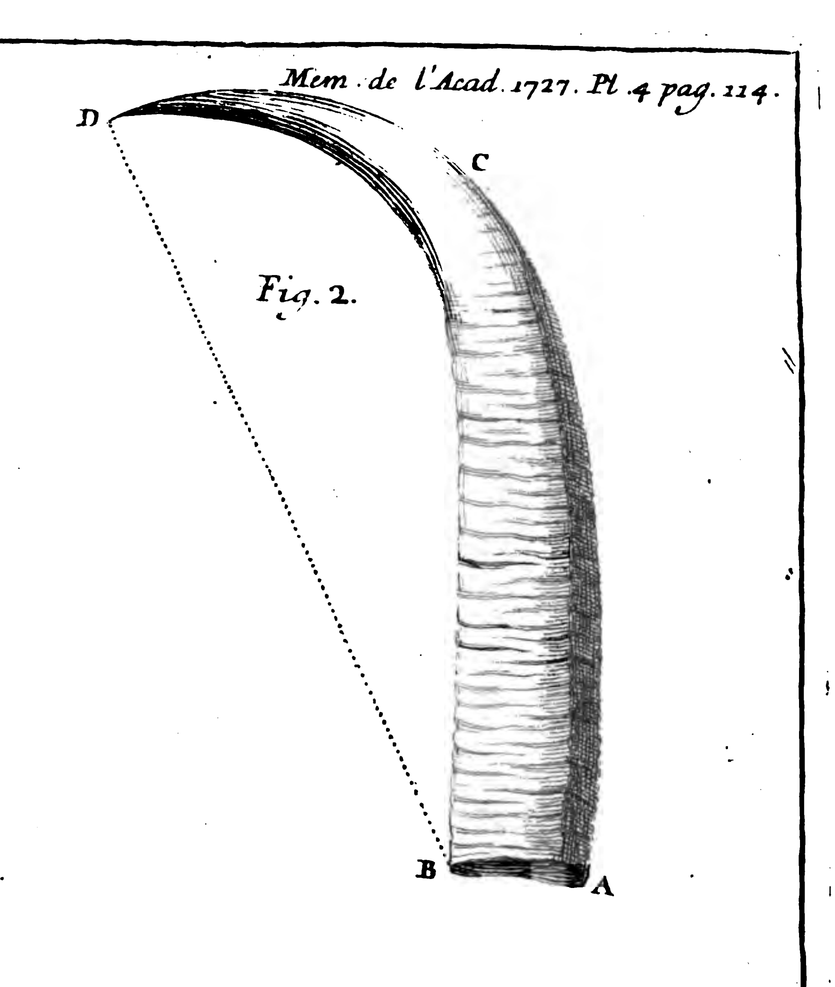
* *Icon. Anim. Quadr. Ed. 2. Tigur. 1560. p. 34.*

OBSERVATIONS SUR LE MESLANGE DE QUELQUES HUILES ESSENTIELLES AVEC L'ESPRIT DE VIN.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

DANS les différentes operations que j'ai eû à faire sur les Huiles Essentielles, j'en ai mêlé plusieurs avec l'Esprit de Vin; & l'examen de ce mélange m'ayant fait connoître que ces deux liqueurs produisoient un refroidissement assés sensible, j'ai crû que je pouvois communiquer mes Observations sur ce Phénoméne qui m'a paru nouveau.

Comme l'Esprit de Vin est une Huile étherée très inflammable, & que d'un autre côté les Huiles Essentielles sont des Souffres exaltés, si prêts à prendre feu, qu'il ne faut qu'un esprit acide pour les allumer subitement & avec explo-



Ph. Simonneau f.

ſion; ainſi que je l'ai fait voir l'année derniere, je ne pouvois préſumer que le mêlange de ces Huiles avec l'Eſprit de Vin dût occaſionner aucune ſorte de froid réel, puiſque c'eſt joindre, pour ainſi dire, deux feux enſemble. J'eus donc recours au Thermometre qui donne en pareil cas la preuve la plus exacte & la plus déciſive; & en le plongeant dans le mêlange de l'Eſprit de Vin avec différentes Huiles Eſſentielles, je vis ſa liqueur deſcendre très ſenſiblement. La ſingularité de ce fait meritant d'être confirmée par des experiences variées, je vais, dans la ſuite de ce Memoire, rendre compte de celles que j'ai faites.

Un Phénoméne tout oppoſé, ſur lequel j'ai donné des Obſervations en 1713, n'eſt pas moins ſurprenant; c'eſt que l'Eſprit de Vin, qui paroîtroit devoir être temperé par le mêlange de l'Eau pure, s'échauffe au contraire très vivement avec elle, & fait monter la liqueur du Thermometre à une hauteur très conſidérable.

Ces deux Phénoménes méritent aſſûrément quelque attention; car il ne paroît pas naturel que des Souffres exaltés produiſent du froid en s'uniſſant, & que l'eau jointe à l'un de ces Souffres, échauffe au lieu de refroidir. C'eſt auſſi une ſingularité remarquable, que l'eau ne produiſe pas ſur les Huiles Eſſentielles ce que j'ai fait voir qu'elle opere ſur l'Eſprit de Vin.

Avant que de riſquer des conjectures pour expliquer ces Phénoménes, je vais donner les faits tels que je les ai obſervés.

J'ai pris de l'Huile rectifiée de Térébenthine, je l'ai verſée ſur de l'Eſprit de Vin où elle a eû de la peine à ſe diſſoudre; quoi-que la bonne Térébenthine, toute groſſiére qu'elle eſt, s'y diſſolve parfaitement, mêlée à parties égales. L'une & l'autre blanchiſſent d'abord l'Eſprit de Vin, auquel elles s'uniſſent en les agitant enſemble, & la Térébenthine reſte toute entiere unie à l'Eſprit de Vin, auſſi-bien que la réſidence de ſon Huile Eſſentielle après la rectification; mais cette même Huile Eſſentielle rectifiée ne ſe joint à cet eſprit qu'en petite quantité, puiſque dans une once d'Eſprit de Vin, il ne peut

s'en diſſoudre qu'un gros trois grains, & que le ſurplus s'en ſépare en ſe précipitant. On voit par-là, que plus une Huile eſt ſubtile, moins elle eſt diſpoſée à ſe joindre à l'Eſprit de Vin, & que cette union ſe fait plus aiſément avec des matieres ſulphureuſes plus groſſiéres.

C'eſt en obſervant ce qui ſe paſſoit dans ces mêlanges que je remarquai ce froid aſſés ſenſible dont j'ai parlé. Pour m'en aſſûrer avec exactitude, je plongeai un Thermometre dans chacune de ces liqueurs ſéparément, & je trouvai que dans l'une & dans l'autre il s'arrêtoit à la même hauteur. En effet, j'ai éprouvé que les liqueurs, qu'on appelle chaudes ou froides, à cauſe de leurs différentes propriétés pour l'uſage interieur, ont toutes le même degré exterieur de chaud ou de froid, pourvû qu'elles ayent été ſuffiſamment expoſées à l'air libre. Je fis enſuite un mêlange de deux onces d'Eſprit de Vin & d'autant d'Huile rectifiée de Térébenthine, j'y plongeai le même Thermometre; & au moment que ces deux liqueurs s'uniſſoient, je vis deſcendre la liqueur du Thermometre d'une ligne & demie. Ayant fait un autre mêlange avec une Huile moins rectifiée, à même poids, le Thermometre deſcendit de deux lignes à deux lignes & demie. Enfin dans le mêlange de la Térébenthine elle-même avec l'Eſprit de Vin à parties égales & au poids de deux onces chacun, le Thermometre deſcendit encore au-deſſous.

Le mêlange d'une once de Camphre avec une once du même Eſprit de Vin fit baiſſer la liqueur du Thermometre de quatre juſqu'à quatre lignes & demie.

En faiſant le même eſſai ſur d'excellent Baume de Copaü, mêlé avec l'Eſprit de Vin, au poids de deux onces chacun, le Thermometre eſt deſcendu de trois lignes & demie, quoique dans ce mêlange le Baume n'ait pas été entierement diſſous, puiſqu'il s'eſt ſéparé enſuite, pour la plus grande partie, d'avec l'Eſprit de Vin.

L'Eſſence de Lavande mêlée de même avec l'Eſprit de Vin, à parties égales, & au poids d'une once, s'y joint très intimément, & ne produit aucun changement au Thermometre.

L'Huile de Citron se dissout dans l'Esprit de Vin, presque aussi difficilement que l'Huile rectifiée de Térébenthine, & mêlée avec cet Esprit au poids d'une once chacun, elle fait baisser le Thermometre de deux lignes & demie.

L'Huile Essentielle d'Anis, qui, comme on le sçait, a la proprieté de se figer en forme de Crystaux dans les temps froids, s'unit pour l'ordinaire assés intimément avec l'Esprit de Vin, & étant mêlée avec cet Esprit à même dose, elle fait baisser la liqueur du Thermometre de quatre à cinq lignes.

L'Essence de Limette, dont une once d'Esprit de Vin ne dissout que trois Dragmes & demie, fait descendre le Thermometre de trois lignes.

L'Huile Essentielle de Gerofle se mêle parfaitement avec l'Esprit de Vin, mais elle ne produit aucun changement à la hauteur du Thermometre.

Toutes ces différentes observations meritoient d'être comparées aux experiences dont j'ai parlé dans mon Memoire de 1713, du mêlange de l'Eau avec l'Esprit de Vin : je les ai repetées cette année, & j'ai plongé un Thermometre dans ce mêlange, qui en a fait monter la liqueur de treize lignes. J'ai fait aussi ces experiences sur d'autres liqueurs aqueuses, mais chargées de parties Salines, pour observer ce qui en resulteroit. J'ai choisi d'abord l'Urine, qui est en même temps huileuse & saline, mais où l'Huile & le Sel nagent dans une grande quantité de flegme. En la mêlant avec l'Esprit de Vin, le Thermometre n'a monté que de dix lignes; ainsi la partie huileuse & saline paroît ôter, dans l'Urine, à la partie purement aqueuse, une faculté d'augmenter la chaleur, qui mesurée par le Thermometre, se trouve de trois lignes.

Le mêlange de l'Esprit de Vin avec le Vinaigre distillé à pareille dose, ou avec le Vin lui-même, a produit un effet semblable au precedent sur le Thermometre.

Sçachant que le Sel Ammoniac mêlé avec l'eau simple, en rallentit le mouvement de fluidité, & qu'il fait baisser considérablement la liqueur du Thermometre, j'ai voulu voir quel seroit son effet en le mêlant avec l'Esprit de Vin.

J'ai jetté un gros de ce Sel en poudre sur une once de cet Esprit, où le Thermometre étoit déja plongé; ce qui l'a fait descendre d'une ligne & demie. Mais comme une liqueur si spiritueuse est peu propre à dissoudre ce Sel, j'ai versé par dessus une once d'eau. J'avois lieu de croire que par cette addition de flegme les Sels étant plus dissous, ils feroient baisser encore la liqueur du Thermometre, cependant tout le contraire est arrivé, & la liqueur est remontée de sept lignes & demie; effet qu'on ne peut attribuer, à ce que je crois, qu'au mélange de l'Eau avec l'Esprit de Vin, & comme ce mélange, s'il eust été d'eau seule & sans l'addition précédente du Sel Ammoniac, auroit dû faire monter la liqueur du Thermometre à treize lignes & demie, on voit par cette experience, que la dissolution de ce Sel suspend l'effet du mélange de l'eau seule de la quantité de cinq lignes & demie. Cette dissolution agit donc plus puissamment que l'Urine, qui toute saline qu'elle est, laisse monter la liqueur du Thermometre jusqu'à la hauteur de dix lignes, quand on la mêle avec l'Esprit de Vin.

Le Sel volatile Ammoniac étant plus aisé à dissoudre par l'Esprit de Vin dont il est déja penetré, a fait descendre le Thermometre de trois lignes, au lieu que le Sel Ammoniac simple ne l'avoit fait descendre que d'une ligne & demie.

Il paroît par toutes ces Observations, que les liqueurs empreintes de Sels, étant mêlées avec l'Esprit de Vin, causent un ralentissement du mouvement, & par conséquent une diminution de chaleur; d'où il est naturel de conjecturer que les Huiles Essentielles étant chargées de parties salines, comme je l'ai fait voir, doivent ralentir le mouvement de l'Esprit de Vin dans lequel on les mêle, & faire baisser par conséquent la liqueur du Thermometre.

Pour rendre raison du Phénoméne opposé, qui est la chaleur du mêlange de l'Eau avec l'Esprit de Vin, il faut considérer que dans le mêlange de deux liqueurs, ou elles s'unissent en agissant l'une sur l'autre, ou elles s'unissent sans action. Or dans le mêlange de l'Eau avec l'Esprit de Vin, ces deux

liqueurs ſe penetrant mutuellement & avec beaucoup de viteſſe, il arrive que les Souffres contenus dans l'Eſprit de Vin produiſent en ſe développant une effervescence qui fait monter la liqueur du Thermometre de plus d'un pouce.

J'ai fait remarquer que l'Huile Eſſentielle de Lavande & celle de Gerofle, ce qui peut auſſi arriver à quelqu'autre, s'uniſſoient à l'Eſprit de Vin, ſans exciter ni chaud ni froid ſenſible, puiſqu'il n'arrive aucun changement dans le Thermometre. On en peut inférer que ces liqueurs ſe mêlent enſemble ſans action reciproque, comme l'Eau & le Vin, dont les parties en s'uniſſant ne font que ſe placer les unes auprès des autres : ainſi il n'arrive ni condenſation ni raréfaction. Les Sels de ces ſortes d'Huiles Eſſentielles, qui pourroient produire une eſpece de condenſation, ne ſont pas apparemment aſſés abondans ou aſſés diſſous pour le faire & comme les Souffres ne ſe développent point, parce que les liqueurs mêlées n'ont aucune action l'une ſur l'autre, ils ne produiſent non plus aucune raréfaction.

A l'égard de l'Huile d'Anis qui ſe mêle aſſés intimément avec l'Eſprit de Vin, & dont le mêlange fait deſcendre la liqueur du Thermometre de cinq lignes ou environ, il paroît que les Souffres étant fortement condenſés par les Sels abondans dans cette Huile, ne peuvent ſe développer dans ſon union avec l'Eſprit de Vin, qui eſt lui-même condenſé par ces mêmes Sels; ce qui produit le degré de froid qui fait deſcendre le Thermometre ſi conſidérablement.

Que l'eau ne produiſe pas dans ſon mêlange avec les Huiles Eſſentielles la même effervescence qu'avec l'Eſprit de Vin, la raiſon en paroît aſſés claire. C'eſt que l'Eau & l'Huile Eſſentielle ne s'uniſſent jamais : quelque agitation qu'on leur donne, elles ne ſe penetrent point; & comme les Huiles Eſſentielles ſont ou plus legeres ou plus peſantes que l'eau, elles s'en ſéparent, ou en ſurnageant, ou en ſe précipitant au fond.

L'Eſprit de Vin au contraire quoi-que plus leger que l'eau en eſt facilement penetré. Outre l'experience qui doit nous

en convaincre, il faut considérer qu'il est un Souffre d'une autre nature que les Huiles Essentielles, & j'ai fait voir dans mon Memoire de 1718 que le Souffre de l'Esprit de Vin le plus rectifié, nage dans une très grande quantité de flegme, de même nature, de même poids & de même saveur que l'eau pure : Il n'est donc pas étonnant que l'Eau & l'Esprit de Vin s'unissent si parfaitement, & que ces deux liqueurs se penetrent mutuellement. Les Huiles Essentielles au contraire contiennent un Souffre beaucoup moins étendu par le flegme que ne l'est celui de l'Esprit de Vin; aussi sont-elles impenetrables à l'eau, & par conséquent incapables de se mêler avec elle.

TROISIE'ME MEMOIRE
SUR
LA GONIOMETRIE
PUREMENT ANALYTIQUE.

Par M. DE LAGNY.

9 Juillet 1727.

APRÉS ce que j'ai donné dans les Memoires de 1724 & 1725 sur les mesures purement Geometriques & purement Analytiques des Arcs de Cercle & des angles rectilignes mesurés par ces Arcs, il ne reste plus, pour épuiser entierement cette partie de la Goniometrie, qu'à adjoûter les trois articles suivants.

1° La Formule generale & exemplaire qui represente seule tous les Termes infinis en nombre de la Serie Goniometrique, & qui peut les former.

2° La Formule exemplaire d'approximation indéfinie, terminée à chaque Terme de la même Serie. Ensorte que l'on puisse toûjours sçavoir promptement & précisément à quel Terme on doit s'arrêter pour approcher de la valeur de l'angle cherché à moins d'une cent milliéme, d'une millioniéme,

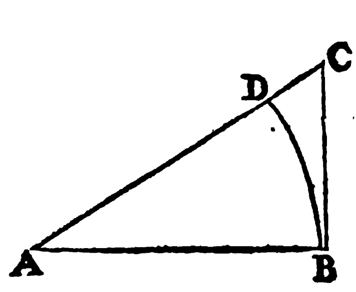
millioniéme, d'une cent millioniéme, &c. près, & en general à moins d'une partie aliquote quelconque de l'angle droit, & par conséquent aussi l'arc à moins d'une partie aliquote quelconque du cercle, à moins de $\frac{1}{1a}$, ou entre $\frac{1}{1a}$ & $\frac{1}{a+1}$ de ce même cercle, ou enfin suivant l'expression ordinaire, à moins d'un degré, d'une minute, d'une seconde, d'une tierce, &c. Ce second Article est essentiel pour la pratique.

3° Enfin il faut déterminer les *Maximum* & les *Minimum* du Calcul Goniometrique. Ce dernier Article est le plus curieux, par rapport à la Theorie. J'ajoûterai par occasion une nouvelle Méthode de Calcul integral pour les Series infinies & incomplexes fondées sur la comparaison de l'ante-infinitiéme terme avec l'Infinitiéme. *Ce sera le sujet d'un autre Memoire.*

ARTICLE PREMIER.

Soit le rayon ou demi-diametre du Cercle $AB = 1$.

Soit l'Arc de Cercle $BD = 1x$ mesure de l'angle BAC, cherché mediatement ou immediatement, & soit sa Tangente $BC = \frac{1}{r+1} = \frac{1}{R}$. *Voyés la Figure ci-à-côté.* Je suppose que, suivant les préparations préliminaires données dans les Memoires de 1725, cet angle cherché est toûjours moindre que la sixiéme partie de l'angle droit, ou que de 15 degrés, & que par conséquent R est toûjours necessairement plus grand que $2 + \sqrt{3}$. Cette Remarque est necessaire pour déterminer le *Maximum* du Calcul Goniometrique; parce que c'est le Cas où le rayon étant $= 1$, la Tangente est $\frac{1}{1+\sqrt{3}}$ ou $2 - \sqrt{3}$. Et c'est la plus grande Tangente qui soit possible dans le Triangle subsidiaire.



Or en substituant $r + 1$, & ses puissances au lieu de R,

Et de ses puissances j'aurai cette Equation en Serie toute positive, sans aucun mêlange des Signes + & —, comme il y en a dans ma premiére & ancienne Serie, j'aurai, dis-je, cette nouvelle Equation, qui est en ce sens plus commode pour le Calcul, sçavoir $x = \frac{3rr+6r+2}{1\times 3 R^3} + \frac{7rr+14r+2}{5\times 7 R^7} + \frac{11rr+22r+2}{9\times 11 R^{11}}$, &c. à l'infini, ou $x = \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}$, &c. à l'infini.

Je dis presentement, que si l'on désigne par $a+1$, l'Exposant de chaque terme de cette Serie, l'on aura cette derniére Equation en Formule exemplaire.

$$x = \frac{(4a+3)\,rr + (8a+6)\,r + 2}{(4a+3)\times(4a+1)\times R^{4a+3}},$$

$$\text{ou } x = \frac{(4a+3)\,rr + (8a+6)\,r + 2}{(16aa+16a+3)\,R^{4a+3}}.$$

Car en substituant dans cette derniére Formule exemplaire les valeurs de a, successivement égale à 0, à 1, à 2, à 3, &c. à ∞, l'on aura successivement tous les Termes de la Serie ci-dessus,

$\frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}$, &c. à l'infini : Ainsi supposant $a=0$, l'on aura

$$4a+3=3$$
$$8a+6=6$$
$$16aa+16a+3=3.$$

Et par conséquent le premier Terme sera $\frac{3rr+6r+2}{3R^3}$.

Ensuite supposant $a=1$, l'on aura

$$4a+3=7$$
$$8a+6=14$$
$$16aa+16a+3=35=16+16+3.$$

Et par conſéquent le ſecond Terme ſera $\frac{7rr+14r+2}{35R^7}$.

Et ſuppoſant $a=2$, l'on aura

$$4a+3=11$$
$$8a+6=22$$
$$16aa+16a+3=99=64+32+3.$$

Et par conſéquent le 3me Terme ſera $\frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}$, & ainſi de ſuite à l'infini.

Enfin ſi l'on ſuppoſe $a=\infty$, l'on aura

$$4a+3=4\infty+3$$
$$8a+6=8\infty+6$$
$$16aa+16a+3=16\infty^2+16\infty^1+3.$$

Et par conſéquent le penultiéme ou l'ante-infinitiéme terme ſera $\frac{\overline{4\infty+3}\,\{rr+\overline{8\infty+6}\,\{r+2}{\overline{16\infty^2+16\infty^1+3}\times R^{4}\overline{\infty+3}}$, & l'infinitiéme ſera $\frac{4\infty+7\,\{rr+\overline{8\infty+14}\,\{r+2}{\overline{16\infty^2+48\infty^1+35}\times R\,\overline{4\infty+7}}$.

REMARQUE I.

Chacun de ces deux Termes eſt infiniment petit, parce que le Dénominateur dans chacun eſt infiniment plus grand que le Numerateur correſpondant, & d'ailleurs ces deux Termes ſont *analogiquement* égaux, n'y ayant d'inégalité dans les Numerateurs & les Dénominateurs que par des Infiniments petits du 1er & du 2^d genre.

REMARQUE II.

Il eſt abſolument impoſſible d'integrer analytiquement, exactement & en general la Formule exemplaire ci-deſſus, par aucune Equation d'un degré fini & déterminé, non plus que ſes deux Converſes, lorſque x étant exprimé par $x=\frac{\overline{4a+3}\,\{rr+\overline{8a+6}\,\{r+2}{\overline{16aa+16a+3}\times R^{\overline{4a+3}}}$, ſuppoſé donné avec le

rayon, l'on demande la Tangente, ou que x étant ſuppoſé donné avec la Tangente, l'on demande le rayon, c'eſt-à-dire que le rapport du rayon à la Tangente d'un Arc étant donné, ou en nombres ou en Equation numerique finie & déterminée quelconque, il eſt impoſſible de trouver une Equation numerique qui exprime le rapport de ce rayon & de cette Tangente à l'Arc correſpondant. Il eſt par conſéquent impoſſible de reſoudre ce Probleme Geometriquement par l'interſection de deux Courbes geometriques, & de même le rapport du rayon à l'Arc étant donné ou ſuppoſé donné en nombres quelconques ou en Equation numerique quelconque, il eſt impoſſible de déterminer ni en nombres ni en Equation numerique quelconque la Tangente correſpondante à cet Arc, ni le rapport de cet Arc à la circonference entiere. Enfin il eſt de même impoſſible (le rapport de l'Arc à ſa Tangente étant donné ou ſuppoſé donné) de trouver en nombres ni en Equation numerique quelconque le rapport du rayon à cette Tangente, ni de l'Arc à la circonference entiere.

DÉMONSTRATION.

Il eſt impoſſible de déterminer exactement & analytiquement par une ſeule & même Equation d'un degré déterminé, les rapports des Tangentes des Arcs ſimples aux Tangentes des Arcs doubles, triples, quintuples, &c. des Arcs ſous-doubles, ſous-triples, ſous-quintuples, &c. ni à plus forte raiſon les rapports en general en raiſon donnée quelconque de nombre à nombre. Car il faut une Equation ou Formule du 2^{d} degré pour les Tangentes des Arcs doubles ou ſous-doubles; il faut une Equation ou Formule du 3me degré (même dans le Cas irreductible) pour les Tangentes des Arcs triples & ſous-triples en general; il faut une Equation du 5me degré pour les Tangentes des Arcs quintuples & ſous-quintuples, &c. Il faudroit donc une Equation Tranſcendante ou de l'infinitiéme degré pour reſoudre par elle ſeule les rapports du Rayon à toutes ces Tangentes à l'infini, ou en

general le rapport de la Tangente de l'Arc $1x$ à la Tangente de l'Arc $\frac{ax}{b}$. Or une Equation de l'infinitiéme degré est une Equation absolument impossible. Donc le rapport de l'Arc à l'Arc d'un même Cercle étant donné en general, comme de a à b, il est absolument impossible de déterminer par aucune Equation finie & déterminée le rapport des Tangentes des deux Arcs x & $\frac{bx}{a}$, & reciproquement, &c. Mais si l'on pouvoit integrer en general la Serie representée dans la Formule exemplaire ci-dessus par une Equation d'un degré fini quelconque, on trouveroit par une seule & même Equation ou Formule exacte, les rapports du rayon & de la Tangente quelconques, & à plus forte raison le rapport composé de ces deux lignes droites aux Arcs correspondants à ces Tangentes, & reciproquement, &c. Ce qui vient d'être démontré impossible. Donc ni la Serie ci-dessus ni la Formule exemplaire qui la represente, ne peuvent être intégrées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il n'y a que les Problemes qui peuvent se reduire en Equations analytiques finies & déterminées, qui puissent être resolus Geometriquement, par l'intersection des lignes Courbes geometriques. Donc la rectification des Arcs de Cercle en general par le rayon & par leurs Tangentes est impossible geometriquement, comme elle est impossible analytiquement.

REMARQUE III.

La ligne circulaire seule, à l'exclusion de toutes les autres especes de lignes courbes à l'infini, a cette proprieté, que tout Arc de Cercle étant pris où l'on voudra sur la circonférence entiere, égal à un autre Arc quelconque du même Cercle, ces deux Arcs sont en même temps égaux & parfaitement semblables, à cause de la parfaite uniformité de la courbure du Cercle. La ligne droite a aussi cette même proprieté

commune avec le Cercle, à cause de la parfaite uniformité de situation de tous ses points.

Il suit de-là, que la rectification exacte & Geometrique d'aucun Arc de Cercle en particulier, n'est pas plus possible que la rectification de tout autre Arc en general. Or on vient de démontrer l'impossibilité de cette rectification en general. Elle est donc également impossible dans tout Arc en particulier, puisqu'il est impossible de concevoir aucune raison de difference à cet égard entre deux Arcs d'un même Cercle, d'ont l'un seroit supposé rectifiable, & l'autre ne le seroit pas, ni même aucun autre Arc qui ne seroit pas précisément à ce premier Arc, comme nombre à nombre.

REMARQUE IV.

Cette espece de Démonstration Metaphysique & Transcendante, n'est en soy ni moins exacte, ni moins certaine, ni moins convaincante que celle des trois Propositions suivantes, lesquelles sont pourtant reçûës generalement, & approuvées par tous les Geometres, comme étant bien démontrées.

I.°

Ayant déterminé arbitrairement (comme on le peut toûjours) le Logarithme d'un nombre premier quelconque, autre que l'unité. Par exemple du nombre 10, il est absolument impossible de déterminer exactement, ni en nombres rationnels, ni en nombres irrationels, le Logarithme d'aucun autre nombre premier à celui qu'on a pris d'abord. Par exemple, il est impossible d'exprimer exactement le Logarithme du nombre 7, on ne peut qu'en approcher indéfiniment par des Series rationnelles.

Remarqués que la Courbe Logarithmique n'est nullement uniforme, comme l'est le Cercle dans sa courbure.

II.°

La Trissection de l'angle est un Probleme qu'on ne peut resoudre par le Cercle & la ligne droite.

III.°

L'invention des deux Moyennes proportionnelles entre deux lignes données, est également impossible par le Cercle & la ligne droite.

COROLLAIRE II.

Il ne reste donc rien à souhaiter sur la rectification des Arcs de Cercle, & sur la mesure des angles qui en dépendent necessairement, si ce n'est de déterminer le plus simplement, le plus promptement, le plus exactement, & le plus generalement qu'il soit possible, les limites d'approximation] de chaque terme de la Serie, puisque l'intégration parfaite de cette Serie est impossible. Et voici la Formule generale & exemplaire des limites de cette approximation.

ARTICLE II.

THEOREME.

Si à la somme de tant de Termes qu'on voudra de la Serie Cyclometrique & Goniometrique ci-dessus, dont le dernier Terme fini est donné, & peut toûjours être representé par la Formule exemplaire ci-dessus, dans laquelle $\overline{a+3}$ *represente l'Exposant du dernier terme dans son ordre naturel* $\dfrac{\overline{4a+3}\left\{rr+\overline{8a+6}\right\}r+2}{\overline{16aa+16a+3}\times R^{\overline{4a+3}}}$*, si, dis-je, l'on ajoûte à cette somme, la valeur* $\dfrac{1}{\overline{4a+5}\times R^{\overline{4a+5}}}$*, on aura les limites d'approximation que l'on cherche.*

DÉMONSTRATION.

La Démonstration se tire aisément de la Serie primitive de rectification des Arcs par leurs Tangentes, le rayon étant exprimé constamment par R, toûjours plus grand que la Tangente T exprimée par $\frac{1}{R}$, & l'Arc correspondant par x,

on a $x = \frac{1}{R} - \frac{1}{3R^3} + \frac{1}{5R^5} - \frac{1}{7R^7} + \frac{1}{9R^9} - \frac{1}{11R^{11}}$ &c. suivant ce que j'ai démontré dans les Memoires de 1719. Or joignant deux à deux les Termes de cette Serie, il en resulte une nouvelle Serie, sçavoir

$$x = \frac{3RR-1}{3R^3} + \frac{7RR-5}{35R^7} + \frac{11RR-9}{99R^{11}}, \text{ \&c.}$$

Enfin supposant $r+1=R$, & substituant cette valeur dans les Numerateurs, on a cette derniére Serie toute composée de termes positifs,

$$\frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}, \text{ \&c.}$$

Or par la construction & la nature même de la premiére de ces trois Series, à quelque Terme en nombre pair qu'on s'arrête, la somme de tous ces Termes approche de la valeur de l'Arc par défaut; mais si l'on y ajoûte le terme immediatement suivant, la somme en approchera par excès : c'est-à-dire, que $x > \frac{3rr+6r+2}{3R^3}$ & $x < \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{1}{5R^5}$ & de même $x > \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7}$, & le même Arc $x < \frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{1}{9R^9}$, & ainsi de suite à l'infini.

Donc les limites d'approximation sont en general exprimées par $\frac{1}{\overline{4a+5} \times R^{4a+5}}$, ajoûté à la somme d'un nombre fini quelconque de Termes de la 2de ou de la 3me Serie d'une part, & cette même somme de l'autre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ainsi soit la somme de tous ces Termes $= \frac{b}{c}$ qui est indéfiniment peu moindre que l'Arc qui sert de mesure à l'angle cherché; si l'on y ajoûte $\frac{1}{\overline{4a+5} \times R^{4a+5}}$, la somme

sera

sera plus grande que l'Arc, & la différence entre ces deux sommes peut devenir indéfiniment petite, & elle devient d'abord aussi petite qu'on peut le souhaiter dans la Goniometrie pratique & sensible. Il faut se souvenir que le rayon étant $=1$, la Tangente est toûjours moindre que $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ suivant ce que j'ai démontré dans les Memoires de 1725. Je prends pour exemple le premier & le plus simple des Triangles rectangles en nombres; sçavoir, 3, 4, 5, dont je veux trouver l'angle aigu opposé au petit côté 3.

Comme ce petit côté 3 est plus que la moitié de l'hypothenuse 5, le Probleme se reduit au premier de mes deux Theoremes, en supposant le rayon constant $=1$, & la Tangente $=\frac{4-3}{4+3}=\frac{1}{7}$; ce qui donne $r=6$ & $R=7$. Cette Tangente $\frac{1}{7}$ est la Tangente de l'angle qui sert de complement à l'angle cherché pour le demi-droit ou 45 degrés.

J'ai donc pour premier Terme de la Serie $\frac{3rr+6r+2}{3R^3}$ $=\frac{146}{1029}$, & pour limite $\frac{1}{4a+5\times R^{4a+5}}=\frac{1}{5R^5}$ puisque $a=0$. Or $\frac{1}{5R^5}=\frac{1}{5\times 16807}=\frac{1}{84035}$. Et je suis assûré que l'arc cherché immediatement est entre $\frac{146}{1029}+$ & $\frac{146}{1029}+\frac{1}{84035}$ du rayon, ce qui me donne 8° 7′ 48″, &c. & par conséquent l'angle cherché médiatement est de 36° 52′ 11″, &c. il n'y a qu'environ une tierce de différence. J'ai ces 8° 7′ 48″, &c. par une Regle de trois ou par simple soustraction, sans aucune Table de Sinus, Tangentes & Secantes, ou par la seule Table contenuë dans une petite page imprimée à la fin des Memoires de 1725, p. 317.

Le second Terme $\frac{7rr+14r+2}{35R^7}$ donne $\frac{338}{28.824.005}$, & la somme de ces deux premiers Termes approche de la veritable valeur de l'Arc cherché ou de l'angle cherché, auquel cet Arc sert de mesure, cette somme, dis-je, en approche

à moins de $\frac{1}{9R^9}$; c'est-à-dire, à moins de $\frac{1}{363 \cdot 182 \cdot 463}$; & ainsi de suite à l'infini, ensorte que lorsque $\frac{1}{\overline{4a+5} \times R^{4a+5}}$ sera plus petit que la partie aliquote quelconque du rayon à laquelle on s'est fixé, le Probleme sera pleinement & parfaitement resolu, & comme en poussant le Calcul jusqu'à moins d'une minute du dixiéme genre près, j'ai démontré dans les Memoires de 1725 que cette minute du dixiéme genre étoit entre $\frac{1}{34 \cdot 644 \cdot 566 \cdot 880 \cdot 952 \cdot 299 \cdot 166}$ & la $\frac{1}{34 \cdot 644 \cdot 566 \cdot 880 \cdot 952 \cdot 999 \cdot 167}$ du rayon. Pour sçavoir jusques à quel Terme de la Serie il faut pousser le Calcul pour trouver la valeur de l'angle cherché, à moins d'une minute du dixiéme genre près, il n'y a dans ce Cas qu'à égaler le Dénominateur $\overline{4a+5} \times R^{4a+5}$ au Dénominateur 34. 644. 566. 880. 952. 299. 166, & l'on trouvera que c'est entre le 6me & le 7me Terme. La Regle est generale, & c'est ce que l'on verra plus sensiblement dans l'usage de la grande Table Goniometrique, qui sera expliquée dans un autre Memoire.

REMARQUE.

Les Numerateurs de la Serie ci-dessus, sont

146, 338, 530, 722, 914, 1106, 1298, &c.

dont les exposans sont

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

Et les Dénominateurs, sont

$3R^5$, $35R^7$, $99R^{11}$, $195R^{15}$, $323R^{19}$, $483R^{23}$, $675R^{27}$, &c.

dont les exposans sont

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

C'est une progression reglée dont j'ai expliqué la formation dans les Memoires de 1725, p. 295 & 296.

HISTOIRE
DE
CE QUI A OCCASIONNÉ ET PERFECTIONNÉ
LE RECUEIL DE PEINTURES
DE
PLANTES ET D'ANIMAUX
SUR DES FEUILLES DE VELIN,
CONSERVÉ
DANS LA BIBLIOTHEQUE DU ROY.

Par M. DE JUSSIEU.

LES Arts & les Sciences ſont ſouvent redevables de leurs perfections à des circonſtances qui paroiſſent avoir été des effets du pur haſard: on en jugera par le merite d'un Ouvrage que l'Art de Broder a occaſionné, & par le fruit que la Botanique peut en tirer.

La Broderie étoit ſi en uſage ſous les Regnes de Henry IV & de Loüis XIII, qu'on ne ſe contentoit pas d'en porter ſur les habits, elle faiſoit auſſi l'ornement des meubles que l'on vouloit rendre plus ſomptueux. L'habileté des Ouvriers conſiſtoit à imiter, par le mêlange de l'Or & de l'Argent, des Soyes & des Laines de différentes couleurs, la varieté des plus belles fleurs qu'ils connoiſſoient alors : de-là vint la neceſſité des deſſeins de fleurs, auſquels s'appliquerent ceux qui voulurent exceller dans cet Art de repreſenter avec l'aiguille les Plantes au naturel.

On ne vit paroître en aucun temps plus de livres de fleurs gravées d'après nature. Hœfnagel, Suverts, Theodore de Bry, Vande Pas, ou *Paſſœus*, Langlois, Lafleur & Vallet, en mirent au jour à l'envi les uns des autres : & la pluſpart de ceux à qui ces livres étoient utiles, les faiſoient enluminer pour avoir ſous leurs yeux des modelles à choiſir.

Le luxe de cette mode ſur les habits devint bientôt ſi grand,

que les fleurs ordinaires ne paroiſſant plus ſuffiſantes, on en chercha d'étrangeres, qu'on cultiva avec ſoin, pour fournir aux Brodeurs de nouveaux deſſeins.

C'eſt une obligation que la Botanique euſt à la vanité du ſexe; car il fallut pour l'entretenir, établir en divers endroits du Royaume, des Jardins de fleurs rares & ſinguliéres apportées des Pays les plus éloignés.

Jean Robin fut le premier qui ſe diſtingua à Paris par la culture des fleurs de ce genre, qu'il élevoit pour ce motif dans un Jardin, qui au commencement lui étoit propre, & qui devint par la ſuite en quelque façon celui de Henry IV & de Loüis XIII, depuis que ces Princes entrant dans ſa curioſité, lui eurent donné des appointements avec le titre, tantôt de leur Botaniſte & tantôt de leur Simpliſte.

C'étoit en ce Jardin que Pierre Vallet * Brodeur ordinaire de ces deux Rois, alloit copier d'après la nature les fleurs de la nouveauté deſquelles il vouloit ſe ſervir pour varier ſes ouvrages. Nous avons même encore de lui, ſous les Titres de *Jardin du Roy Très-Chreſtien Henry IV.* & de *Jardin du Roy Très-Chreſtien Loüis XIII,* deux éditions d'un volume *in folio* de Plantes cultivées par Robin, la derniere deſquelles eſt imprimée à Paris en 1623, & dediée à la Reine de Medicis: Il indique dans cet ouvrage à ceux qui en veulent enluminer les Plantes, les couleurs qu'ils doivent employer pour imiter le plus parfaitement leur coloris naturel. Et il y a apparence que c'étoit ſur de pareilles inſtructions que tant d'Enlumineurs s'appliquoient à colorier les livres de Brunsfelſius, de Mathiole & de Fuchs, dont il nous reſte encore tant d'exemplaires défigurés, par le peu de rapport que les couleurs qu'on y a appliquées, ont avec la verité des Plantes dont ils repreſentent les traits.

* Il étoit d'Orleans.

Le nombre des étrangeres augmentant par les acquiſitions qu'en faiſoit tous les jours le Botaniſte Royal, & ne pouvant plus ſuffire ſeul aux ſoins de leur recherche & de leur culture, il obtint du Roy que Veſpaſien Robin ſon fils devint ſon adjoint. Il s'étoit acquis ſous ſon Pere beaucoup de reputation dans ce fait, & nous en avons des preuves par un Cata-

logue Latin qu'il fit imprimer en 1624, d'environ 1800 Plantes qu'ils cultivoient tous les deux dans ce Jardin qu'ils avoient en commun.

Mais l'établissement qui deux années après se fit au Faux-bourg S.t Victor, d'un Jardin Royal, dans la vûë de l'instruction des Etudians en Medecine, donna occasion à une telle augmentation de Plantes étrangeres, que Guy de la Brosse Medecin y plaçoit par la faveur du Roy & de ses Ministres, que tous les Jardins des Curieux s'en ressentirent. On les vit bientost se parer de presque toutes celles que cet industrieux Botaniste tiroit, non seulement de toutes les parties de l'Europe, mais encore du Canada, des Isles Antilles, & des Indes Orientales où nos François établissoient des Colonies.

Les Graveurs même, qui auparavant, & lorsque les belles fleurs étoient rares, n'en avoient pû donner des figures que par parties, trouvant ces sortes de Plantes plus multipliées, en representérent depuis cet établissement encore de plus entieres.

Pierre Firens fut un de ceux, qui après Vallet, les fit graver par Daniel Rabel en un plus grand volume, & avec toutes leurs parties, dans un livre *in folio* imprimé à Paris en 1632, sous le nom de *Theatrum Floræ*.

Et Guy de la Brosse, dans le dessein de faire connoître la superiorité du Jardin du Roy, se servit de la main d'Abraham Bosse pour representer en un volume *in folio*, du double plus grand, les Plantes singuliéres qu'il y élevoit, & qui manquoient aux autres Jardins.

C'étoit un ouvrage d'une grande entreprise, de l'échantillon duquel nous avons cinquante Planches; dans ce nombre il y a certaines especes qu'aucun Botaniste depuis lui ne peut se vanter d'avoir possedées. Ces cinquante Planches que feu M. Fagon son neveu maternel sauva long-temps après des mains d'un Chaudronnier, auquel les heritiers de la Brosse qui connoissoient peu leur merite, les avoient livrées, étoient les restes de près de quatre cens autres qui étoient déja gravées.

Cette curiosité de fleurs se nourrissoit non seulement par

la multiplication de ces ſortes de livres de deſſeins, mais encore par un commerce ouvert qui ſe faiſoit à Paris, avec les autres Villes de l'Europe, de Semences, de Racines, de Bulbes & de Pieds de Plantes rares que les curieux ſe communiquoient, inſtruits par des Catalogues imprimés contenant celles qu'ils poſſedoient, pour apprendre à leurs correſpondans ce qui leur manquoit, & ce qu'ils étoient en état de leur fournir en échange.

Les Princes même ſe faiſoient honneur de ce commerce curieux. Gaſton de France Duc d'Orleans qui fut un de ceux-là, commença d'abord à élever des Plantes rares au Luxembourg, à l'endroit où eſt aujourd'hui le Jardin de Madame la Princeſſe; & pour n'être pas privé de ce plaiſir pendant les longs ſéjours qu'il faiſoit à Blois, il y éleva auſſi un Jardin pour lequel il ſemble avoir eû une prédilection, ſi l'on en juge par les trois différentes Editions qui ſe ſont faites du Catalogue des Plantes qu'il y cultivoit.

Les avis que ce Prince fait donner au public dans ceux de 1653 & 1654, du deſſein qu'il avoit d'acquerir par argent ou par échange tout ce qui lui manquoit, font foi de la paſſion qu'il avoit pour cette partie de l'Hiſtoire naturelle. Mais cette paſſion eſt bien plus marquée par la dépenſe de l'entretien de M.[rs] Brunier, Laugier, Moriſſon & Marchant, quatre celebres Botaniſtes qu'il penſionnoit pour contribuer à l'embelliſſement de ſon Jardin.

Il ne ſe contenta pas d'y voir croître les Plantes rares de la France, & celles qu'on y apportoit des Pays les plus éloignés, il voulut encore que ſon Cabinet fut orné des deſſeins & des Peintures qu'il en faiſoit faire d'après le naturel.

Entre pluſieurs Deſſinateurs & Peintres en Miniature, qu'il avoit employés pour ce ſujet, aucun ne réüſſit mieux que Nicolas Robert *, dont perſonne n'a pu égaler le pinceau.

* de Langres.

Il dépeignoit ces Plantes chacune ſur une feüille de Velin de la grandeur d'un *in folio*, avec une telle exactitude, que la moindre petite partie y eſt exprimée dans ſa perfection : & lorſqu'il ſe preſentoit quelque Oiſeau ou quelqu'autre

Animal dans la Menagerie du Prince, il les peignoit sur de semblables feüilles, ensorte que Gaston se trouva insensiblement avoir un assés grand nombre de ces miniatures pour en pouvoir former divers porte-feüilles, dont la vûë frequente lui servoit d'une noble recréation.

Ces porte-feüilles après la mort de ce Prince, qui arriva le 3 Fevrier 1660, parurent à M. Colbert un objet digne de la curiosité de Loüis XIV, qui étoit connoisseur & amateur des belles choses, ce qui porta ce ministre à lui en proposer l'acquisition, & de faire créer en faveur d'un aussi excellent sujet la charge de Peintre du Cabinet, autant pour lui tenir lieu de quelque recompense, que pour l'engager à continuer un projet aussi avancé.

Ainsi Robert, flatté par la liberalité du Roy, s'attacha si fidellement à son objet, que par un travail assidu, d'environ vingt ans qu'il vecut encore, on vit paroître un recüeil de figures d'Oiseaux & de Plantes, aussi singulieres par leur rareté que par la beauté & l'exactitude de leurs desseins.

On peut juger par le temps que cet excellent homme mettoit à rendre parfaites ces feüilles, & par le prix que Loüis XIV lui en donnoit, à l'exemple de Gaston, car elles lui coûtoient cent livres pieces; qu'il n'y avoit guere qu'un Prince qui pût soûtenir la continuation d'un tel ouvrage.

Si cet habile Peintre, jaloux de la curiosité de son Maître, qui seul vouloit posseder les pieces de la main d'un homme unique en ce genre, a été assés fidelle pour n'en peindre dans ce goust pour qui que ce soit, il n'a pas laissé de se copier lui-même, d'une maniere, qui sans le rendre coupable, a fait connoître à toute l'Europe son talent.

Ç'a été en gravant de sa main à l'eau forte des Oiseaux, des couronnes, des vases & des Bouquets de fleurs de différente grandeur & propres aux Brodeurs. Ce dernier Recüeil a pour titre, *Icones variæ ac multiformes florum appressæ ad vivum*, qui se vend aujourd'hui chés Poilly à l'image S. Benoist.

Ses peintures même d'Oiseaux & de Plantes, qui dans le

grand dessein qu'avoit M. Colbert, de faire travailler l'Academie Royale des Sciences à une Histoire generale des Plantes & des Animaux, servirent à l'execution de ce projet, ont été recherchées dans la suite par l'exactitude & la correction du dessein qu'il s'étoit renduës familieres.

C'est pour cela que l'on trouve dans quelques cabinets certaines de ses copies si fidellement executées, qu'on les prendroit pour ses originaux. Elles sont l'ouvrage de M. le Roy & de Mademoiselle Perraut ses éleves, qu'il formoit pour la miniature; cette derniere l'a possedée assés bien pour en donner aux Princesses de la Cour des *Leçons* qu'elle a appellées *Royales* dans un petit livre *in 12*, imprimé à Paris.

Voilà comme un travail & un talent qui n'avoient eû d'abord de la part de Robert que la curiosité & la broderie & les fabriques d'ouvrages de laine & de soye en vûë, sont devenus par le goust de deux grands Princes, le fondement d'un recüeil de pieces d'Histoire naturelle qui sont uniques.

Ni la mort de Robert arrivée en 1684, ni celle du Ministre qui l'avoit produit au Roy, ne firent pas cesser l'ouvrage: le S.r Joubert Peintre ordinaire de M. le Prince de Condé, devint aussi celui du Cabinet du Roi; & comme il étoit plus habile à peindre des païsages, qu'à representer des Plantes, il se servit de différentes mains, & se reposa enfin de ce soin sur le S.r Aubriet, qu'il avoit en partie formé dans la miniature.

Celui-ci excité par le zele ardent qu'avoit pour la Botanique feu M. Fagon Professeur des Plantes au Jardin Royal & Medecin alors de la Reine, au lieu d'environ douze feüilles que son predecesseur avoit coûtume d'en presenter au Roy chaque année, en livra d'abord une trentaine, qui sous les yeux de M. Fagon acqueroient une nouvelle perfection.

La Mênagerie de Versailles qui se remplissoit alors de tous les animaux les plus rares, amenés des pays les plus éloignés, & sur-tout d'un nombre prodigieux d'Oiseaux singuliers, fournissoit au nouveau Peintre de nouveaux sujets de perfectionner son talent.

Mais

Mais quel accroiſſement ne reçût point alors ce recüeil, lorſque cet illuſtre amateur de la Botanique & des autres parties de l'Hiſtoire naturelle, parvenu à la charge de premier Medecin de Loüis XIV, ſe fut declaré le protecteur des Botaniſtes, le S.r Aubriet gratifié d'un logement au Jardin Royal, & aſſûré de la ſurvivance de Joubert, pouvoit à peine ſuffire pour tout ce qui y arrivoit de curieux, ſous les auſpices de celui que le Roi en venoit de faire le Sur-Intendant.

Celui-ci tâcha de faire revivre en ce peintre le genie & le gouſt naturel, qui avoit rendu Robert ſans égal; à quoi ne contribua pas peu l'attention qu'euſt M. de Tourneſort à lui faire tirer d'après nature toutes les parties détachées de chaque Plante, d'une maniere ſi exacte, qu'elles ont depuis ſervi à établir les claſſes & les genres dont eſt formé le ſyſteme des Elements de ce celebre Botaniſte.

M. Fagon jugea même qu'en donnant ce peintre à M. de Tourneſort, lorſque Loüis XIV l'envoya dans le Levant, pour y faire des recherches utiles à la Botanique, il pourroit non ſeulement ſe perfectionner dans ce genre de deſſein, à la vûë des Plantes étrangeres, telles qu'elles ſont ſur les lieux, mais encore y faire une proviſion d'eſquiſſes, qui à ſon retour lui fourniroient une ample matiere pour augmenter conſiderablement ce recüeil; en effet, le nombre des miniatures qu'il y a ajoûtées dans l'eſpace d'environ vingt-cinq ans, excede de beaucoup celui de Robert.

M. le Premier Medecin qui voyoit avec plaiſir l'utilité de ce travail, qui ſe continuoit à la vûë & à la ſatisfaction du Roi, ſe propoſant d'y donner un arrangement qui ſervit de regle à ceux, qui dans la ſuite travailleroient à cet ouvrage, obtint de Loüis XIV d'être pendant quelque temps dépoſitaire de tous ces volumes : mais la mort de ce Prince qui arriva en 1715, ne lui ayant pas permis de les garder plus long-temps, il les remit au cabinet du Roi, d'où par ordre de feu M. le Duc d'Orleans, alors Regent, ils furent tranſportés à la Bibliotheque du Roy entre les mains de

M. l'Abbé de Louvois Bibliothequaire du Roy.

M. l'Abbé Bignon son successeur dans cette charge, touché de la cessation de cet ouvrage, par un amour du progrés des Sciences & des Arts qui lui est naturel, & dont il a donné tant de preuves, a fait son possible pour faire continuer cet œuvre; & si par la circonstance des affaires du temps, il n'a pas encore pû y réüssir, au moins est-il entré dans les vûës de M. Fagon, & a jugé qu'afin que ce thresor fut de quelque utilité au public, il étoit important d'arranger ces miniatures par les classes & les genres ausquels elles peuvent se rapporter : ce qui au premier coup d'œil doit être également instructif pour les amateurs des Plantes & des Oiseaux, qui en voudront sçavoir les caracteres, & utile à ceux qui seront chargés du soin de faire peindre dans la suite les especes ou les nouveaux genres qu'on voudra y ajoûter.



DE LA POUSSÉE DES TERRES CONTRE LEUR REVÊSTEMENT, ET DE LA FORCE DES REVESTEMENTS QU'ON LEUR DOIT OPPOSER.

Par M. COUPLET.

SECONDE PARTIE.

Où l'on examine la Poussée des Terres contre des Revêtements dont les surfaces sont graveleuses & inégales, & où l'on détermine les épaisseurs que les Revêtements doivent avoir pour leur résister.

DANS la premiére partie de ce Mémoire, j'ai toûjours regardé les Revêtements comme des corps parfaitement polis, & dans cette hypothese, l'effort des Terres a dû être horisontal, c'est-à-dire perpendiculaire à la surface polie & verticale du Revêtement contre laquelle elles poussoient, & par conséquent appliqué à un levier égal aux deux tiers de la hauteur du Revêtement. *Comme je l'ai fait voir.* 11 Janv. 1727.

Mais si l'on veut considérer les Revêtements comme des corps graveleux, la poussée des terres ne sera plus horisontale, c'est-à-dire perpendiculaire à la hauteur du revêtement, mais perpendiculaire aux grains ou inégalités du revêtement sur lesquels cet effort se fera.

Et pour lors la Poussée des Terres ne sera plus appliquée au levier vertical, égal aux deux tiers de la hauteur du revêtement, mais à un levier incliné qui sera beaucoup plus court.

Comme les revêtements sont composés de pierres ou briques, chaux & sable, qui ne donnent jamais des surfaces

polies, je crois qu'il eſt néceſſaire d'éxaminer quelle ſera la Pouſſée des Terres contre ces ſurfaces graveleuſes & inégales, & de donner la conſtruction des revêtements capables de réſiſter à l'effort des Terres qui pouſſent contre ces ſurfaces.

Cet éxamen eſt d'autant plus néceſſaire, qu'il ſe trouve une différence notable entre l'épaiſſeur des revêtements que nous avons regardé comme polis, & celle de ceux dont les ſurfaces ſont graveleuſes & inégales, & que l'épaiſſeur de ces nouveaux revêtements graveleux, comme ils le ſont tous, approche plus de celle que l'expérience a fait connoître à nos plus habiles Ingénieurs & Architectes, quoi-qu'ils n'ayent pas déterminé quelle eſt la quantité du revêtement employée pour faire équilibre avec l'effort des Terres, ni connu ce qui leur reſtoit pour la ſolidité du revêtement.

Mais comme les Terres prennent différents talus, nous avons éxaminé les Terres ſur tous ces différents talus, & nous avons déterminé les baſes des revêtements qui leur conviennent.

Pour cela nous avons premiérement conſidéré les Terres comme des grains ou petits boulets qui ſont chacun appuyé ſur trois autres grains, ce qui forme des Tétraëdres.

Suivant cette hypotheſe de l'arrangement des Terres, nous avons éxaminé deux différents talus, ſçavoir celui qui eſt formé par la face du Tétraëdre, & celui qui eſt formé par l'arrête du même Tétraëdre.

Secondement, nous avons conſidéré les Terres comme des grains appuyés, chacun ſur quatre autre grains, ce qui forme des pyramides dont les baſes ſont quarrées, & nous avons éxaminé le talus formé par les faces de ces pyramides quarrées.

Quoi-que le talus de la face de la pyramide quarrée ſoit égal à celui qui eſt formé par l'arrête du Tétraëdre, cependant les Terres qui ſont ſur la face de la pyramide quarrée, pouſſent davantage que celles qui ſont ſur un talus formé par l'arrête du Tétraëdre.

Et comme les Terres qui ſont ſur un talus formé par la face du Tétraëdre, pouſſent encore autrement que celles qui

sont sur l'arrête du Tétraëdre, & sur la face de la pyramide quarrée, j'ai examiné ces trois différentes poussées, & j'ai cherché les bases des revêtements qu'il faut opposer à ces trois especes de poussées, & j'ai donné des Tables où l'on trouve les bases de ces revêtements pour les trois talus différents.

THEOREME I.

La hauteur, la base & la longueur d'un talus formé par les faces d'un Tétraëdre, sont entr'elles comme $\sqrt{8}$, 1 & 3.

DÉMONSTRATION.

Si du sommet A du Tétraëdre l'on abbaisse une perpendiculaire AN sur sa base BCD, elle sera la hauteur du Tétraëdre, & celle des talus formés par ses faces, & le point N sera le centre de gravité de sa base BCD. Fig. 1.

Maintenant si par le point N l'on tire DNM, l'on aura $MN = \frac{MD}{3}$.

Ainsi en faisant $MN = 1$, l'on aura $MD = 3$ & $ND = 2$.

Enfin si par le point M l'on tire MA, cette ligne sera la longueur du talus formé par la face BAC du Tétraëdre, laquelle ligne MA étant $= MD$, sera $= 3$. Cela posé, puisque le triangle ANM est rectangle, l'on aura

$$AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \sqrt{9 - 1} = \sqrt{8}.$$

Donc la hauteur AN, la base MN, & la longueur MA du talus formé par la face BAC du Tetraëdre, sont entr'elles comme $\sqrt{8}$, 1 & 3. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Si l'on fait la hauteur AN du talus $= a$, l'on aura la base $MN = \frac{a}{\sqrt{8}} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$.

Et la longueur AM sera $= \frac{3a}{\sqrt{8}} = \frac{3a}{2\sqrt{2}}$.

THEOREME II.

Fig. 1. *Si plusieurs grains de sable arrangés chacun sur trois autres grains se soûtiennent sans revêtement, la hauteur, la base & la longueur de leur plus grand talus, seront entr'elles comme $\sqrt{2}$, 1, & $\sqrt{3}$, & ce plus grand talus est l'arrête du Tétraëdre.*

DÉMONSTRATION.

Les grains de sable s'arrangeant de maniere qu'un grain est, par l'hypothese, toûjours appuyé sur trois autres grains, tous les grains formeront ensemble un Tétraëdre, ou prendront des talus semblables à ceux d'un Tétraëdre.

Or le plus grand talus d'un Tétraëdre est celui qui est formé par son arrête AD.

Donc le plus grand talus que puissent prendre les sables est égal à celui qui est formé par l'arrête AD d'un Tétraëdre.

Mais la hauteur AN, la base ND, & la longueur AD de cette arrête, sont entr'elles comme $\sqrt{2}$... 1... & $\sqrt{3}$.

Car si du sommet A du Tétraëdre l'on abbaisse une perpendiculaire AN sur sa base BCD, cette perpendiculaire tombera sur le centre de gravité N de cette base, & si de l'angle D de cette même base on tire une ligne DNM par son centre de gravité N, l'on aura $MD = 3MN$ & $ND = 2MN$.

Mais $MD = AM$, parce que les faces du Tétraëdre sont égales. Donc AM est aussi $= 3MN$.

Ainsi en faisant $MN = 1$, l'on aura $AM = 3$, & $ND = 2$.

Et à cause de l'angle droit ANM, l'on aura

$$AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \sqrt{9 - 1} = \sqrt{8}.$$

Et à cause de l'angle droit AND, l'on aura l'arrête

$$AD = \sqrt{AN^2 + ND^2} = \sqrt{8 + 4} = \sqrt{12}.$$

Donc la hauteur AN, la base ND & la longueur AD

du talus de l'arrête, sont entr'elles, comme $\sqrt{8}$... 2... & $\sqrt{12}$... ou comme $\sqrt{2}$... 1... & $\sqrt{3}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Si l'on appelle a la hauteur AN du Tétraëdre, la base ND du talus sera $\frac{a}{\sqrt{2}}$, & la longueur AD sera $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Car puisque nous avons trouvé la hauteur AN, la base ND, & la longueur AD entr'elles, comme $\sqrt{2}$... 1... & $\sqrt{3}$, nous aurons la base ND par cette analogie, $\sqrt{2} : 1 :: a : \frac{a}{\sqrt{2}}$, dont le quatriéme terme $\frac{a}{\sqrt{2}}$ sera la valeur de la base $ND = AH$, l'on aura de même la longueur AD du talu de l'arrête par cette analogie $\sqrt{2} : \sqrt{3} :: a : \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, dont le quatriéme terme sera la valeur de la longueur AD du talus formé par l'arrête du Tétraëdre.

Ainsi la hauteur, la base, & la longueur d'un talus formé par l'arrête d'un Tétraëdre, seront exprimées par a, $\frac{a}{\sqrt{2}}$, & $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME III.

La hauteur, la base & la longueur du talus formé par la face de la pyramide quarrée, sont entr'elles $:: \sqrt{2}, 1,$ *&* $\sqrt{3}$, *comme dans l'arreste du Tétraëdre.* Fig. 2.

DÉMONSTRATION.

Soit un grain A appuyé sur quatre autre grains, si du centre A de ce grain l'on tire des lignes AB, AC, AE, AG, aux centres des quatre grains qui soûtiennent le grain A, & si l'on tire les lignes EB, BC, CG, GE, c'est-à-dire, si l'on joint par des lignes droites les centres des grains qui se touchent, toutes ces lignes droites seront égales, & formeront une piramide qui aura pour base le quarré $BCGE$, & pour faces les quatre triangles équilatéraux ABC, ACG, AGE, AEB.

Maintenant si du sommet A l'on tire une perpendiculaire AN sur la base, le point N sera le milieu de cette base, & la perpendiculaire AN sera la hauteur de la piramide.

Enfin si du point N, milieu du quarré qui sert de base à la piramide, l'on tire ND au milieu de BC, & si l'on tire AD il est évident que AD sera la longueur du talu formé par la face ABC, & ND sera le fruit ou la base de ce talu.

Puisque les lignes AB, BC, BE, &c. qui joignent les centres des grains qui se touchent, sont égales, si l'on fait chacune de ces lignes $=2$, l'on aura $BD = \frac{BC}{2} = 1$.

On aura aussi $DN = \frac{DF}{2} = \frac{BE}{2} = 1$.

Et à cause du triangle rectangle ADB, l'on aura

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}.$$

Et à cause du triangle rectangle AND, l'on aura

$$AN = \sqrt{AD^2 - DN^2} = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}.$$

Donc $AN : ND : AD :: \sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$, c'est-à-dire que la hauteur AN, la base ND & la longueur AD du talu formé par la face ABC de la piramide composée de cinq grains, sont $:: \sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$ comme la hauteur, la base & la longueur du talu formé par l'arrête du Tétraëdre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Si l'on fait la hauteur $AN = a$, l'on aura la hauteur AN, la base ND & la longueur AD du talu formé par la face de la piramide quarrée $= a$, $\frac{a}{\sqrt{2}}$, $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, comme dans le Corollaire du Theoreme II.

THEOREME

THEOREME IV.

La pesanteur du grain A *est à l'effort qu'il fait suivant la direction* AM *du talus formé par la face* BAC *du Tétraëdre, comme* $V2$ *est à* 1.

DÉMONSTRATION.

Soit tirée *NQ* paralléle au talus *MA*, & *NP* paralléle à l'arrête *AD* du Tétraëdre, l'on aura un parallélogramme *APNQ*, qui aura pour diagonale la verticale *AN*. Ainsi en exprimant la pesanteur du grain *A* par cette diagonale verticale *AN*, elle se décomposera en deux forces exprimées par *AP* & *AQ*. Fig. 1.

Mais la force *AQ* est entierement soûtenuë par le grain *Q*. Donc il ne reste au grain *A* que la force *AP* suivant la longueur *AM* du talus formé par la face *BAC* du Tétraëdre, ainsi la pesanteur du grain *A* est à l'effort qu'il fait suivant $AM :: AN : AP$.

Mais $AP = \frac{2AM}{3}$. Car à cause des paralléles *AD*; *PN*, l'on aura $AP : AM :: ND : MD :: 2 : 3$. Ce qui donne $AP = \frac{2AM}{3}$. Ainsi la pesanteur du grain *A* est à l'effort qu'il fait, suivant $AM :: AN : \frac{2AM}{3}$.

Mais par le Theoreme I. $AN : AM :: V8 : 3 :: 2V2 : 3$; & par conséquent $AN : \frac{2AM}{3} :: 2V2 : 2 :: V2 : 1$. Donc la pesanteur *AN* du grain *A* est à l'effort *AP*, ou $\frac{2AM}{3}$ qu'il fait suivant la longueur *AM* de la face du Tétraëdre $:: V2 : 1$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME V.

La pesanteur d'un grain A est à l'effort qu'il fait sur chacun des trois grains qui le soûtiennent :: $\sqrt{6} : 1$, *& cet effort se fait toûjours suivant l'arrête d'un Tètraëdre.*

DÉMONSTRATION.

Fig. 1. Soit tirée NP paralléle à AD qui passe par les centres des boulets de l'arrête du Tétraëdre, & NQ paralléle à AM, l'on aura un parallélogramme $APNQ$, qui aura pour diagonale la verticale AN.

Ainsi en exprimant la pesanteur du grain A par cette diagonale verticale AN, elle se décomposera en deux forces exprimées par AP & AQ.

Mais la force AP étant dans le plan du triangle ABC, est entierement soûtenuë par les grains des deux arrêtes AB, AC, ensorte qu'il ne reste au grain A que la force AQ pour presser le grain Q dans la direction de l'arrête AD.

Mais $AQ = \frac{AD}{3}$. Car à cause des paralléles MA, NQ, l'on aura $AQ : AD :: MN : MD :: 1 : 3$. Ce qui donne $AQ = \frac{AD}{3}$.

Donc la pesanteur d'un grain A est à l'effort qu'il fait sur un grain Q qui le soûtient :: $AN : \frac{AD}{3}$.

Mais puisque par le Theoreme II. $AN : AD :: \sqrt{2} : \sqrt{3}$, l'on aura $AN : \frac{AD}{3} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$, c'est-à-dire, la pesanteur AN d'un grain A : l'effort AQ ou $\frac{AD}{3} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Mais $\sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3} :: \sqrt{18} : \sqrt{3} :: \sqrt{6} : 1$.

Donc la pesanteur du grain A est à l'effort qu'il fait suivant l'arrête AD sur le grain Q qui le soûtient :: $\sqrt{6} : 1$.

Et comme le grain A presse également les trois grains G, Z, Q qui le soûtiennent, il s'ensuit que la pesanteur du grain A est à l'effort qu'il fait sur chacun des grains qui le

soûtiennent $:: \sqrt{6} : 1$, & que cet effort est toûjours suivant les arrêtes d'un Tetraëdre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME VI.

La pesanteur d'un grain A *appuyé sur quatre autres grains de la pyramide quarrée, est à l'effort qu'il fait suivant la longueur* AD *du talus formé par la face de la même pyramide* $:: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ *ou bien* $:: 1 : \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. Fig. 2.

DÉMONSTRATION.

Si l'on tire NP paralléle à la longueur AF de la face AGE, & NQ paralléle à la longueur AD de la face ou talus formé par la face ABC, l'on aura un parallélogramme $APNQ$, qui aura pour diagonale la verticale AN, & dont le côté AP sera $= \frac{AD}{2}$. Car NP étant paralléle à la ligne AF, & coupant FD en deux parties égales, coupera aussi AD en deux également.

Ainsi exprimant la pesanteur du grain A par la diagonale verticale AN, elle se décomposera en deux forces AQ, AP. Mais la force AQ étant dans le plan du triangle AGE, est soûtenuë par les grains G, E. Donc il ne reste au grain A que la force AP suivant la longueur AD du talus formé par la face ABC.

Ainsi la pesanteur du grain A est à l'effort qu'il fait, suivant $AD :: AN : AP$: ou bien $:: AN : \frac{AD}{2}$.

Mais par le Theoreme III, $AN : AD : \sqrt{2} : \sqrt{3}$, & par conséquent $AN : \frac{AD}{2} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Donc la pesanteur AN est à l'effort AP ou $\frac{AD}{2}$ que le grain A fait suivant la longueur AD du talus formé par la face $ABC :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} :: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ ou $:: 1 : \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE POUR LES THEOREMES IV, V & VI.

Fig. 1. Puiſque nous regardons les Revêtements comme des corps graveleux, c'eſt-à-dire, des corps dont les ſurfaces ſont inégales & grenées telles que des murailles bâties de pierres, chaux & ſable, les doivent avoir; il eſt évident que ces Revêtements préſenteront aux ſables qu'ils doivent retenir, une ſurface ſur les grains de laquelle les grains de ſable s'appuyeront, comme le grain *A* s'appuye ſur le grain *Q*, lorſque les Terres préſentent au revêtement un talus formé par l'arrête d'un Tétraëdre, comme dans la figure premiére, & comme le grain *A* s'appuye ſur les grains *G* & *Z*, lorſque les Terres préſentent au revêtement un talus formé par la face d'un Tétraëdre, c'eſt-à-dire, quand un grain *A* appuyé ſur trois grains, eſt appuyé ſur deux grains *G* & *Z* du côté du revêtement, *(fig. 1.)*

Fig. 2. Et comme le grain *A* s'appuye ſur les grains *B* & *C*, *(fig. 2,)* lorſque les Terres préſentent au revêtement un talus formé par la face d'une pyramide quarrée, c'eſt-à-dire, lorſqu'un grain *A* appuyé ſur quatre grains *B*, *C*, *G*, *E*, eſt appuyé ſur deux grains *B*, *C*, du côté du revêtement, & par deux autres grains *G*, *E*, du côté du terreplain.

Fig. 1. Mais le grain *A* qui eſt appuyé ſur trois grains *G*, *Z*, *Q*, fait ſur le grain *Q* qui le ſoûtient du côté du revêtement, un effort qui eſt à ſa peſanteur :: $1 : \sqrt{6}$ ſuivant le Théoreme V, & cet effort ſe communique juſqu'au grain *D* du revêtement ſuivant l'arrête du Tétraëdre, lorſque le revêtement eſt du côté de cette arrête, & comme chaque grain qui ſe trouve dans les arrêtes aboutiſſantes au revêtement, fait contre le revêtement le même effort que le grain *A*, il s'enſuit que tous les grains qui ſont dans le triangle *ADH*, c'eſt-à-dire, entre le talus naturel *AD* des Terres & le revêtement *HD*, font contre le revêtement un effort qui eſt à leur peſanteur totale :: $1 : \sqrt{6}$.

Fig. 1. Le même grain *A* qui s'appuye ſur deux grains *G*, *Z*, du côté de la face du Tétraëdre, faiſant des efforts qui ſe commu-

niquent par les arrêtes AC, AB jusqu'au revêtement qui seroit du côté de la face du Tetraëdre, fait un effort composé suivant la longueur APM de cette face qui est à sa pesanteur :: 1 : $\sqrt{2}$, suivant le Théoréme IV ; & comme tous les grains qui sont dans des faces de Tétraëdre communiquantes au revêtement font contre le revêtement le même effort suivant la longueur de la face du Tétraëdre, il s'ensuit que tous les grains qui sont entre le revêtement & le talus ABC que les Terres prennent naturellement du côté de la face du Tétraëdre, font contre le revêtement un effort total qui est à leur pesanteur totale :: 1 : $\sqrt{2}$, lorsque le revêtement est du côté de la face du Tétraëdre.

Lorsque le grain A est appuyé sur quatre grains B, C, G, E, c'est-à-dire, sur deux grains B, C du côté du revêtement, & sur deux grains E & G du côté du terreplain du Rempart, il fait deux efforts suivant les arrêtes AB, AC de la pyramide quarrée, qui se communiquent jusqu'au revêtement, & de ces deux efforts il en résulte un suivant la longueur AD de la face de la pyramide quarrée, qui est à la pesanteur du grain $A :: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ suivant le Théoreme VI, & comme tous les grains qui sont sur le talus ABC font le même effort contre le revêtement qu'on suppose du côté de ce talus, il s'ensuit que la pesanteur de tous les grains qui poussent contre le revêtement, c'est-à-dire, qui sont entre le revêtement & le talus formé par la face de la pyramide quarrée, est à l'effort total qu'ils font contre ce revêtement, comme $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$. Fig. 2.

AVERTISSEMENT I.

Nous exprimerons toûjours la pesanteur des Terres ou Sables dont le terreplain du Rempart est formé & chargé, par leur profil.

AVERTISSEMENT II.

Soient les Terres ADH qu'il faut soûtenir par un revêtement HDB, si par l'extrémité B de la base du revêtement Fig. 3.

l'on tire une ligne *BO*, cette ligne *BO* divisera le revêtement en deux parties *HFB*, *FDB*, & les Terres en deux parties *OFH*, *ADFO*.

Or il est évident que la partie *ADFO* des Terres ne fera aucun effort pour renverser le revêtement, puisqu'elle s'appuyera sur la partie *FDB* du revêtement, comme elle s'appuyeroit sur un pareil volume de Terre, mais qu'au contraire elle feroit effort pour retenir cette partie *FDB* du revêtement, en cas que l'autre partie *HFB* voulût l'entraîner avec elle en cas de renversement.

Donc il ne faut point comprendre la partie *ADFO* des Terres dans celles qui font effort pour renverser le revêtement, mais seulement la partie *OFH*.

Et si l'on veut se mettre dans le cas le plus désavantageux, c'est-à-dire, dans le cas où le revêtement est plus facile à renverser, il faut supposer que la partie *HFB* du revêtement n'est pas liée avec l'autre partie *FDB*, & que par conséquent le revêtement cassera suivant *FB*, & qu'il n'y aura que la partie *HFB* qui sera renversée, parce que l'autre partie *FDB*, est, comme nous l'avons dit, retenuë par les Terres *ADFO*. Au lieu que si nous le faisions casser suivant l'horisontale *DB*, le revêtement seroit plus difficile à renverser, puisque la partie *HFB*, contre laquelle poussent les Terres, seroit obligée d'entraîner avec elle la partie *FDB*, & de vaincre la résistance des Terres *ADFO*.

En un mot le revêtement sera toûjours plus difficile à casser horisontalement que parallélement au talus *AD* des Terres; car si l'on veut le faire casser suivant une ligne horisontale *FR*, il est évident que pour lors les Terres *OFTZ* feront effort pour retenir la partie *TFR*, & pour empêcher que le revêtement ne casse suivant *FR*, de la même maniere que la partie *ADFO* des Terres retenoit la partie *FDB* du revêtement.

Donc le revêtement sera toûjours plus facile à casser suivant *FB*, ou suivant *TR* parallélement au talus *AD* des Terres, car pour lors les Terres ne feront aucun effort pour le retenir.

C'est, suivant cette hypothese, que j'ai résolu les Problemes suivants.

PROBLEME I.

Déterminer l'énergie des Terres pour renverser le Revêtement.

SOLUTION.

Soit ADH le profil des Terres qu'il faut soûtenir. Fig. 3.

HDB le revêtement qui les doit soûtenir.

Et AD le talus quelconque que les Terres prendroient pour se soûtenir elles-mêmes sans revêtement.

Par l'extrémité B de la base du revêtement, soit tirée BO paralléle au talus AD des Terres, cette ligne divisera les Terres ADH en deux parties $ADFO$, OFH, dont la premiére $ADFO$ ne contribuëra point à renverser le revêtement, puisqu'elle se soûtiendra sur la partie FDB du revêtement, de la même maniere qu'elle se soûtiendroit sur des Terres mises en sa place.

Il n'y aura donc que la partie OFH, qui sera effort pour renverser le revêtement, en le cassant suivant la ligne FB.

Maintenant soit la hauteur AN des Terres, comme aussi celle HD du revêtement .... $= a$

La base ND du talus que prennent les Terres .... $= b$

Le talus AD .... $= c$

La base DB du revêtement .... $= x$

A cause des triangles semblables AND, FDB, l'on aura $ND : DB :: AN : FD$, c'est-à-dire, $b : x :: a : FD = \frac{ax}{b}$, & par conséquent $HF = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab - ax}{b}$.

Et à cause des paralléles OB, AD, l'on aura $AO = DB = x$, & par conséquent l'on aura $OH = AH - AO = b - x$.

Multipliant cette valeur de OH, qui est $b - x$, par la moitié de la valeur de HF, c'est-à-dire, par $\frac{ab - ax}{2b}$, le produit $\frac{abb - abx - abx + axx}{2b} = \frac{abb - 2abx + axx}{2b}$ sera la sur-

face du triangle OFH, c'est-à-dire, le profil des Terres qui poussent pour renverser le revêtement, par lequel profil nous exprimerons toûjours la pesanteur des Terres.

Soit cette pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font parallélement à leur talus $AD :: f : \varphi$, l'on aura l'effort desdites Terres OFH, par cette analogie $f : \varphi :: \frac{abb - 2abx + axx}{2b} : \frac{\varphi abb - 2\varphi abx + \varphi axx}{2bf}$, dont le quatriéme terme sera l'effort que les Terres OFH font contre le revêtement HDB, parallélement à leur talus AD.

Mais cet effort étant réüni au centre de gravité P du triangle OFH, & se faisant suivant PV, paralléle au talus AD, est appliqué au bras de levier BV tiré du point d'appui B perpendiculairement sur PV.

Il faut donc chercher ce levier BV pour le multiplier par l'effort que nous avons trouvé suivant PV.

Soit BL paralléle à NA, les triangles rectangles AND, LVB seront semblables, l'on aura donc $AD : ND :: LB : BV$.

Mais $AD = c$, $ND = b$, & $LB = SF$, & à cause que PV passe par le centre de gravité P du triangle OFH, & qu'elle est paralléle à son côté OF, $SF = \frac{HF}{3} = \frac{ab - ax}{3b}$.

Ainsi l'analogie $AD : ND :: LB : BV$ se change en celle-ci.................... $c : b :: \frac{ab - ax}{3b} : BV$. D'où l'on tire $BV = \frac{abb - abx}{3bc} = \frac{ab - ax}{3c}$.

Multipliant cette valeur du levier BV par l'effort des Terres OFH, qui lui est appliqué, le produit $\frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c}$ sera l'énergie des Terres OFH, qui font effort pour renverser le revêtement. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME

PROBLEME II.

Trouver l'énergie d'une masse de Terre AI, *dont le terre-plain du Rempart seroit chargé.*

SOLUTION.

Soit comme dans le Probleme précédent la hauteur QL des Terres .... $= a$ Fig. 4.

La base LX de leur talus ou QH .... $= b$

La longueur QX de ce talus .... $= c$

La base ZX du revêtement .... $= x$

Si par l'extrémité Z du revêtement, l'on tire AZ paralléle au talus QX, l'on aura AQ .... $= ZX = x$

Et par conséquent AH .... $= b - x$

Cela posé, il est évident que de toutes les Terres dont on pourra charger le terreplain, il n'y aura que celles qui seront sur AH qui feront effort pour renverser le revêtement, puisque celles qui seront sur AQ se soûtiendront avec les Terres $ADXQ$ sur la partie DZX du revêtement, comme elles se soûtiendroient sur un pareil volume de Terre.

Soit pris le parallélogramme AI pour le profil des Terres qui sont sur AH, & soit la hauteur de ce parallélogramme $= d$. Sa surface par laquelle il faut exprimer la pesanteur des Terres dont il est le profil, sera $= \overline{b - x} \times d = db - dx$.

Soit comme dans le Probleme précédent la pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font suivant ou parallélement au talus QX dans le rapport de f à φ, l'on aura l'effort des Terres, dont AI est le profil, par cette analogie,

$f : \varphi :: bd - dx : \frac{\varphi bd - \varphi dx}{f}$, dont le quatriéme terme est l'effort que les Terres, dont AI est le profil, font contre le revêtement.

Mais cet effort étant réüni au centre de gravité P du profil parallélogrammique AI, & agissant suivant PY, est appliqué au bras de levier ZY tiré du point d'appui Z

perpendiculairement ſur PY, ainſi il faut trouver ce bras de levier ZY.

Pour cela ſoit tirée SZ paralléle à QL, les triangles rectangles ſemblables QLX, SYZ donneront $QX:LX::SZ$, ou $CD:ZY$.

Mais $QX=c$, $LX=b$.

Et à cauſe que PY paſſe par le centre de gravité P du parallélogramme AI, & eſt paralléle au talus QX ou AD, le côté AH du parallélogramme eſt coupé en deux parties égales, comme auſſi HD en deux parties égales, ce qui donne $CD=\frac{HD}{2}$.

Mais HD que nous avons trouvé dans le Probleme précédent ſous le nom de $HF=\frac{ab-ax}{b}$. Donc $CD=\frac{ab-ax}{2b}$.

Donc l'analogie $QX:LX::SZ$ ou $CD:ZY$ devient celle-ci, $c:b::\frac{ab-ax}{2b}:ZY=\frac{ab-ax}{2c}$.

Multipliant cette valeur $\frac{ab-ax}{2c}$ du levier ZY par l'effort $\frac{\varphi bd-\varphi dx}{f}$ des Terres qui chargent la partie AH du terreplain, le produit $\frac{\varphi adbb-2\varphi adbx+\varphi adxx}{2cf}$ ſera l'énergie des Terres dont le terreplain du Rempart eſt chargé, laquelle Formule ſe réduit à $\frac{\overline{b-x}^2\times\varphi ad}{2cf}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME III.

Trouver l'énergie du revêtement triangulaire HDB *qui doit ſoûtenir les Terres qui ſont effort pour le renverſer.*

SOLUTION.

Fig. 3. Soient comme dans les Problemes précédents la hauteur HD du revêtement, comme la hauteur AN des

Terres.. $= a$

La base BD du revêtement.. $= x$

La base ND du talus des Terres.. $= b$

A cause des triangles rectangles semblables AND, FDB, l'on aura $FD = \frac{ax}{b}$ & $HF = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab - ax}{b}$, & la surface du triangle $HFB = \frac{HF \times DB}{2} = \frac{abx - axx}{2b}$.

Or de tout le revêtement HDB, il n'y a que la partie HFB qui résiste à l'effort des Terres OFH qui poussent pour renverser le revêtement.

C'est donc l'énergie de cette partie qu'il faut trouver. Pour cela soit la pesanteur de la maçonnerie à celle des Terres dans le rapport de p à π.

Si la partie HFB étoit de Terre, l'on exprimeroit sa pesanteur par sa surface $\frac{abx - axx}{2b}$; mais comme elle est de maçonnerie dont nous avons supposé la pesanteur à celle de la Terre dans le rapport de p à π, l'on aura sa pesanteur par cette analogie $\pi : p :: \frac{abx - axx}{2b} : \frac{pabx - paxx}{2b\pi}$ dont le quatriéme terme sera la pesanteur de la partie triangulaire HFB du revêtement.

Comme cette partie HFB du revêtement ne peut être renversée que sur le point d'appui B, & que sa pesanteur est réünie à son centre de gravité Q, cette pesanteur est appliquée à un bras de levier BC pour s'opposer à l'effort que font les Terres pour la renverser.

Donc si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pabx - paxx}{2b\pi}$ de cette partie HFB du revêtement par son bras de levier $BC = \frac{2BD}{3} = \frac{2x}{3}$.

Le produit $\frac{pabxx - pax^3}{3b\pi}$ sera l'énergie de la partie HFB du revêtement qui peut être renversé par l'effort des Terres. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

Fig. 3. Si le Revêtement n'avoit point de fruit, c'eſt-à-dire, que ſa face extérieure *GB* fut paralléle à la face intérieure *HD*, il faut remarquer que,

1.° Si l'on ſuppoſe le point d'appui du revêtement en *B*, pour lors l'énergie du parallélogramme *HFBG* ſera à celle du triangle *HFB* :: $2 \times \frac{1}{2} : 1 \times \frac{2}{3}$, c'eſt-à-dire :: $1 : \frac{2}{3}$, ou :: $3 : 2$.

Car la ſurface du parallélogramme *GF* eſt à celle du triangle *HFB* :: $2 : 1$.

Et le levier du même parallélogramme *GF* eſt à celui du triangle *HFB* :: $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$.

Ainſi multipliant ces deux analogies par ordre, l'on aura l'énergie du parallélogramme *GF* à celle du triangle *HFB*, comme $2 \times \frac{1}{2} : 1 \times \frac{2}{3}$ ou :: $3 : 2$.

2.° Si le point d'appui n'étoit point en *B*, mais que les points d'appui du parallélogramme *GF*, & du triangle *HFB* fuſſent écartés du point *B* de $\frac{1}{3}$ de leur baſe, il arriveroit que le parallélogramme & le triangle auroient même énergie.

Car le levier du parallélogramme ſeroit à celui du triangle :: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} : \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6}$, c'eſt-à-dire :: $1 : 2$.

Ainſi multipliant par ordre la premiere analogie de la Remarque, & celle-ci, l'on aura

l'énergie du parallélogramme *GF*
à l'énergie du triangle *HFB*,
comme 2×1
eſt à.... 1×2.

C'eſt-à-dire, l'énergie du parallélogramme égale à celle du triangle.

Donc il eſt indifférent d'oppoſer aux Terres qui veulent ébouler, ou le parallélogramme *GF*, ou le triangle *HFB*, lorſqu'on veut que le point d'appui ſoit éloigné du point *B* de $\frac{1}{3}$ de leur baſe *BF*.

PROBLEME IV.

Trouver la base BD *du revêtement triangulaire* HDB *qui doit faire équilibre avec la Poussée des Terres, sur le point d'appui* B.

SOLUTION.

Comme le revêtement & les Terres doivent faire équilibre sur le point d'appui B, il faut que leurs énergies soient égales sur ce même appui B. Fig. 3.

Mais nous avons trouvé dans le Probleme premier l'énergie des Terres $= \frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c}$.

Et nous avons trouvé dans le Probleme troisiéme l'énergie du revêtement triangulaire $= \frac{pabxx - pax^3}{3b\pi}$.

Ce qui donne cette égalité

$\frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c} = \frac{pabxx - pax^3}{3b\pi}$. D'où l'on tire $\frac{\sqrt{\pi\varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\pi\varphi a}} = x$ qui est la base demandée.

Ce qu'il falloit trouver.

PROBLEME V.

Trouver l'énergie d'un revêtement quelconque, c'est-à-dire, d'un revêtement qui n'est ni triangulaire ni parallélogrammique, sur un point d'appui quelconque.

SOLUTION.

Soit $HXZT$ un revêtement qui n'est ni triangulaire ni parallélogrammique, dont le sommet HT soit paralléle au talus naturel QX des Terres. Fig. 4.

Soit la hauteur HX du revêtement, & celle QL des Terres .... $= a$

La base ZX du revêtement .... $= x$

La base LX du talus naturel des Terres............ $= b$

La longueur QX de ce talus............................ $= c$

Par l'extrémité extérieure Z de la base du revêtement, soit tirée AZ paralléle au talus QX des Terres.

Par le point H, sommet du revêtement, soit tirée HO paralléle au talus TZ du revêtement.

Par le point T, sommet du talus du revêtement, soit tirée TF paralléle à la hauteur HX du revêtement.

Enfin par le point B, où OH rencontre AZ, soit tirée BK paralléle à la base ZX du revêtement.

Toutes ces paralléles donneront le triangle HDB, semblable & égal au triangle TMZ, & le triangle HKB semblable & égal au triangle TFZ. Ce qui donnera $KB = FZ$, & $HD = TM$.

Soit $KB = y$, & XO égale à la base du revêtement que nous avons trouvé & déterminé dans le Probleme IV; c'est-à-dire $= \frac{\sqrt{\pi\varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\pi\varphi a}}$, pour lors à cause des triangles semblables QLX, DXZ, l'on aura $LX : QL :: ZX : DX$, c'est-à-dire, $b : a :: x : DX = \frac{ax}{b}$, ce qui donne $HD = HX - DX = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab - ax}{b}$.

Et à cause des triangles semblables QLX, DKB, l'on aura $LX : QL :: BK : DK$, c'est-à-dire, $b : a :: y : DK = \frac{ay}{b}$, ce qui donne HK ou $HD + DK = \frac{ab - ax + ay}{b}$.

Et à cause des triangles semblables HXO, HKB, l'on aura $HK : KB :: HX : XO$, c'est-à-dire, $\frac{ab - ax + ay}{b} : y :: a : \frac{\sqrt{\pi\varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\pi\varphi a}}$. Ce qui donne $y = \frac{b - x \times \sqrt{\pi\varphi a}}{\sqrt{2fcp}}$ $= BK$ ou FZ.

Multipliant cette valeur de y ou de BK ou FZ par la valeur $\frac{ab - ax}{2b}$ de $\frac{HD}{2}$, le produit $\frac{bb - 2bx + xx \times a\sqrt{\pi\varphi a}}{2b\sqrt{2fcp}}$

sera la surface du triangle HDB ou de son égal TMZ.

Si le revêtement étoit de terre, j'exprimerois la pesanteur de sa partie TMZ par cette surface que je viens de trouver; mais comme il est de maçonnerie, dont la pesanteur est à celle de la Terre dans le rapport de p à π, l'on aura la pesanteur de cette partie TMZ du revêtement par l'analogie suivante.

$$\pi : p :: \frac{\overline{bb - 2bx + xx} \times a\sqrt{\pi\varphi a}}{2b\sqrt{2fcp}} : \frac{\overline{bb - 2bx + xx} \times pa\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi b\sqrt{2fcp}},$$

dont le quatriéme terme est la pesanteur de cette partie TMZ du revêtement, & se réduit à $\frac{\overline{b-x}^2 \times pa\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi b\sqrt{2fcp}}$.

Comme cette partie TMZ ne peut être renversée qu'autour du point Z, sa pesanteur réünie à son centre de gravité est appliquée à un bras de levier $\pi Z = \frac{2FZ}{3} =$ $\frac{\overline{b-x} \times 2\sqrt{\pi\varphi a}}{3\sqrt{2fcp}}$.

Ainsi multipliant cette valeur $\frac{\overline{b-x} \times 2\sqrt{\pi\varphi a}}{3\sqrt{2fcp}}$ du levier πZ par la pesanteur $\frac{\overline{bb - 2bx + xx} \times pa\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi b\sqrt{2fcp}}$, le produit $\frac{\overline{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3} \times paa\pi\varphi}{6b\pi fcp} = \frac{\overline{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3} \times a^2\varphi}{6bfc}$ sera l'énergie du triangle TMZ qui se réduit à $\frac{\overline{b-x}^3 \times aa\varphi}{6bfc}$.

Voyons maintenant quelle est l'énergie de la partie parallélogrammique $HDMT$ du revêtement.

Puisque nous avons trouvé $FZ = \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi\varphi a}}{\sqrt{2fcp}}$, & que nous avons fait $ZX = x$, nous aurons $FX = ZX - FZ = x - \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi\varphi a}}{\sqrt{2fcp}}$.

Multipliant cette valeur de FX par la valeur $\frac{ab-ax}{b}$ de HD, le produit resultant $\frac{abx-axx}{b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times a\sqrt{\pi\varphi a}}{b\sqrt{2fcp}}$ sera la surface du parallélogramme $HDMT$.

Comme ce parallélogramme est un profil de maçonnerie; nous aurons la pesanteur de la maçonnerie dont il est le profil, par cette analogie, $\pi : p :: \frac{abx-axx}{b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times a\sqrt{\pi\varphi a}}{b\sqrt{2fcp}}$ est au quatriéme terme $\frac{pabx-paxx}{\pi b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times ap\sqrt{\pi\varphi a}}{\pi b\sqrt{2fcp}}$ qui est la pesanteur de la maçonnerie, dont le parallélogramme $HDMT$ est le profil.

Mais cette pesanteur, étant réünie au centre de gravité ou milieu du parallélogramme $HDMT$, est appliquée au bras de levier EZ où $\frac{XF}{2} + FZ = \frac{x}{2} - \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi\varphi a}}{2\sqrt{2fcp}} + \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi\varphi a}}{\sqrt{2fcp}} = \frac{x}{2} + \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi\varphi a}}{2\sqrt{2fcp}}$;

Multipliant cette valeur du bras de levier EZ par la pesanteur $\frac{pabx-paxx}{\pi b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times ap\sqrt{\pi\varphi a}}{\pi b\sqrt{2fcp}}$ du parallélogramme $HDMT$, le produit $= \frac{pabxx-pax^3}{2\pi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\varphi}{4bfc}$ sera l'énergie du parallélogramme $HDMT$, sur un appui placé en Z.

Ajoûtant cette énergie avec celle du triangle TMZ sur le même appui Z, la somme $\frac{pabxx-pax^3}{2b\pi} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\varphi}{12bfc}$ sera

ſera l'énergie du Trapeze *HDZT* qui peut être renverſé autour de l'appui Z par la pouſſée des Terres.

Si l'on veut un autre appui que le point Z, il eſt évident que ce point d'appui ſera dans la ligne *DZ*, qui eſt l'endroit par lequel le revêtement peut être caſſé.

Soit donc cet appui dans un point quelconque *V* de la ligne *DZ*, de telle ſorte que l'on ait $l:g::DZ:VZ$. Si de ce nouvel appui *V*, l'on tire la verticale *VG*, l'on aura auſſi $l:g::ZX:GZ$. C'eſt-à-dire, $l:g::x:GZ = \frac{gx}{l}$.

Or le point d'appui étant en *V*, les leviers πZ, *EZ* auſquels étoient appliquées les peſanteurs des deux parties du revêtement, ſeront racourcis de la quantité $GZ = \frac{gx}{l}$.

Il faudra donc de l'énergie du revêtement que nous avons trouvé ſur l'appui Z, retrancher le produit de la peſanteur du revêtement, ou plûtôt du Trapeze *HDZT*, par ce racourciſſement $\frac{gx}{l}$ de levier; mais ajoûtant enſemble la peſanteur du parallélogramme *HDMT*, & celle du triangle *TMZ*, la ſomme $\frac{pabx - paxx}{\pi b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times ap\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi b\sqrt{2fcp}}$ ſera la peſanteur du Trapeze *HDZT*, laquelle étant multipliée par le racourciſſement $\frac{gx}{l}$ des leviers, donnera

$$\frac{pabgxx - pagx^3}{\pi bl} - \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi bl\sqrt{2fcp}}$$ pour le produit

qu'il faut retrancher de l'énergie que nous avons trouvé ſur le point Z.

Enfin la ſouſtraction étant faite, le reſte $\frac{pabxx - pax^3}{2\pi b}$

$$- \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\varphi}{12bfc} - \frac{pabgxx + pagx^3}{\pi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi bl\sqrt{2fcp}}$$

ſera l'énergie d'un revêtement quelconque, ſur un appui

quelconque ſuivant les conditions énoncées. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME VI.

Trouver la baſe d'un Revêtement quelconque, dont l'énergie ſoit à celle des Terres qui pouſſent naturellement contre lui, plus celle dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé dans le rapport de m, à n, *& que ce rapport d'énergie ſe faſſe ſur un point d'appui quelconque* V; *& que la baſe* XO *de la partie triangulaire du Revêtement. C'eſt-à-dire, le fruit ſoit* $= \frac{\sqrt{\pi\phi abb}}{\sqrt{2fcp}+\sqrt{\pi\phi a}}$ *qui eſt la baſe d'un Revêtement triangulaire qui peut faire équilibre ſur l'extremité de ſa baſe avec le terreplain ſeulement, ſuivant le Probleme IV.*

SOLUTION.

Fig. 4. Nous avons trouvé dans le Probleme V.e l'énergie du revêtement ſur un point quelconque $V = \frac{pabxx - pax^3}{2\pi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times \phi aa}{12bfc} - \frac{pabgxx + pagx^3}{\pi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\pi\phi a}}{2\pi bl\sqrt{2fcp}}$.

Et nous avons trouvé dans le Probleme premier l'énergie des Terres qui pouſſent contre le revêtement $= \frac{\overline{b-x}^3 \times \phi aa}{6bfc}$.

Et nous avons trouvé dans le Probleme ſecond l'énergie des Terres dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé $= \frac{\overline{b-x}^2 \times \phi ad}{2cf}$.

Mais ſuivant l'énoncé de ce Probleme, l'énergie du revêtement doit être à l'énergie des Terres & de la maſſe dont le terreplain ſeroit chargé, dans le rapport de *m*, à *n*, ce qui donne cette analogie $\frac{pabxx - pax^3}{2\pi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times \phi aa}{12bfc} -$

$$\frac{pabgxx+pagx^3}{\pi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\pi\phi a}}{2\pi bl\sqrt{2fcp}} : \frac{\overline{b-x}^3 \times \phi aa}{6bfc}$$

$+ \dfrac{\overline{b-x}^2 \times \phi ad}{2cf} :: m:n.$ D'où l'on tire

$$x = \frac{\sqrt{\begin{array}{l} 6f\phi p\pi ncbbl\times\overline{l-2g}\times\overline{2am+an+6md} \\ -9bbmnldg\pi\phi\sqrt{2acp\pi f\phi} \\ +\frac{f\phi p\pi ca}{2}\times\overline{3bgn}^2+\overline{3ld\pi\phi mb}^2 \end{array}} \left\{ \begin{array}{l} -lb\pi\phi\times\overline{2am+an+3md} \\ -\frac{1}{2}nbg\sqrt{18fpc\pi\phi a} \end{array} \right.}{6fpcln-aln\pi\phi-12cfgnp-gn\sqrt{18fpc\pi\phi a}-2alm\pi\phi}$$

pour la base du revêtement proposé. *Ce qu'il falloit trouver.*

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE TRIANGULAIRE OU TÉTRAEDRE.

COROLLAIRE I.

Si les grains sont arrangés de maniere qu'un grain soit appuyé sur trois autres grains, comme dans le Tétraëdre, & que le talus soit formé par la face du Tétraëdre, la hauteur étant appellée a, la base du talus formé par la face du Tétraëdre sera $= \frac{a}{2\sqrt{2}}$, & la longueur du talus sera $= \frac{3a}{2\sqrt{2}}$, suivant le Theoreme I, Corollaire I.

Ainsi dans la formule de la base que nous avons trouvée dans le Probleme VI, il faudra substituer $\frac{a}{2\sqrt{2}}$ en la place de b qui exprimoit la base du talus.

Et substituer $\frac{3a}{2\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur du talus.

Comme nous avons trouvé dans le Theoreme IV & ses Corollaires, que la pesanteur des Terres qui sont sur le talus formé par la face du Tétraëdre, étoit à l'effort qu'elles faisoient contre le revêtement suivant ledit talus dans le rapport de $\sqrt{2}$ à 1.

Il faudra substituer $\sqrt{2}$ & 1 en la place de f & ϕ que

que nous avions pris pour le rapport de la peſanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre le revêtement ſuivant leur talus.

Ces ſubſtitutions étant faites, la Formule du Theoreme précédent ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\begin{matrix} \frac{9}{8}p\pi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an + 6md} \\ + \frac{27}{32}p\pi aaggnn + \frac{9}{8}lldd\pi\pi mm \\ - \frac{9}{8}amnldg\pi\sqrt{3p\pi} \end{matrix}} \left\{ \begin{matrix} - \frac{l\pi}{2\sqrt{2}} \times \overline{2am + an + 3ma} \\ - \frac{nag}{4\sqrt{2}}\sqrt{27p\pi} \end{matrix} \right.}{9pln - ln\pi - 18gnp - gn\sqrt{27p\pi} - 2lm\pi}$$

Ce qui donne la baſe d'un revêtement avec un talus.

1.° En ſuppoſant que le talus, ou plûtôt que la partie triangulaire formée par le talus peut faire équilibre avec la Pouſſée des Terres ſur l'extremité de ſa baſe.

2.° Que le revêtement total a une énergie ſur un point d'appui quelconque, laquelle énergie eſt à l'énergie des Terres qui pouſſent contre le revêtement, plus l'énergie d'une maſſe de terre dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé dans le rapport de m, a, n.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait encore $m = n$, c'eſt-à-dire, ſi l'on ſuppoſe que l'énergie du revêtement ſur l'appui quelconque V, eſt égale à l'énergie que les Terres ont contre le revêtement plus l'énergie d'une maſſe dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé; ce qui dirigera l'effort compoſé de la peſanteur du revêtement, de la Pouſſée des Terres du terreplain, & de celles qui chargeroient ce terreplain vers le point quelconque donné V.

La Formule précédente ſe changera en celle-ci.

$$x = \frac{\sqrt{\begin{matrix} \frac{1}{8}p\pi a \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{3a + 6d} \\ + \frac{3}{32}p\pi aagg + \frac{1}{8}lldd\pi\pi \\ - \frac{1}{8}aldg\pi\sqrt{3p\pi} \end{matrix}} \left. \right\} - \frac{l\pi}{2\sqrt{2}} \times \overline{a + d} - \frac{ag}{4\sqrt{2}}\sqrt{3p\pi}}{3pl - l\pi - 6gp - g\sqrt{3p\pi}}$$

qui nous donne la baſe d'un revêtement, telle

1.° Que la partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec les Terres du terreplain.

2.° Que l'effort composé de la pesanteur du revêtement de la Poussée des Terres du terreplain, & de la masse de terre dont ce terreplain seroit chargé, est dirigé vers un point quelconque donné *V*.

COROLLAIRE III.

Si l'on vouloit de plus que l'effort composé de la pesanteur du revêtement de la Poussée des Terres du terreplain & de la masse de terre dont le terreplain seroit chargé, fut dirigé vers l'extremité Z de la base du revêtement, le point d'appui *V* tomberoit en Z. Ce qui donneroit $ZV = 0$, & par conséquent $g = 0$, puisque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$. *Fig. 4.*

Substituant donc o en la place de *g* dans la Formule du Corollaire II, elle se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\frac{1}{8} p\pi a \times \overline{3a + 6d} + dd\pi\pi} - \frac{a\pi - d\pi}{2\sqrt{2}}}{3p - \pi}.$$ Ce qui donne la base d'un revêtement avec un talus, telle

1.° Que la partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec la Poussée des Terres du terreplain.

2.° L'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la Poussée des Terres du terreplain & de la poussée de la masse de terre dont ce terreplain seroit chargé, est dirigé vers l'extrémité Z de la base du revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si l'on suppose encore que le terreplain n'est chargé d'aucune masse de terre, il faudra faire la hauteur *d* de cette masse $= 0$, & pour lors la Formule du Corollaire III se changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{aa\pi}}{\sqrt{24p} + \sqrt{8\pi}}$. Ce qui donne la base

d'un revêtement, qui ſuffit préciſément pour ſoûtenir l'effort des Terres du terreplain ſeulement, & par conſéquent ce revêtement doit être triangulaire, puiſque nous avons fait enſorte que la partie triangulaire du revêtement fut ſeule capable de faire équilibre avec la Pouſſée des Terres.

COROLLAIRE V.

Si l'on ſuppoſe que le Terreplain n'eſt chargé d'aucune maſſe de terre, & que l'on veüille conſerver le reſte de l'hypotheſe du Corollaire I, on aura la baſe du revêtement tel.

1.° Que la partie triangulaire formée par le talus du revêtement, puiſſe faire équilibre avec la Pouſſée des Terres ſur un appui ſitué à l'extremité de ſa baſe.

2.° Que l'énergie du revêtement entier ſur un point d'appui V donné quelconque ſoit à l'énergie des Terres dans le rapport de m, à n, l'on aura la baſe de ce revêtement en ſubſtituant o en la place de la hauteur d de la maſſe qui charge le terreplain dans la Formule du Corollaire I.

Ce qui la changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\tfrac{9}{8}p\pi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an} + \tfrac{27}{32}p\pi aaggnn} - \frac{l\pi}{2\sqrt{2}} \times \sqrt{2am + an} - \frac{nag}{4\sqrt{2}}\sqrt{27p\pi}}{9pln - ln\pi - 18gpn - gn\sqrt{27p\pi} - 2lm\pi}$$

qui donne la baſe du revêtement demandé.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d = 0$, comme dans le Corollaire V, l'on vouloit encore que le point d'appui V fut à l'extremité Z de la baſe du revêtement, c'eſt-à-dire, que g qui exprime VZ, fut $= 0$, pour lors la Formule du Corollaire V ſe changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}m\pi aa + n\pi aa}}{\sqrt{9pn} + \sqrt{2m\pi + n\pi}}$. Ce qui donne la baſe d'un revêtement avec le talus, enſorte que

1.° La partie triangulaire formée par le talus ſuffit ſeule pour réſiſter à la Pouſſée des Terres.

2.° L'énergie du revêtement ſur l'extrémité Z de ſa baſe eſt à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

POUR L'ARRESTE DU TETRAEDRE

COROLLAIRE I.

Si les Terres ſont arrangées de maniére qu'un grain ſoit appuyé ſur trois autres grains, comme dans le Tétraëdre, mais que le talus ſoit formé par l'arrête du Tétraëdre.

La hauteur du revêtement étant toûjours $=a$, comme celle des Terres.

La baſe du talus formé par l'arrête du Tétraëdre ſera $=\frac{a}{\sqrt{2}}$, & la longueur du talus ſera $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, comme nous l'avons vû dans le Corollaire I du Theoreme II.

Ainſi dans la formule des baſes que nous avons trouvé dans le Probleme VI, il faudra ſubſtituer $\frac{a}{\sqrt{2}}$ en la place de b, qui exprimoit la baſe du talus des Terres, & ſubſtituer $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur de ce talus.

Comme nous avons trouvé dans le Theoreme V & ſes Corollaires, que la peſanteur des Terres qui ſont ſur un talus formé par l'arrête d'un Tétraëdre, eſt à l'effort qu'elles ſont contre le revêtement ſuivant ledit talus dans le rapport de $\sqrt{6}$ à 1, il faudra ſubſtituer $\sqrt{6}$ & 1 en la place de f & φ que nous avions pris pour exprimer le rapport de la peſanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre leur revêtement ſuivant leur talus.

Ces quatre ſubſtitutions étant faites, la formule générale des baſes que nous avions trouvé dans le Probleme VI ſe changera en celle-ci, qui ne conviendra plus qu'au revêtement qui ſoûtiendra des Terres ſur un talus formé par des arrêtes de Tétraëdre.

$$x = \frac{\sqrt{\begin{matrix} 9p\pi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2ma + na + 6md} \\ - \frac{9}{2} mnldg\pi \sqrt{6aap\pi} \\ + \frac{27}{4} p\pi aaggnn + \frac{9}{2} lldd\pi\pi mm \end{matrix}} \left\} \begin{matrix} - \frac{l\pi}{\sqrt{2}} \times \overline{2am + an + 3md} \\ - \frac{3}{2} ang\sqrt{3p\pi} \end{matrix} \right.}{18pln - ln\pi - 36gnp - 3gn\sqrt{6p\pi} - 2lm\pi}$$

qui nous donne la base du revêtement telle que

1.° La partie triangulaire du revêtement formée par le talus peut seule faire équilibre avec la Poussée des Terres du terreplain sur un appui placé à l'extrémité de sa base.

2.° L'énergie du revêtement entier sur un point donné quelconque V est à l'énergie du terreplain plus l'énergie de la masse dont le terreplain seroit chargé dans le rapport de m à n.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait $m = n$, c'est-à-dire, si l'on fait l'énergie du revêtement sur l'appui quelconque V égale à l'énergie des Terres du terreplain plus l'énergie de la masse dont ledit terreplain seroit chargé, ce qui dirigera l'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la poussée du terreplain & de la masse dont il est chargé, vers le point quelconque donné V.

La Formule précédente du Corollaire I pour l'arrête du Tétraëdre, se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\begin{matrix} 3p\pi a \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{a + 2d} \\ - \frac{1}{2} aldg\pi \sqrt{6p\pi} \\ + \frac{3}{4} p\pi aagg + \frac{1}{2} lldd\pi\pi \end{matrix}} \left\} \begin{matrix} - \frac{l\pi}{\sqrt{2}} \times \overline{a + d} \\ - \frac{1}{2} ag\sqrt{3p\pi} \end{matrix} \right.}{6pl - l\pi - 12gp - g\sqrt{6p\pi}}$$

qui donne la base d'un revetêment telle que

1.° La partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité de sa base.

2.° L'effort

2.° L'effort composé de la pesanteur du revêtement de la Poussée des Terres du terreplain & de la masse dont il est chargé, est dirigé vers le point quelconque donné V.

COROLLAIRE III.

Si l'on vouloit que l'effort composé de la pesanteur du revêtement de la poussée du terreplain & de la masse dont il est chargé, fut dirigé vers l'extrémité Z de la base du revêtement, le point d'appui V tomberoit en Z. Ce qui donneroit $ZV = 0$, & par conséquent $g = 0$, puisque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Substituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II précédent, elle se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{3p\pi a \times \overline{a+2d} + \frac{1}{2}dd\pi\pi} - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \times \overline{a+d}}{6p-\pi}$$ qui est la base d'un revêtement telle que

1.° La partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un point d'appui situé à l'extremité de la base dudit talus.

2.° L'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la poussée du terreplain, & de la masse dont il est chargé, est dirigé vers l'extremité Z de la base du revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si outre $m = n$, & $g = 0$, comme dans le Corollaire précédent, l'on suppose encore $d = 0$, c'est-à-dire, que le terreplain n'est chargé d'aucune masse, la Formule du Corollaire III se changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{12p} + \sqrt{2\pi}}$

qui est la base d'un revêtement qui suffit pour soûtenir l'effort du terreplain seulement sur un appui placé à l'extrémité de la base dudit revêtement; & comme ce revêtement doit contenir une partie triangulaire, capable de faire équilibre

avec la pouſſée de ce même terreplain, ſur un appui placé à cette même extrémité de baſe, il s'enſuit que ce revêtement eſt triangulaire.

COROLLAIRE V.

Si l'on ſuppoſe que le terreplain n'eſt chargé d'aucune maſſe de terre, & que l'on veüille conſerver le reſte du Corollaire I du preſent article pour l'arrête du Tétraëdre, on aura la baſe du revêtement, en ſubſtituant o en la place de la hauteur d de la maſſe qui charge le terreplain dans la Formule du Corollaire I.

Ce qui la changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\begin{matrix} 9p\pi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an} \\ + \frac{27}{4} p\pi aaggnn \end{matrix}} \left\{ \begin{matrix} - \frac{l\pi}{\sqrt{2}} \times \overline{2am + an} \\ - \frac{3}{2} ang\sqrt{3p\pi} \end{matrix} \right.}{18pln - ln\pi - 36gnp - 3gn\sqrt{6p\pi} - 2lm\pi}$$

qui donne la baſe du revêtement demandé.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d = 0$, l'on vouloit encore que le point d'appui V fut à l'extremité Z de la baſe du revêtement, l'on auroit $VZ = 0$, & par conſéquent $g = 0$, puiſque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Subſtituant donc o dans la Formule précédente du Corollaire V, elle ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\pi aa \times \overline{2m + n}}}{\sqrt{36np} + \sqrt{4m\pi + 2n\pi}}$$ qui eſt la baſe d'un revêtement tel que

1.° La partie triangulaire ſuffit ſeule pour réſiſter à la Pouſſée des Terres.

2.° L'énergie du revêtement entier ſur l'extrémité Z de ſa baſe eſt à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE QUARRÉE.

COROLLAIRE I.

Si les Terres ſont arrangées de maniére qu'un grain ſoit appuyé ſur quatre autres grains, comme dans les pyramides quarrées, le talus des terres ſera formé par la face de cette pyramide.

Pour lors la hauteur du revêtement & celle des terres étant a, la baſe du talus des terres ſera $\frac{a}{\sqrt{2}}$, & la longueur de leur talus ſera $= \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, ſuivant le Theoreme III.

Ainſi dans la Formule générale des baſes que nous avons trouvé dans le Probleme VI, il faudra ſubſtituer $\frac{a}{\sqrt{2}}$ en la place de b qui exprimoit la baſe du talus des terres, & $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur de ce talus.

Comme nous avons trouvé dans le Theoreme VI & ſes Corollaires, que la peſanteur des Terres qui ſont ſur un talus formé par la face de la pyramide quarrée, eſt à l'effort qu'elles font contre un revêtement ſuivant ledit talus, dans le rapport de 1 à $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$, il faudra ſubſtituer 1 & $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ en la place de f & φ, que nous avions pris pour exprimer le rapport de la peſanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre leur revêtement ſuivant leur talus.

Ces quatre ſubſtitutions étant faites, la Formule générale des baſes que nous avons trouvé dans le Probleme VI, ſe changera en celle-ci, qui ne conviendra plus qu'aux revêtements qui ſoûtiennent les Terres ſur un talus formé par des faces de pyramides quarrées,

$$x = \frac{\sqrt{\begin{matrix}\frac{3}{2}p\pi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an + 6md} \\ - 3amnldg\pi\sqrt{p\pi} \\ + \frac{9}{8}p\pi aaggnn + \frac{9}{8}lldd\pi\pi mm\end{matrix}} \left\{\begin{matrix} - \frac{\sqrt{2l\pi}}{4} \times \overline{2am + an + 3md} \\ - \frac{3}{2}nag\sqrt{\frac{1}{2}p\pi}\end{matrix}\right.}{6pln - \frac{1}{2}ln\pi - 12gnp - 3gn\sqrt{p\pi} - lm\pi}$$

qui eſt la baſe d'un revêtement tel que

1.° La partie triangulaire du revêtement peut ſeule faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité de la baſe de ladite partie.

2.° L'énergie du revêtement entier ſur un point donné quelconque *V* eſt à l'énergie du terreplain plus l'énergie de la maſſe dont il eſt chargé dans le rapport de m à n.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait $m = n$, c'eſt-à-dire, ſi l'on fait l'énergie du revêtement ſur l'appui quelconque *V* égale à l'énergie des Terres du terreplain plus l'énergie de la maſſe dont il eſt chargé, ce qui dirigera l'effort compoſé de la peſanteur du revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la pouſſée des Terres dont il eſt chargé, vers le point quelconque donné *V*, la Formule du Corollaire I ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\begin{matrix}\frac{3}{2}p\pi a \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{3a + 6d} \\ - 3aldg\pi\sqrt{p\pi} \\ + \frac{9}{8}p\pi aagg + \frac{9}{8}lldd\pi\pi\end{matrix}} \begin{matrix} - \frac{\sqrt{2l\pi}}{4} \times \overline{3a + 3d} \\ - \frac{3}{2}ag\sqrt{\frac{1}{2}p\pi}\end{matrix}}{6pl - \frac{3}{2}l\pi - 12gp - 3g\sqrt{p\pi}}$$

qui donne la baſe d'un revêtement tel que

1.° La partie triangulaire *HXO* ſuffit pour faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité *O* de ſa baſe.

2.° L'effort compoſé de la peſanteur du revêtement, de l'effort du terreplain & de la maſſe dont il eſt chargé, eſt dirigé vers un point quelconque donné *V*.

COROLLAIRE III.

Si outre $m = n$, comme dans le Corollaire II, l'on ſuppoſe encore le point d'appui *V* placé à l'extremité Z de la baſe du revêtement, l'on aura l'effort compoſé de la peſanteur du revêtement, de la pouſſée du terreplain & de la maſſe dont il eſt chargé, dirigé vers l'extremité Z de la baſe du revêtement, ce qui donnera Z *V*, & par conſéquent $g = 0$, puiſque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Subſtituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II, elle ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\tfrac{3}{2}p\pi a \times \overline{3a+6d} + \tfrac{9}{8}dd\pi\pi} - \tfrac{3\pi\sqrt{2}}{4} \times \overline{a+d}}{6p - \tfrac{3}{2}\pi}$$

qui eſt la baſe d'un revêtement tel que

1.° La partie triangulaire HXO ſuffit pour faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité O de ſa baſe.

2.° L'effort compoſé de la peſanteur du revêtement de la pouſſée du terreplain & de la maſſe dont il eſt chargé, eſt dirigé vers l'extremité Z de la baſe du revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si outre $m = n$, & $g = o$, comme dans le Corollaire précédent, l'on ſuppoſe encore $d = o$, c'eſt-à-dire, que la hauteur de la maſſe dont le terreplain eſt chargé eſt $= o$, la Formule du Corollaire III ſe changera en celle-ci,

$x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{8p} + \sqrt{2\pi}}$, qui eſt la baſe d'un revêtement qui peut ſoûtenir l'effort du terreplain ſeulement ſur un appui placé à l'extrémité de ſa baſe.

Et comme ce revêtement doit contenir une partie triangulaire, capable de faire équilibre avec ce même terreplain, ſur un appui auſſi placé à l'extrémité de ſa baſe, il s'enſuit que ce revêtement eſt triangulaire.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait ſeulement la hauteur d de la maſſe de terre dont le terreplain eſt chargé $= o$, la Formule du Corollaire I ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\tfrac{3}{2}p\pi na \times \overline{ll-2lg} \times \overline{2am+an} + \tfrac{9}{8}p\pi aaggnn} - \tfrac{l\pi\sqrt{2}}{4} \times \overline{3am+an} - \tfrac{3}{2}nag\sqrt{\tfrac{1}{2}p\pi}}{6pln - \tfrac{1}{2}ln\pi - 12gnp - 3gn\sqrt{p\pi} - lm\pi}$$

qui eſt la baſe d'un revêtement tel que

1.° La partie triangulaire *HXO* peut faire équilibre avec la pouſſée dù terreplain, ſur l'extrémité *O* de ſa baſe.

2.° L'énergie du revêtement entier ſur un point d'appui quelconque donné *V*, eſt à l'énergie du terreplain dans le rapport de *m* à *n*.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d = 0$, comme dans le Corollaire V, l'on fait encore $g = 0$, c'eſt-à-dire, $VZ = 0$, le point d'appui *V* tombera à l'extremité Z de la baſe du revêtement, & la Formule du Corollaire V ſe changera en celle-ci,

$x = \frac{\sqrt{2\pi maa + \pi naa}}{\sqrt{24pn} + \sqrt{4m\pi + 2n\pi}}$ qui donne la baſe d'un revêtement tel que

1.° La partie triangulaire *HXO* peut faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité *O* de ſa baſe.

2.° L'énergie du revêtement ſur l'extrémité *Z* de ſa baſe eſt à l'énergie du terreplain dans le rapport de $m:n$.

SCHOLIE.

Comme les Corollaires II nous donnent la maniére de diriger l'effort compoſé de la peſanteur du revêtement, de la pouſſée du terreplain & de la maſſe dont il eſt chargé, vers un point quelconque *V* de la ligne *DZ*, dans laquelle le revêtement peut caſſer, & qu'il nous fournit un talus *TZ*, tel qu'ayant mené par le ſommet *H* du revêtement une ligne *HO* paralléle à ce talus, l'on a un triangle *HXO*, capable de faire ſeul équilibre avec la pouſſée du terreplain. Je crois que ces Corollaires II fourniſſent la méthode la plus ſûre & la plus convenable pour conſtruire les revêtements.

C'eſt pourquoi je m'attacherai à ces Corollaires II pour conſtruire des Tables, où l'on pourra trouver les baſes & les talus des revêtements.

Et comme ces revêtements contiendront les revêtements

des Corollaires IV, lesquels font équilibre avec la poussée du terreplain seulement, il faudra aussi nous servir de ces Corollaires IV pour trouver les bases *XO* des parties triangulaires *HXO* de nos revêtements : c'est ce que nous allons faire dans l'application suivante.

Application des Corollaires II & IV à l'usage.

Si l'on fait la pesanteur p de la maçonnerie à celle π de la Terre, dans le rapport de 3 : 2, & si l'on place le point d'appui V de maniere que $DZ : VZ :: l : g :: 3 : 1$,

On aura.. $\begin{cases} p = 3 \\ \pi = 2 \\ l = 3 \\ g = 1 \end{cases}$

Soit de plus la hauteur d de la masse dont le terreplain est chargé $= 10$.

POUR LA FACE DU TE'TRAEDRE.

Suivant les grandeurs assignées aux indéterminées $p, \pi, l, g, d,$ la Formule $x = \frac{\sqrt{\pi a a}}{\sqrt{8\pi} + \sqrt{24p}}$ du Corollaire IV, pour la face du Tétraëdre, se changera en celle-ci, $x = \frac{1134}{1000}$ qui servira pour trouver le fruit du revêtement, c'est-à-dire, la base de sa partie triangulaire *HXO*.

Et la Formule que nous avons trouvé pour la face du Tétraëdre, dans le Corollaire II, se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{117aa + 1650.8844a + 7200} - 11.48526a - 84.8526}{-4.97052}$$

qui servira avec la Formule $x = \frac{1134}{1000}$ pour construire la Table qui appartient à la face du Tétraëdre.

POUR L'ARRESTE DU TETRAEDRE.

Subſtituant de même les grandeurs déterminées 3, 2, 3, 1, 10; en la place des indéterminées.................... p, π, l, g, d,

La Formule $x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{12p} + \sqrt{2\pi}}$ que nous avons trouvé pour l'arrête du Tétraëdre dans le Corollaire IV, ſe changera en celle-ci, $x = 0.177a = \frac{177a}{1000}$ qui ſervira pour trouver la baſe XO de la partie triangulaire HXO du revêtement.

Et la Formule du Corollaire II pour l'arrête du Tétraëdre, ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{117aa + 1800a + 3600} - 9a - 60}{8.48}$$ qui ſervira à trouver la baſe entiere du revêtement.

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE QUARRÉE.

Subſtituant de même les grandeurs déterminées 3, 2, 3, 1, 10: en la place des indéterminées.................... p, π, l, g, d.

La Formule $x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{8p} + \sqrt{2\pi}}$ que nous avons trouvé pour la face de la pyramide quarrée dans le Corollaire IV, ſe changera en celle-ci, $x = 0.205a = \frac{205a}{1000}$ qui ſervira pour trouver la baſe XO de la partie triangulaire HXO du revêtement.

Et la Formule du Corollaire II pour la face de la pyramide quarrée, ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{156aa + 2292.12a + 7200} - 11.949a - 84.853}{2.204}$$ qui ſervira à trouver la baſe entiere du revêtement.

C'eſt,

C'est, suivant les Formules de ce Scholie, que sont construites les trois Tables suivantes, où l'on suppose la pesanteur de la maçonnerie à celle de la terre dans le rapport de 3 : 2, où l'on a évalué les efforts accidentels à une masse de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du rempart seroit chargé, & où l'on a placé le point d'appui V vers lequel l'effort composé de tous les efforts est dirigé de maniére que $VZ = \frac{DZ}{3}$. *Voyés les trois Tables à la fin de ce Mémoire.*

La premiére colomne de chaque Table contient les hauteurs des revêtemens de cinq pieds en cinq pieds jusqu'à cent.

La seconde colomne contient les bases XO des parties triangulaires HXO qui peuvent seules faire équilibre avec le terreplain, sur l'extremité O de sa base XO.

La troisiéme colomne contient la base OZ de la maçonnerie $HOZT$, adossée à la partie triangulaire HXO, afin que le revêtement entier $HXZT$ puisse soûtenir la poussée du terreplain & des efforts accidentels, & que le point V vers lequel l'effort composé de tous les efforts est dirigé, soit dans la distance $\frac{DZ}{3}$ de l'extrémité Z de la base.

Cette base OZ peut se prendre pour l'épaisseur HR au cordon.

Enfin la quatriéme colomne contient la base entiere XZ du revêtement.

REMARQUE.

Comme nous avons supposé les Terres composées de parties toutes détachées les unes des autres, & parfaitement roulantes, il est évident que les revêtemens que nous avons trouvé pour les soûtenir, soûtiendront encore mieux les terres qui ont quelque tenacité, comme il est certain qu'elles en ont toutes.

M. l'Abbé du Fay dans son Livre intitulé, *Maniére de Fortifier, suivant la Méthode de M. de Vauban*, donne une Table des Epaisseurs des Revêtemens, dans laquelle il fait

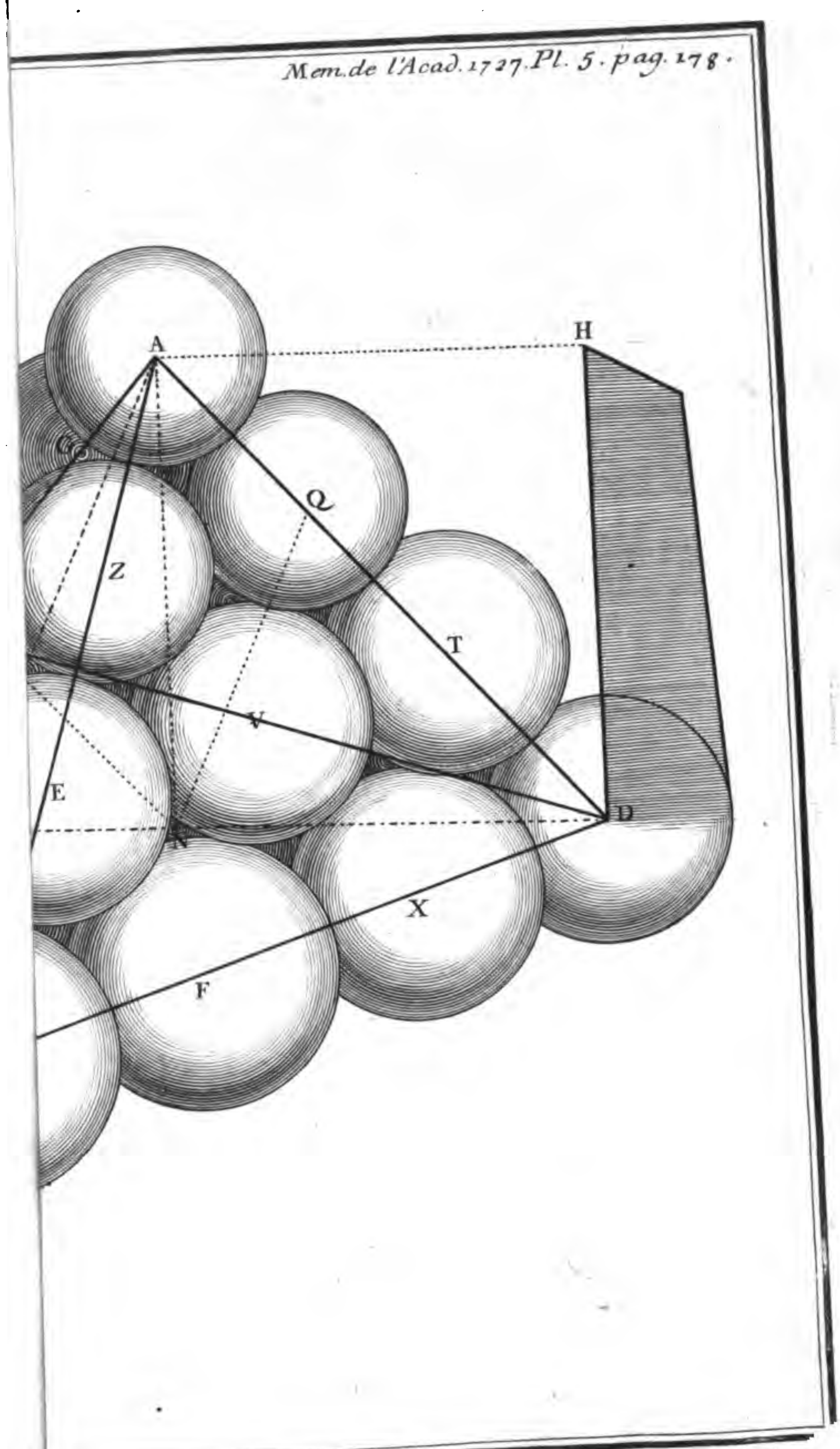
toûjours leur épaiſſeur au cordon de 4 pieds & demi, & ajoûte un talus dont la baſe eſt égale à la cinquiéme partie de la hauteur du revêtement ; mais il eſt évident que ſuivant cette méthode, l'on donneroit trop de force aux revêtemens peu élevés.

Les Tables que je propoſe étant faites pour trois différentes hipotheſes d'arrangement de terres, ſont toutes trois différentes, mais il faut remarquer que la troiſiéme, qui eſt celle de la pyramide quarrée, donnant un talus égal à la cinquiéme partie de la hauteur plus $\frac{1}{200}$, eſt aſſés approchante de celle de M. de Vauban pour le talus ſeulement, puiſqu'il ne differe que de $\frac{1}{200}$ de la hauteur du revêtement, mais elle eſt differente par rapport aux épaiſſeurs au cordon, puiſque les épaiſſeurs au cordon qu'elle contient augmentent, au lieu que celles de M. de Vauban ſont conſtantes.

Il faut auſſi remarquer que cette troiſiéme Table eſt aſſés conforme à celle que donne M. Gautier pour les revêtemens de Terraſſes.

Enfin l'on peut remarquer que les baſes que nous donne cette troiſiéme Table de la Pyramide quarrée, ſont plus grandes que les baſes qui ſont dans les autres Tables.

La Theorie de ce Mémoire ſe peut appliquer à la Pouſſée des Voutes contre leurs piédroits & piliers butans, & à la recherche des baſes deſdits piédroits & piliers butans, mais comme ce Mémoire eſt déja aſſés long, j'en reſerve l'application aux Voutes pour un autre Mémoire, avant lequel je donnerai une ſuite de celui-ci, où je ferai voir l'utilité des Contreforts, pour ne rien laiſſer à deſirer ſur la Pouſſée des Terres, & la conſtruction des revêtemens.


Mem. de l'Acad. 1727. Pl. 5. pag. 178.
A
H
G
Q
Z
T
V
E
D
N
X
F
Ph. Simonneau Sculpsit.

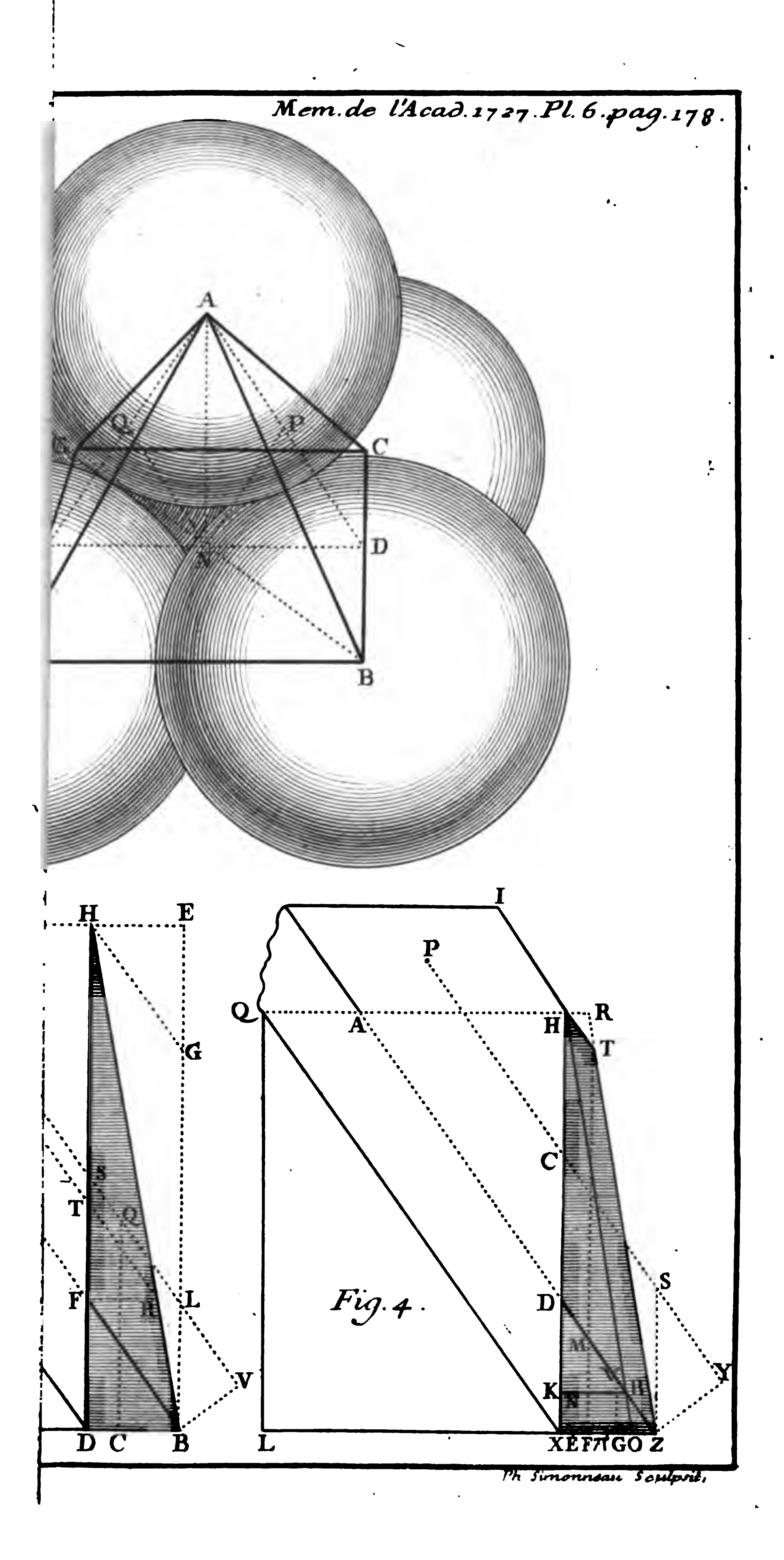


Fig. 4.

Ph. Simonneau Sculpsit.

Fig. 4. *TABLE PREMIERE.*

Où l'on trouve les bases des Revêtemens qu'il faut opposer aux Terres qui prennent des talus inclinés comme les faces d'un Tétraëdre.

1.° On suppose la pesanteur de la maçonnerie à celle de la Terre, comme 3 à 2.

2.° On évaluë les efforts accidentels à la poussée d'une masse de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du rempart seroit chargé.

3.° On dirige l'effort composé de la pesanteur du revêtement, de la Poussée des Terres & des efforts accidentels vers le tiers de *DZ*.

4.° La partie triangulaire *HXO* du revêtement peut seule faire équilibre avec la poussée du terreplain.

HAUTEUR du REVESTEMENT	FRUIT OU BASE de la partie triangulaire *HXO* du Revêtement.			EPAISSEUR au CORDON.			BASE ENTIERE du REVESTEMENT.		
pieds.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*
5	0	6	9	0	9	5	1	4	2
10	1	1	7	1	2	3	2	3	10
15	1	8	4	1	5	7	3	1	11
20	2	3	1	1	8	2	3	11	3
25	2	9	11	1	10	3	4	8	2
30	3	4	8	2	0	2	5	4	10
35	3	11	5	2	2	0	6	1	5
40	4	6	3	2	3	8	6	9	11
45	5	1	0	2	5	4	7	6	4
50	5	7	10	2	6	11	8	2	9
55	6	2	7	2	8	6	8	11	1
60	6	9	4	2	10	0	9	7	4
65	7	4	2	2	11	5	10	3	7
70	7	10	11	3	0	10	10	11	9
75	8	5	8	3	2	3	11	7	11
80	9	0	6	3	3	7	12	4	1
85	9	7	3	3	5	0	13	0	3
90	10	2	0	3	6	4	13	8	4
95	10	8	10	3	7	8	14	4	6
100	11	3	7	3	9	0	15	0	7

Fig. 4. **TABLE SECONDE.**

Où l'on trouve les bases des Reveſtemens qu'il faut oppoſer aux Terres qui prennent des talus inclinés comme les Arrêtes d'un Tétraëdre.

1.° On ſuppoſe la peſanteur de la maçonnerie à celle de la Terre, comme 3 à 2.

2.° On évaluë les efforts accidentels à la pouſſée d'une maſſe de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé.

3.° On dirige l'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la Pouſſée des Terres, & des efforts accidentels vers le tiers de *DZ*.

4.° La partie triangulaire *HXO* du revêtement peut ſeule faire équilibre avec la pouſſée du terre-plain.

HAUTEUR du REVESTEMENT	FRUIT OU BASE de la partie triangulaire *HXO* du Revêtement.			EPAISSEUR au CORDON.			BASE ENTIERE du REVESTEMENT.		
pieds.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*
5	0	10	7	1	5	1	2	3	8
10	1	9	2	2	0	9	3	9	11
15	2	7	10	2	5	11	5	1	9
20	3	6	5	2	9	1	6	3	6
25	4	5	0	3	1	7	7	6	7
30	5	3	8	3	4	6	8	8	2
35	6	2	3	3	7	6	9	9	9
40	7	0	10	3	10	3	10	11	1
45	7	11	6	4	1	1	12	0	7
50	8	10	1	4	3	6	13	1	7
55	9	8	8	4	6	2	14	2	10
60	10	7	3	4	8	7	15	3	10
65	11	5	11	4	11	0	16	4	11
70	12	4	6	5	1	6	17	6	0
75	13	3	1	5	3	11	18	7	0
80	14	1	9	5	6	4	19	8	1
85	15	0	4	5	8	8	20	9	0
90	15	11	10	5	10	1	21	9	11
95	16	9	7	6	0	10	22	10	5
100	17	8	2	6	2	6	23	10	8

Fig. 4. *TABLE TROISIEME.*

Où l'on trouve les baſes des Reveſtemens qu'il faut oppoſer aux Terres qui prennent des talus inclinés comme les faces d'une Pyramide quarrée.

1.° On ſuppoſe la peſanteur de la maçonnerie à celle de la Terre, comme 3 à 2.

2.° On évaluë les efforts accidentels à la pouſſée d'une maſſe de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé.

3.° On dirige l'effort composé de la peſanteur du Revêtement, de la Pouſſée des Terres, & des efforts accidentels vers le tiers de *DZ*.

4.° La partie triangulaire *HXO* du revêtement peut ſeule faire équilibre avec la pouſſée du terre-plain.

HAUTEUR du REVESTEMENT	FRUIT OU BASE de la partie triangulaire *HXO* du Revêtement.			EPAISSEUR au CORDON.			BASE ENTIERE du REVESTEMENT.		
pieds.	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*	*pieds.*	*pouces.*	*lignes.*
5	1	0	4	1	6	2	2	6	6
10	2	0	7	2	3	0	4	3	7
15	3	0	11	2	9	1	5	10	0
20	4	1	2	3	1	7	7	2	9
25	5	1	6	3	5	6	8	7	0
30	6	1	10	3	9	1	9	10	11
35	7	2	1	4	0	4	11	2	5
40	8	2	5	4	3	5	12	5	10
45	9	2	8	4	6	5	13	9	1
50	10	3	0	4	9	3	15	0	3
55	11	3	4	5	0	0	16	3	4
60	12	3	7	5	2	10	17	6	5
65	13	3	11	5	5	6	18	9	5
70	14	4	2	5	8	2	20	0	4
75	15	4	6	5	10	9	21	3	3
80	16	4	9	6	1	5	22	6	2
85	17	5	1	6	4	0	23	9	1
90	18	5	5	6	6	7	25	0	0
95	19	5	8	6	9	3	26	2	11
100	20	6	0	6	11	8	27	5	8

IDÉE

IDE'E GENERALE

Des differentes manières dont on peut faire la Porcelaine; & quelles sont les véritables matières de celle de la Chine.

Par M. DE REAUMUR.

NOUS devons à l'action du feu, sur des terres, sur des sables, sur des pierres, & sur de combinaisons de ces différentes matiéres, soit entre elles, soit avec des préparations minérales ou métaliques, trois sortes de productions qui nous procurent une infinité de commodités & d'agrémens; la Terre cuite, le Verre & la Porcelaine; la derniére est celle dont on a fait jusqu'ici le plus de cas; son prix a été porté bien au-delà de celui des deux autres; l'Europe à qui elle étoit étrangere, n'a rien épargné depuis plusieurs siécles pour s'en fournir; & ce qui est peut-être moins à la gloire de la Porcelaine qu'à celle des Chinois, c'est qu'à la Chine même, où se fait la plus parfaite, & où on ne fait que de vilain Verre, il y en a qui est mise au rang des choses précieuses. 26 Avril 1727.

Que ce soit par raison, ou par caprice, que nous sommes plus touchés de la vivacité & de la constance de ses couleurs que de l'admirable transparence du Verre, qui semble lui rendre propre la couleur du liquide qu'il contient, toûjours reste-t-il à la Porcelaine pour avantages réels sur le Verre, d'être en état, quoique froide, de recevoir la liqueur la plus chaude, de ce que après l'avoir reçûë, les doigts la touchent avec moins de risque de se brûler, & enfin d'être moins fragile.

L'Europe l'a trop enviée à la Chine pour qu'on n'y ait pas cherché à en composer de pareille; si on n'y est pas parvenu, au moins a-t-on réüssi à l'imiter en quelque sorte. Nous avons depuis plusieurs années une Manufacture de

Porcelaine, établie à S.t Cloud, qui s'est fort perfectionnée dans ces derniers temps : depuis trois à quatre ans, on a fait des Porcelaines grossiéres pour des manches de couteau dans plusieurs Fayenceries du Royaume. Les Pays étrangers n'ont pas négligé cette recherche. On y a travaillé en Hollande. Les Nouvelles publiques nous ont parlé d'établissemens tentés en differens endroits, dont j'ignore le succès. Mais il y en a un en Saxe, où l'on compose une belle espece de Porcelaine, & qui est surtout remarquable par l'éclat de l'or dont est revêtu tout l'interieur de certaines tasses blanches. Il n'est pas bien sûr que quand on eût fait en Europe, ou au moins en France, de la Porcelaine aussi bonne & aussi belle que celle de la Chine, que l'étrangere ne lui eût pas été préférée. Mais il est certain que celle qui jusqu'ici a été faite en Europe, n'est pas précisément de la nature de celle de la Chine, qu'elle n'en a pas toutes les qualités. Quoique des Sçavans du premier ordre se soient exercés sur cette matiere, & qu'ils ayent assûré y avoir travaillé avec succès, ils ne nous ont même rien laissé de propre à nous mettre sur la voye des tentatives. L'Académie a eu un de ses Membres, M. Tschirnaus, qui a trouvé le secret d'une composition de Porcelaine, qui selon les apparences est la même dont on fait usage en Saxe ; il ne la confia en France qu'au seul M. Homberg, encore ce fut à condition qu'il ne la communiqueroit à personne qu'après sa mort. M. Homberg lui a trop bien tenu parole ; il a survécu M. Tschirnaus de plusieurs années, & n'a rien appris de ce secret au public, ou, ce qui eût été la même chose, à l'Académie.

L'Etude particuliére que j'ai faite depuis long-temps des pratiques des Arts, ne pouvoit gueres me permettre d'ignorer tranquillement la nature d'une des plus belles matiéres dont nous leurs soyons redevables. Et je me suis livré volontiers à une recherche où je me trouvois engagé par une sorte de nécessité, dès qu'il m'a paru qu'on pouvoit y être conduit par ces principes clairs qui menent sûrement au but, quiconque n'est point effrayé par le nombre d'expériences qu'ils exigent.

Ils se tirent ici, ces principes qui doivent être des guides sûrs, de la nature de la Porcelaine; pour la déterminer, il ne faut pas s'arrêter à ses ornemens exterieurs, au bleu, au rouge, au vert & à l'or qui la parent; les plus rares Porcelaines, les plus cheres sont entiérement blanches, & ne sont estimées que pour une certaine nuance de blanc. Ce n'est pas encore assés de l'avoir dépoüillée de ses couleurs, il faut lui enlever son écorce; le poli vif, brillant, éclatant avec lequel nous paroît toute Porcelaine lui est aussi étranger que ses couleurs. Ce n'est qu'un enduit luisant, un vernis d'un verre transparent qui ne lui appartient pas plus en propre que les vernis ordinaires appartiennent au bois, ou que les vernis des Poteries communes & des Fayences appartiennent aux terres dont elles sont faites. Nous ne voyons donc la Porcelaine qu'au travers d'un voile, de rudes frottemens peuvent le lui enlever; mais pour la voir immédiatement, pour bien reconnoître ce qui constituë son caractere, nous n'avons qu'à considerer les cassures de divers fragmens. Nous y observerons sa tissure, nous reconnoîtrons qu'elle est moyenne entre celle du Verre, & celle des Terres cuites, ou des Poteries; nous n'y trouverons point ce brillant, cet œil verni que nous offrent les cassures de tout Verre, ni une pareille continuité de parties. Nous y demêlerons une grainure, qui, à la verité, est fort differente de celle des terres cuites par sa finesse, & même par une sorte d'éclat; d'où il est aisé de juger que l'état de Porcelaine est un état moyen entre celui du verre, & celui des terres simplement cuites; que de-là vient en partie qu'elle est moins transparente que le verre, & qu'elle l'est plus que les poteries; que de-là vient, que quoique froide, elle resiste à l'eau chaude à laquelle le verre froid ne resiste pas. Cet état moyen est susceptible d'une infinité de degrés qui composent des Porcelaines de qualités differentes; les unes par la grosseur de leurs grains, se rapprochent plus des poteries, & les autres par la finesse des leurs, se rapprochent plus du verre. Toûjours reste-t-il certain par le degré de transparence de la Porcelaine, & par l'éclat de

ſon grain qu'elle tient beaucoup du verre, & qu'on la doit regarder comme une vitrification imparfaite, ou comme une demi-vitrification.

C'eſt de-là que nous devons partir. Nous devons nous propoſer de faire des demi-vitrifications, & que ces demi-vitrifications ayent la blancheur qui plaît dans la Porcelaine. Deux maniéres différentes d'y parvenir ſe préſentent. Pour prendre une idée de la premiére, remarquons que ſi après avoir pulveriſé certains ſables, certaines terres, on en fait une pâte, au moyen d'un peu d'eau; ou ſi encore on fait entrer certains ſels dans cette pâte, & qu'enſuite on l'expoſe à l'action d'un feu moderé, qu'elle y devient une terre cuite, pareille à celle de nos poteries. Si la chaleur eſt renduë plus violente, cette même matiére ſera transformée en verre. Ce paſſage de l'état de ſimple terre cuite à l'état d'un verre parfait, ſe fait apparemment par bien des états moyens, dont les uns ne ſont que des vitrifications imparfaites, des demi-vitrifications. Reſte donc à découvrir quelles ſont les matiéres qui ſont blanches dans ces états moyens, & qui y peuvent être ſaiſies; car les états moyens ne ſont pas toûjours aiſément ſaiſiſſables. Un morceau de glace, un morceau d'un certain métal, peuvent être rendus fluides; mais il n'eſt pas aiſé de les ſaiſir dans un état de molleſſe ſemblable à celui d'une pâte, qui doit cependant ſe trouver entre leur ſolidité la plus parfaite & leur fluidité.

Dans l'eſpece de demi-vitrification que nous venons de conſiderer, chaque grain de la pâte a été rendu verre juſqu'à un certain point. Nous pouvons concevoir une autre eſpece de demi-vitrification, ſçavoir, celle d'un compoſé où il y ait un mélange exact de parties totalement vitrifiées, & de parties qui le ſoient peu ou point du tout. Qu'on ait deux poudres fines, dont l'une peut être vitrifiée aiſément, & dont l'autre ne le peut être qu'au plus violent degré de chaleur, ou ne le peut point être du tout; que l'on forme une pâte de ces deux poudres, qu'on lui faſſe ſeulement ſouffrir la chaleur capable de fondre la matiére la plus fuſible, on aura alors

une composition à demi-vitrifiée, qu'on appellera Porcelaine, si elle a un certain degré de transparence, & une certaine blancheur.

Ce sont ces deux différentes voyes d'avoir des demi-vitrifications que j'ai crû pouvoir suivre avec confiance, aussi ai-je trouvé qu'elles donnent chacune plusieurs especes de Porcelaines dans lesquelles sont comprises toutes celles qu'on a faites jusqu'à present. Il y a encore une autre voye plus singuliére de faire de la Porcelaine d'une espece dont il n'y a pas apparence qu'on ait tenté d'en faire jusqu'ici, je n'en parlerai point aujourd'hui : à peine aurai-je assés de temps pour faire entrevoir ce que j'ai tiré des deux autres maniéres *, & sur tout quelles sont les véritables matiéres dont est faite la Porcelaine de la Chine, qui est apparemment ce qu'on aura le plus d'envie de sçavoir.

Les deux maniéres générales de faire la Porcelaine, que nous venons d'expliquer, conduisent naturellement à une méthode pour reconnoître laquelle des deux on a suivie dans la fabrique de quelque Porcelaine que ce soit, pourvû qu'on en ait des fragmens, ou quelque piece qu'on veüille sacrifier. Car la Porcelaine qui est faite d'une matiére vitrifiable, mais saisie dans le temps où elle n'étoit vitrifiée encore qu'imparfaitement, étant tenuë dans un Creuset extrêmement chaud, ou pour le plus court encore étant exposée immédiatement au feu de Forge, achevera de s'y vitrifier, elle s'y transformera dans un Verre ordinaire. Toutes celles des Porcelaines faites jusqu'ici en Europe, que j'ai essayées, se sont parfaitement vitrifiées à un pareil feu. Mais on pourra exposer au feu violent d'un soufflet une composition de deux matiéres, dont l'une n'est point du tout, ou presque point vitrifiable, cette composition ne s'y vitrifiera pas; & telle est celle de la Porcelaine de la Chine ; le feu l'amene à la consistance de la pâte la plus molle, mais il la laisse Porcelaine; ce qui déja nous donne un caractere bien marqué pour la distinguer de celles d'Europe.

* Ce Mémoire fut lû à une Assemblée publique.

Je n'ai garde d'entrer dans le détail de differens essais, que j'ai tenté par rapport à la fabrique de celles de l'une & de l'autre espece, il doit être reservé pour un plus long ouvrage ; je me contenterai de montrer la route que j'ai suivie, & qui étoit indiquée par les principes que nous venons d'établir. J'avois à essayer, quelles sont les matiéres qui se peuvent vitrifier aisément, quelles sont celles qui ne vitrifient que par le feu le plus violent, quelles sont celles qui ne se vitrifient point par les feux de nos fourneaux, quelles sont les couleurs des unes & des autres après avoir souffert un feu plus ou moins long, & plus ou moins violent. Tout ce qui est compris dans le genre des matiéres terreuses, s'offroit à ces essais ; les terres de toutes especes, les crayes, les bols, les marnes, les glaises, les terres ordinaires, les sables de toutes qualités, les graviers, les pierres de tous les genres, les marbres, les agathes, les cailloux, les cristaux, les grès, les granits, les talcs, les plâtres, les ardoises, &c. L'étenduë de ces essais paroitra peut-être immense, aussi ne me serois-je pas promis de les épuiser, si je n'avois cherché des voyes abrégées de les faire, & d'en faire même souvent un très-grand nombre à la fois. Celles dont je me suis servi, meriteront, je crois, d'être expliquées ailleurs au long. Qu'on ne soupçonne pas au reste, qu'il étoit inutile d'embrasser une tâche si vaste. Quand nous rendrons un compte détaillé de ce travail, on verra que telle matiére, qui auroit pû être négligée parce qu'elle promettoit peu, méritoit beaucoup d'attention. Ce travail d'ailleurs a un objet utile, il nous mettra en état d'établir des caracteres plus marqués des différentes classes des matiéres terreuses & des matiéres pierreuses que ceux qu'on en a donnés jusqu'ici.

Ce n'a pas été assés d'éprouver seule chacune des matiéres de cette nombreuse suite, il a fallu les combiner les unes avec les autres pour nos compositions, & cela encore par un autre principe fourni par un Phénomene singulier. Quelquesfois deux matiéres prises chacune séparément ne sont nullement vitrifiables, qui mêlées ensemble font un composé qui se

vitrifie aisément. Enfin aux matiéres terreuses il falloit encore ajoûter des combinaisons de sels. Les essais même des sels étoient d'autant plus necessaires, que j'avois certitude que ce n'étoit qu'avec leur secours qu'on étoit parvenu à faire de la Porcelaine dans des Fayenceries du Royaume; & c'est ce que nous verrons quand nous traiterons des Porcelaines d'Europe. Enfin entre les compositions qui pourroient devenir de bonne Porcelaine, & également belle, il importoit de déterminer celles qui le deviennent après avoir souffert un moindre degré de chaleur. Des compositions trop difficiles à cuire seroient par-là rejettables.

Au moyen de ce plan, il n'étoit gueres possible que les meilleures maniéres de faire de la Porcelaine pussent échapper, & il ne laissoit pour toute gloire à prétendre que celle de l'ordre du travail, & d'une patience à l'épreuve du nombre des essais qui se présentoient. Malgré pourtant toutes mes épreuves, quelques heureuses qu'elles eussent été, j'aurois eû beau assûrer, vouloir prouver par des comparaisons de matieres, que j'avois la même composition que celle de la Chine, je ne sçai si on se fût voulu rendre à mes preuves. Nous devons au hazard la plupart des decouvertes, l'ordre que je m'étois prescrit le rendoit assés inutile à mon travail, cependant comme s'il falloit toûjours lui devoir quelque chose, au moins ai-je eû besoin qu'il me favorisât pour pouvoir bien établir la réalité de la réüssite.

On sçait tout ce qu'on a débité autrefois sur la matiére de la Porcelaine de la Chine, qu'on a prétendu qu'elle étoit dûë à la prévoyance des Chinois; que comme parmi nous le pere séme des bois pour sa postérité, que de même à la Chine on creusoit des fosses profondes, qu'on les remplissoit d'une terre qui devoit y rester des centaines d'années pour s'y pourrir, s'y meurir, & devenir propre à faire de belle Porcelaine. D'autres nous ont assûré que des coquilles fournissoient la matiére de la véritable Porcelaine, & nous verrons dans la suite ce qui a pû en imposer à ces derniers. D'autres enfin nous ont rapporté tout simplement, que les Chinois faisoient

leur Porcelaine d'une ſeule terre, qui eſt particuliére à leur Pays. Des voyageurs, même ſuppoſés éclairés & pleins de bonne foi, ſont rarement en état de nous donner des connoiſſances ſur certaines matiéres. Qu'on amene en Europe des Chinois, des Japonois des plus ſenſés, qu'on leur faſſe parcourir nos differentes Manufactures, croit-on que de retour chés eux, ils ſeront bien en état d'en inſtruire leurs compatriotes? On a imprimé en 1717. une Lettre du Pere d'Entrecolles Jeſuite, ſur la fabrique de la Porcelaine, qui ne doit pas être confonduë avec ce qui eſt recüeilli précipitamment par des voyageurs. Après avoir rempli les fonctions d'un zéle Miſſionnaire à *Kim te tchim*, Ville de la Chine où l'on travaille le plus en Porcelaine, & où on fait la plus belle; il a entrepris de décrire ce qu'il a vû pratiquer bien des fois, & ce qu'il a appris de ſes néophites; il l'a fait avec beaucoup d'élegance. On imagine aſſés l'empreſſement que j'eûs de lire cette Lettre. J'y trouvai un grand nombre de faits curieux, la ſuite du travail bien détaillée, les procedés de chaque manipulation bien expliqués, & qui reviennent aux pratiques de nos Fayenceries d'Europe : mais je n'y trouvai point ce que je cherchois le plus, le vrai caractere des matiéres dont on fait la pâte de la Porcelaine; j'y vis ſeulement que cete pâte étoit un alliage de deux matiéres, mais que la Lettre ne nous faiſoit point aſſés connoître. Voici ce qu'elle en rapporte de plus précis.

La matiere de la Porcelaine ſe compoſe de deux ſortes de terres; l'une appellée Pe tun tſe, *& l'autre qu'on nomme* Kao lin. *Celle-ci eſt parſemée de corpuſcules qui ont quelque éclat, l'autre eſt ſimplement blanche, & très-fine au toucher, &c. Ces deux matiéres ſont apportées à* Kim te tchim, *réduites en forme de brique. Les* Pe tun tſes, *dont le grain eſt ſi fin, ne ſont autre choſe que des quartiers de Roche qu'on tire des Carriéres, & auſquels on donne cette forme après les avoir pilé. Toute pierre n'y eſt pas propre, ſans quoi il ſeroit inutile d'en aller chercher à vingt ou trente lieuës dans la Province voiſine; la bonne Pierre, diſent les Chinois, doit tirer un peu ſur le verd.*

Pour

Pour nous faire ensuite connoître la seconde matiére, le *Kao lin*, ce même Pere nous apprend *qu'il demande un peu moins de travail que le* Pe tun tse : *la nature y a plus de part. On en trouve des Mines dans le sein de certaines montagnes qui sont couvertes au dehors d'une terre rougeâtre. Ces Mines sont assés profondes; on y trouve par grumeaux la matiére en question, dont on fait des quartiers en forme de carreaux, en observant la même méthode que j'ai marquée*, dit ce Pere, *par rapport au* Pe tun tse. *Je ne ferois pas difficulté de croire*, ajoûte-t-il de suite, *que la Terre blanche de Malthe, qu'on appelle la* Terre de Saint Paul, *auroit dans sa matrice beaucoup de rapport avec le* Kao lin *dont je parle, quoiqu'on n'y remarque pas les petites parties argentées dont est semé le* Kao lin.

Voilà à quoi se réduisent les idées que ce Pere nous a données des matiéres qui entrent dans la composition de la Porcelaine : il nous apprend qu'on en employe deux, qui sont le *Pe tun tse* & le *Kao lin*. Mais qu'est-ce que sont précisément ces deux matiéres ? De quel genre, de quelle espece sont ces pierres dures dont on fait le *Pe tun tse*, & qui se reduisent en une pâte fine ? qu'est-ce que c'est que le *Kao lin !* Ce Pere a soupçonné cette derniére analogue en quelque sorte à la terre de Malthe. Ce qui, loin de nous conduire à le reconnoître, ne pourroit que nous jetter à l'écart.

Heureusement que le Pere d'Entrecolles, qui n'avoit rien négligé de ce qui dépendoit de lui, pour nous procurer des connoissances, avoit plus fait; en envoyant sa Lettre au Pere Orry, Procureur général des Missions de la Chine, il l'avoit accompagnée d'échantillons. J'eûs occasion de voir le Pere Orry en 1722. il m'apprit qu'il avoit ces échantillons ; il me les montra sur le champ, il me pressa même de les partager avec une politesse, & des instances qui m'eussent forcé à l'accepter, quand j'en eusse eû moins d'envie.

Malgré le dérangement des étiquettes, arrivé dans un long voyage, il me fut aisé de retrouver chacune des matiéres, que le Pere d'Entrecolles a désignées dans sa Lettre. Je vis donc du *Pe tun tse* en pain ; j'en vis en roche. Je fis réduire

en poudre de ces fragmens de roche; je passai la poudre à l'eau, je fus certain alors que celui que j'avois en pain, étoit véritablement venu de pareille roche.

Enfin je reconnus sans peine, que ces pierres appartiennent au genre des cailloux. Dans un Memoire que j'ai donné autrefois sur leur formation *, j'ai fait voir que ce genre de pierres est un des plus étendus. J'ai tâché de prouver qu'ils sont, pour ainsi dire, des pierres petrifiées une seconde fois, des pierres ordinaires qui, depuis leur production, ont été de nouveau penetrées d'un suc pierreux ; que de-là vient que les cailloux s'éloignent plus ou moins du caractere des pierres communes, sont plus ou moins cailloux. Ceux qui fournissent le *Pe tun tse* sont de ceux qui sont le moins cailloux, de ceux qui ont le moins de transparence, & dont la cassure est le moins polie.

* *Mem. de l'Acad. 1721. p. 255.*

Mais ce qui fait le caractere essentiel de ceux-ci par rapport à la Porcelaine, & ce que m'apprirent mes premiers essais, c'est que leur nature est de se vitrifier aisément, sans le secours d'aucuns sels, quoique le feu ne les attaque qu'au travers des parois d'un Creuset ; circonstance dans laquelle les cailloux ordinaires ne se vitrifient nullement. Ils se transforment dans un verre un peu opaque, & assés blanc. Il est donc certain qu'une des matiéres de la Porcelaine de la Chine est extrêmement fondante; d'où on conclut sans doute, que le *Kao lin* au contraire doit être cette matiére non fondante, non ou peu vitrifiable, qui, mêlée en certaine proportion avec l'autre, composera un tout qui ne sera qu'imparfaitement, ou à demi-vitrifiable; & qu'ainsi la Porcelaine de la Chine est dans la classe de celles que nôtre seconde méthode nous a conduit à chercher.

Mais il restoit à connoître ce que c'étoit que le *Kao lin*. Ici les échantillons ne nous aidoient pas comme pour le *Pe tun tse ;* ils ne nous le faisoient voir qu'en pains formés de la poudre, dans laquelle la pierre avoit été réduite. Le Pere d'Entrecolles lui-même ne l'avoit jamais vû tel que la nature le donne, autrement il ne l'eût pas comparé à la Terre de

Malthe, avec laquelle il n'a aucun rapport que celui de la couleur; il ne ſemble à la vérité alors, qu'une terre blanche, parſemée de brillans. J'aurois pourtant tort de faire valoir la peine que j'ai eûë à reconnoître cette matiére ſous ſon déguiſement; dès le premier coup d'œil je crûs avoir deviné ſon origine, & je ne me trompai pas : peu auparavant j'avois fait réduire en poudre & en pâte certaines matiéres, je crûs revoir la pâte qu'elles m'avoient donnée, dès que je vis le *Kao lin.* Loin de penſer que les brillans & les paillettes qui y ſont parſemées duſſent être priſes pour une matiére qui lui fût étrangere, comme le ſont aux ſables & aux terres les paillettes talceuſes qui y ſont ſouvent mêlées, je penſai que les paillettes n'étoient ici que les plus groſſiers fragmens, que ceux qui avoient échappé à la trituration; tels que ſont les fragmens, les gros graviers qui reſtent parmi du grès pilé; & que comme ces derniers fragmens ſeroient propres à découvrir, à qui l'ignoreroit, quelle eſt la pierre d'où le ſable du grès a été tiré, que de même ces paillettes nous découvroient le caractere des pierres qu'on avoit réduit en une poudre, qui paitrie enſuite à l'eau, formoit cette matiére qu'on appelle à la Chine *Kao lin;* que ces paillettes étant de vrayes paillettes talceuſes, que le *Kao lin* n'étoit qu'un Talc pulveriſé. Les matiéres que j'avois autrefois fait réduire en une pâte, à laquelle le *Kao lin* m'avoit paru parfaitement ſemblable, étoient auſſi des Talcs.

Ce n'étoient encore là que des conjectures probables, mais il n'étoit pas bien difficile d'imaginer un moyen de tirer de nôtre *Kao lin* de la Chine des preuves qui en démontreroient la certitude ou la fauſſeté. Les paillettes dont il eſt parſemé, ſont très-viſibles, très-reconnoiſſables, & très-certainement des paillettes talceuſes. Je fis fondre dans l'eau une portion de mon *Kao lin;* je ſéparai par des lotions les paillettes talceuſes du reſte de la maſſe; je les raſſemblai, je les fis piler, paſſer à l'eau, & enſuite je les réduiſis en pâte. Cette nouvelle pâte parut préciſément la même que l'ancienne ſéparée de ſes paillettes talceuſes.

Enfin pour ne pas s'en fier au ſeul jugement des yeux, qui

pourtant ici ne laissoit aucun lieu à scrupule, j'ai ménagé ce peu de pâte sûrement talceuse, & j'en ai fait des essais pareils à ceux que j'ai faits avec le *Kao lin;* c'est-à-dire, que j'ai exposé de petits gâteaux de l'une & de l'autre au même feu; que j'ai mêlé de l'une & de l'autre séparément, & en même proportion avec le *Pe tun tse*, & que j'ai fait cuire ces pâtes. Les essais ne m'ont pas fait voir la moindre différence entre ma pâte talceuse tirée du pain de *Kao lin*, & le *Kao lin* même. Des fragmens de Talc ont une grande ressemblance avec ceux de la Nacre des Coquilles; c'est cette ressemblance apparemment qui a trompé les Voyageurs, qui ont écrit que les Chinois composent leur Porcelaine de Coquilles broyées.

Jusqu'ici on ne s'est pas avisé en Europe d'employer le Talc pour la composition de la Porcelaine, il eût été impossible d'en faire cet usage dans des Manufactures, sans qu'on en eût été bien-tôt instruit. Comment eût-on pû faire des amas considérables d'une matiére si reconnoissable, la préparer sans qu'on eût remarqué à quoi on l'employoit? D'ailleurs comme jusqu'ici elle n'a eu que des usages qui n'en ont demandé qu'une petite quantité, il eût été impossible de donner le change sur le nouvel emploi qu'on en eût fait. Ce qui est pourtant de certain, c'est que se conduisant dans la recherche de la composition de la Porcelaine par les principes que nous avons posés, dès qu'on voudra en faire de la classe de celles qui ne sont qu'un alliage de deux matiéres, dont l'une est vitrifiable, & dont l'autre ne l'est point; pour la matiére non vitrifiable, il n'est aucune dont on dût autant se promettre que du Talc, aussi n'en est-il point qui réüssisse mieux. Des raisons des plus décisives, & des plus aisées à appercevoir, conduisoient à s'en servir.

1.° Nous ne connoissons point dans le genre des Pierres, de matiére plus difficile à vitrifier. Si on la renferme dans des Creusets, elle soutient la plus violente action du feu, sans en être alterée, car elle ne se calcine pas plus qu'elle se vitrifie. Par cette derniére remarque, on est averti de ne pas confondre ce Gyps transparent, qu'on nomme *Talc* à Paris, avec le véritable Talc.

2.° Nous ne connoissons point aussi de matiére qui conserve plus de blancheur & plus d'éclat au feu que les bons Talcs, aussi le *Kao lin* donne-t-il un blanc à la composition cuite, que n'auroit pas le seul *Pe tun tse.*

3°. Une considération au moins aussi essentielle est celle de la transparence de cette pierre, & une transparence à l'épreuve d'un feu très-violent. Si on mêloit une matiére non-fusible, mais opaque, avec une matiére vitrifiable, il n'y auroit gueres lieu d'esperer de la transparence de ce composé, les parcelles opaques arrêteroient la lumiére qui auroit passé au travers des parcelles transparentes. Le Talc étant transparent, & conservant au feu sa transparence, ne laisse rien craindre de pareil pour le composé où il est entré, même dans une assés grande proportion. Le Pere d'Entrecolles, qui a observé tout ce qu'il étoit à portée d'observer, assûre qu'à *Kim te tchim*, pour faire les meilleures Porcelaines, on mêle le *Pe tun tse* & le *Kao lin* en parties égales. La plus belle & la meilleure Porcelaine est donc exactement une demi-vitrification.

4.° Enfin le Talc a naturellement une fléxibilité qui manque au Verre: comme le feu qui cuit la composition où il est entré, ne le vitrifie point, ou le vitrifie imparfaitement, il est assés naturel de penser qu'il contribuë à donner à la Porcelaine une sorte de souplesse. Un Chinois, dont nous parle le Pere d'Entrecolles, avoit grande raison de se mocquer du Hollandois qui avoit emporté du seul *Pe tun tse* pour faire de la Porcelaine : mais il n'étoit pas lui-même au fait des qualités des matiéres qui la composent, lorsqu'il ajoûtoit, qu'il avoit emporté les chairs, & qu'il avoit laissé les os. Le *Kao lin* ne fait point du tout l'effet des os. Aussi le Pere d'Entrecolles semble-t-il être trop entré dans l'idée de ce Chinois, lorsqu'il admire qu'une poudre tendre donne de la solidité, qui ici paroît signifier *dureté*, au *Pe tun tse* tiré des Roches les plus dures.

La composition de la Porcelaine de la Chine est donc connuë. Il ne nous reste qu'à sçavoir si on a en Europe, & sur-tout dans le Royaume, des mêmes matiéres que celles

de la Chine, ou des matiéres équivalentes. Car à la Chine, on ne fait pas par-tout de la Porcelaine ; & dans tous les endroits où on y en fait, on n'en fait pas d'également belle: toutes nos Verreries ne font pas des Verres également beaux. Nous avons à chercher deux matiéres, dont l'une nous tienne lieu du *Pe tun tſe*, & l'autre du *Kaolin.*

Si je pouvois donner ici la liſte de toutes les matiéres que j'ai eſſayées, on n'auroit pas lieu de s'inquiéter pour la matiére fondante, ou pour celle du *Pe tun tſe*, & je ſuis convaincu qu'on trouvera à augmenter cette liſte, & peut-être de matiéres préférables à celles qui m'ont paru excellentes, dès qu'on ſçaura qu'il eſt important de les eſſayer. Les qualités qui ſont néceſſaires à cette premiére, c'eſt de ſe vitrifier aiſément & en blanc. Les Terres mêmes nous en offriront qui ont leur ſingularité ; nos Cailloux, nos beaux Sables pourront être employés au moyen de quelques préparations. J'avertirai pourtant ceux qui voudront faire des eſſais ſur les ſables, de s'arrêter aux graviers, aux gros ſables plus volontiers qu'aux ſables fins. Il eſt ſingulier que généralement j'aye trouvé juſqu'ici ces derniers moins fuſibles que les autres.

Mais un Mémoire entier ne ſera pas de trop pour examiner les qualités des différentes matiéres qui peuvent ſervir de *Pe tun tſe;* nous y donnerons des compoſitions qui pourront tenir lieu de *Pe tun tſes* naturels, & qui peut-être même leurs ſont préférables.

Il ne s'agit plus que de ſçavoir ſi nous pourrons avoir du *Kao lin* ou du Talc auſſi facilement. C'eſt une matiére qui n'a gueres été ramaſſée juſqu'ici que par des curieux. On ne s'eſt gueres aviſé de faire uſage que de celui qui ſe trouve en grands morceaux, & qu'on peut diviſer en feuilles. On en couvre des Eſtampes; les Religieuſes les employent pour tenir lieu de glaces à leurs *Agnus-Dei.* Ce Talc nous eſt vendu à Paris pour Talc de Moſcovie.

On a encore cherché à en faire un autre uſage, & ſur-tout de celui de Veniſe, pour compoſer des Fards admirables; l'éclat du Talc a été imaginé propre à en donner au teint des

Dames. Si ce ſecret ſi cherché, cette huile, ou ces préparations de Talc étoient certaines, le mérite du Talc pour la Porcelaine ne ſeroit rien en comparaiſon.

Son Alteſſe Royale feu Monſieur le Duc d'Orléans, le plus éclairé des Princes que la France ait jamais perdu, qui ſaiſiſſoit, même avec empreſſement, les occaſions de contribüer à étendre nos connoiſſances, & ſur-tout celles qui pouvoient nous mettre en état de faire valoir les avantages naturels du Royaume, voulut bien pendant pluſieurs années, envoyer à tous les Intendans des Mémoires, où je demandois des Inſtructions détaillées ſur ce que chaque Généralité produiſoit en Mines, Terres, Pierres, Sables & matiéres minérales, &c. & les charger d'envoyer des échantillons de chacune de ces matiéres, qui ſont actuellement raſſemblés dans mon Cabinet. Parmi ceux que je reçûs alors, il y en a de quantité de matiéres qui auroient pû être regardées comme un objet d'une curioſité aſſés inutile ; les eſpeces de Talcs ſont apparemment de ce nombre. Lorſque j'en ſuis venu aux eſſais ſur la Porcelaine, j'ai trouvé à en faire un uſage que je n'euſſe pas oſé eſperer, & qui doit apprendre qu'il n'y a pas toûjours auſſi loin qu'on le penſe, du curieux à l'utile, & que rien n'eſt à négliger dans les productions de la Nature. Le Poitou, le Berry, la Provence, le Languedoc, le Rouſſillon, & preſque toutes les Généralités du Royaume, nous fourniſſent chacune, en pluſieurs endroits, des Talcs de pluſieurs eſpeces. On n'a pas aſſés foüillé, aſſés cherché, pour ſçavoir ſi on en trouvera abondamment dans tous ces endroits. Mais il y en a quelques-uns d'où on m'en a envoyé en ſi grande quantité, lorſque je n'en demandois que de petits échantillons, qu'il eſt à préſumer qu'il ne ſeroit pas difficile d'en tirer aſſés pour fournir des Manufactures.

Reſtoit à voir ſi ces Talcs du Royaume réüſſiroient auſſi-bien que ceux de la Chine : nous l'avons déja dit, on peut faire du Verre avec preſque tous les ſables & tous les cailloux, mais tout ſable, tout caillou ne fait pas du Verre également beau. Auſſi tous nos Talcs ne ſeront pas également

propres à la Porcelaine, il n'en est gueres pourtant qui ne mérite quelque attention. Mais un Mémoire entier suffira à peine pour faire remarquer leurs singularités ; c'en est assés pour celui-ci, de dire que j'ai comparé de ceux dont on trouve le plus abondamment dans le Royaume, avec le *Kao lin* de la Chine ; & que de même j'ai comparé la matiére qui doit nous servir de *Pe tun tse*, avec le véritable *Pe tun tse*. Il étoit aisé de bien faire cette comparaison. J'ai mêlé en parties égales le *Kao lin* de la Chine & le *Pe tun tse* de la Chine; tantôt j'en ai fait faire de très-petits goblets, tantôt seulement des gâteaux, pour ménager des matiéres qui m'étoient si nécessaires, & si difficiles à recouvrer. C'est à cette pâte purement de la Chine, que je devois comparer les autres. J'ai mêlé dans la même proportion quelques-uns de nos Talcs avec le *Pe tun tse* de la Chine, & j'ai mêlé de même le *Kao lin* de la Chine avec le *Pe tun tse* de France, & enfin j'ai mêlé ensemble du *Pe tun tse* de France, & de son *Kao lin* ou Talc. Ces essais cuits ensemble au même feu, ne pouvoient manquer de me donner tous les éclaircissemens desirés. La matiére fondante de France, mêlée avec le *Kao lin* de la Chine, a fait aussi-bien que le *Pe tun tse* de la Chine mêlé avec le *Kao lin* du même pays ; & le *Kao lin* de France, joint au *Pe tun tse* de la Chine, a tenu lieu du *Kao lin* de la Chine. Si je l'osois même, je dirois qu'il y en a qui a mieux réüssi. Enfin nôtre Talc ou *Kao lin* de France, combiné avec nôtre pierre fondante ou *Pe tun tse*, a réüssi comme le *Kao lin* de la Chine mêlé avec la même pierre.

La premiére épreuve que j'ai faite, pour m'assûrer que le *Kao lin* de la Chine est un Talc pulverisé, celle où j'ai séparé par des lotions des paillettes talceuses d'un morceau de pâte de *Kao lin*, m'a fourni une autre observation, dont il est important de faire part à ceux qui voudront rechercher des Talcs pour en composer la Porcelaine. Le sédiment qui a été séparé par mes lotions, étoit composé de paillettes talceuses, & de grains d'un sable blanc. Pour avoir les paillettes talceuses, j'ai été obligé de les séparer de ce sable. Ce n'est pas

pas ce que je veux faire remarquer, mais que le ſable entre en partie dans la matiére qu'on pile pour en former les pains de Kaolin; que par conſéquent cette matiére n'eſt pas, comme nos Talcs de Veniſe & de Moſcovie, en morceaux de Talc pur; qu'il y a apparence qu'elle n'eſt qu'une ſorte de pierre talceuſe, dans la compoſition de laquelle le Talc entre pour beaucoup. Ainſi on doit tenter de faire uſage des pierres talceuſes comme des Talcs. On en trouve plus communément, & nous en avons dans le Royaume qui réüſſiſſent admirablement pour la Porcelaine.

Quoique j'aye eſſayé par préférence les Talcs du Royaume, je n'ai pas négligé les épreuves de ceux des Pays étrangers. Les Talcs de Moſcovie, les Talcs de Veniſe ont été éprouvés; les matiéres qui ſemblent tenir des Talcs, comme la Craye de Briançon, l'Amianthe, &c. l'ont été auſſi; & ces différens eſſais m'ont fourni des obſervations ſinguliéres pour la pratique & pour la phiſique.

Au reſte on voit aſſés que nous n'avons donné juſqu'ici qu'une legere ébauche d'un Art entiérement nouveau pour nous, & qui préſente une vaſte matiére à d'utiles & de curieuſes recherches. Nous aurons par la ſuite à en expliquer toutes les manipulations; comment on réduit en poudres fines nos ſables ou pierres fondantes, & nos Talcs; à preſcrire des regles ſur le degré de fineſſe qui leur eſt eſſentiel; à apprendre comment on y parvient facilement en les paſſant à l'eau. Il nous faudra enſuite compoſer des pâtes du mêlange de ces poudres, en former des ouvrages, les cuire. Ce dernier article ſeul fournira bien des remarques ſur la force & la durée du feu néceſſaires, ſur les inconveniens du trop, ou du trop peu de feu, & ſurtout ſur ce qu'il faut éviter pour que la couleur de la Porcelaine ne ſoit point altérée pendant la cuiſſon. Il arrive ici des accidens propres à bien déconcerter l'Artiſte, mais qui inſtruiſent le Phiſicien de phénomenes ſinguliers. Souvent une compoſition, dont je devois attendre beaucoup de blancheur, eſt ſortie du fourneau opaque, brune, rougeâtre, noire. Enfin il ſera eſſentiel de

traiter de la maniére de peindre, de dorer la Porcelaine, & de donner, même à celle qui restera blanche, cette espece de vernis à qui elle doit son éclat. Mais on entrevoit assés jusqu'où de pareils détails doivent mener. Aussi ai-je cru que c'étoit assés pour le présent, d'avoir indiqué les routes qu'il faut suivre pour la fabrique de la Porcelaine ; d'avoir fait connoître les véritables matiéres de celle de la Chine, & d'avoir établi que nous en trouvons de pareilles chés nous. Enfin la composition de la Porcelaine de la Chine n'est pas la seule à laquelle nous devions nous tenir. Nos expériences nous ont fourni beaucoup d'autres maniéres d'en faire, qui ont leurs singularités & leur utilité.

Mais ce qu'on a peut-être déja impatience de sçavoir, c'est quand nous profiterons de ces recherches, si elles nous procureront, & bientôt, de la Porcelaine de France aussi belle, & à aussi bon marché que celle de la Chine, car nous voulons voir les choses aussi-tôt faites que proposées. J'avoüerai ingénüement que cette façon de penser, qui nous est propre, m'a fait différer depuis plusieurs années à communiquer ce que je viens de commencer à donner aujourd'hui. Je sçai qu'on n'en est pas quitte à aussi bon marché, quand on propose de ces recherches qui ont une fin utile, que quand on en annonce de purement curieuses ; dès qu'on a publié les derniéres, on a rempli son objet. Mais on exige de qui en a promis d'utiles, de faire joüir de leur utilité, sans examiner si ce n'est pas trop exiger que de charger quelqu'un & de l'invention & de l'execution. Pour moi qui ai eu occasion d'apprendre combien il est difficile de faire de nouveaux établissemens dans le Royaume, qu'ils n'y sçauroient réüssir que par un assemblage de combinaisons, qu'on ne peut que rarement esperer, qu'au moins ils n'y sçauroient être en regle qu'après plusieurs années, pendant lesquelles l'Inventeur doit être muni d'un courage à l'épreuve de bien des discours, qui le chargeront des négligences des Entrepreneurs, des fautes des ouvriers, & même de ces retardemens qui ne viennent que des fâcheuses circonstances des temps ; instruit, dis-je, de tout

cela, je demande aujourd'hui par grace, qu'on ne regarde ce que je viens d'annoncer sur la Porcelaine, que comme des faits qu'on avoit ignorés, & qu'il étoit bon de sçavoir, que comme une simple Analyse de la Porcelaine ; qu'on veüille bien que les engagemens que je contracte ne s'étendent qu'à donner les compositions des différentes especes de Porcelaine. Il est pourtant vrai que j'ai crû qu'on pouvoit proposer des recherches de cette nature avec une espérance qu'on n'auroit pas dans d'autres temps, sous un ministere aussi-bien intentionné & aussi éclairé que celui qui nous gouverne. Il ne lui échapera pas de faire attention à la quantité prodigieuse de Porcelaine qui est dans le Royaume, & dans toute l'Europe. Depuis le plus grand Seigneur jusqu'au plus petit particulier, tout le monde en a. Si on calculoit l'argent réel que les Indes ont tiré d'Europe avec cette seule Terre, on jugeroit que l'intérêt commun de ses Souverains eût dû les porter à tenter tous les moyens possibles d'en faire des établissemens dans leurs Etats. On a déja une grande avance pour ces fabriques. Les manipulations de la Fayance, & sur-tout celles de la Porcelaine imparfaite, au fait desquelles on est, sont pour l'essentiel les mêmes que celles que demandera la meilleure Porcelaine. On a des ouvriers instruits, il ne s'agit plus que de leur remettre de bonne matiére entre les mains. Il est vrai que les ouvriers vivent à meilleur marché à la Chine qu'en Europe. Mais ce que la Porcelaine étrangere peut coûter de moins par cette considération, n'est-il pas plus que compensé, par les frais des voyages qu'on fait pour l'aller chercher, & sur-tout par les profits qu'exigent ceux qui courent les risques d'un commerce si éloigné ? D'ailleurs je ne desespere pas que nous n'ayons des moyens d'abreger les opérations qui ne sont point connus à la Chine.



QUADRATURE ET RECTIFICATION DES FIGURES FORMÉES PAR LE ROULEMENT DES POLYGONES RÉGULIERS.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I.

Fig. 1. SI l'on fait rouler un Triangle équilatéral *MBC* ſur une ligne droite *ABCD*, un des angles *M*, pendant une révolution entiére du Triangle, tracera les arcs *AM*, *MD*; & ſi l'on tire les cordes *AM*, *MD* de ces deux arcs, l'eſpace du nouveau Triangle *AMD*, formé par ces cordes & par la baſe, ſera triple du Triangle roulant.

La ſeule inſpection de la Figure ſuffit pour s'en convaincre.

L'on trouveroit auſſi des démonſtrations aſſés ſimples pour la même propriété dans le roulement du Quarré, du Pentagone & de l'Exagone régulier; mais après ces quatre Polygones, les démonſtrations particuliéres deviendroient fort difficiles, & la difficulté croîtroit avec le nombre des côtés du Polygone: il faut prendre une autre route.

Fig. 5. Si l'on fait rouler un Polygone régulier quelconque *MBCD* &c. ſur une ligne droite *ABCD* &c. la trace d'un des angles *M*, pendant une révolution entiére, formera la Figure *AMNO* &c. terminée par la baſe *ABCD* &c. & par les arcs *AM*, *MN*, *NO*, &c. & ſi l'on tire les cordes de chacun de ces arcs, l'on formera un nouveau Polygone compris par ces cordes & par la baſe, d'autant de côtés qu'en a le Polygone roulant.

Je dis que l'aire de ce nouveau Polygone eſt triple de celle du Polygone roulant.

Ayant tiré de l'angle décrivant, *M*, dans le Polygone roulant, les lignes *MC*, *MD*, &c. à tous les angles, il eſt aiſé de voir que chaque côté du Polygone s'appliquant ſucceſſivement ſur la baſe, chacun des Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. ſe trouve dans la Figure formée par le roulement.

Outre ces Triangles dans leſquels on a partagé le Polygone roulant, la Figure contient encore autant de Triangles Iſoſceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. que le Polygone a de côtés moins un.

Ces Triangles ſont les ſecteurs qui ſe forment pendant le mouvement de piroüettement du Polygone ſur chacun de ſes angles, c'eſt-à-dire, depuis qu'un côté quitte la droite juſqu'à ce que le côté ſuivant la rencontre, dont on a ôté les ſegmens *AM*, *MN*, *NO*, &c.

De-là ſuit, tous les angles du Polygone étant égaux, que tous les ſecteurs ſont ſemblables, & ont pour angle aux centres *B*, *C*, *D*, &c. le complement de l'angle du Polygone *ABM*; & cet angle étant égal à l'angle *BKC* du centre du Polygone, tous les Triangles Iſoſceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. ſont ſemblables au Triangle *BKC* du Polygone.

Cependant les ſecteurs ſemblables *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. changent continuellement de rayon : & ces rayons ſont ſucceſſivement les cordes *MB*, *MC*, *MD*, &c. tirées du point *M* dans le Polygone.

L'on voit aſſés que la Figure rectiligne terminée par les cordes des ſecteurs & la baſe, eſt composée de tous les Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. du Polygone & de tous les Triangles Iſoſceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c.

Je dis que tous les Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. plus, tous les Iſoſceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. ſont égaux au triple du Polygone roulant.

Par la génération de nôtre Figure, le Polygone roulant lui diſtribuë ſucceſſivement tous ſes Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. ainſi il reſte à prouver que tous les Triangles Iſoſceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. ſont égaux au double du Polygone roulant.

Les Triangles Isoſceles étant tous ſemblables au Triangle du centre du Polygone, & leurs côtés étant ſucceſſivement toutes les cordes *MB*, *MC*, *MD*, &c. du Polygone, le Triangle du centre *BKC* ſera à chacun de ces Triangles comme le quarré de *KB* aux quarrés des cordes *MB*, *MC*, *MD*, &c.

Faiſant donc le Rayon $KB = r$.

Le côté du Polygone,

ou la premiére corde $MB = a$.

La ſeconde . . . . . $MC = b$.

La troiſiéme . . . . $MD = c$.

&c.

Et le Triangle $BKC = T$.

L'on aura $ABM = \frac{aa}{rr} T$. $OEP = \frac{dd}{rr} T$.

$MCN = \frac{bb}{rr} T$. $PFQ = \frac{ee}{rr} T$.

$NDO = \frac{cc}{rr} T$. $QGH = \frac{ff}{rr} T$.

Et la ſomme de tous ces Triangles

$$ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr} \times T.$$

Art. 454. des Sections Coniques.

Mais M. le Marquis de l'Hopital a démontré, & il eſt facile de voir, par la propriété du Quadrilatere inſcrit au Cercle, que dans tout Polygone régulier pair, la ſomme des quarrés des cordes paires eſt égale à la ſomme des quarrés des cordes impaires; & que chacune de ces ſommes eſt égale au quarré du Rayon multiplié par le nombre des côtés du Polygone.

D'où il ſuit, 1.° pour les Polygones pairs, que la ſomme des quarrés de toutes les cordes, tant paires qu'impaires, eſt égale au quarré du Rayon multiplié par le double du nombre des côtés du Polygone.

2.° Que pour les Polygones impairs; concevant un Polygone pair inſcrit au même Cercle, dont deux côtés répondent à un côté du Polygone impair, les cordes paires de ce

nouveau Polygone, seront toutes les cordes du Polygone impair; dont la somme des quarrés est égale au quarré du Rayon multiplié par le nombre des côtés du Polygone pair qu'on a conçu, & par conséquent par le double du nombre des côtés du Polygone impair.

En général donc, soit que le Polygone soit pair, soit qu'il soit impair, la somme des quarrés de toutes les cordes, est égale au quarré du Rayon multiplié par le double du nombre des côtés du Polygone.

L'on a donc ici $2.7.rr = aa + bb + cc + dd + ee + ff$, ou $2.7 = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr}$.

Et substituant 2. 7, au lieu de cette quantité dans l'Equation $ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr} \times T$.

L'on a $ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = 2.7.T$.

C'est-à-dire, la somme des Triangles Isosceles égale au double du Polygone roulant.

Il est clair que cette démonstration n'est jamais arrêtée, quelque nombre de côtés qu'ait le Polygone: & que cette propriété s'étend depuis le premier Polygone, qui est le Triangle, jusqu'au dernier, qui est le Cercle.

L'on voit par-là que l'espace de la roulette est triple de celui du Cercle qui roule; mais on voit encore de quelle maniére il est triple; & pourquoi.

Ayant conçû du point décrivant du Cercle, tirées à tous ses angles autant de cordes qu'il a de côtés moins un, l'on a vû qu'à chaque pas qu'il fait sur la droite, il y laisse, pour ainsi dire, successivement chacun des petits triangles formés par ces cordes. Ainsi voilà déja dans l'espace cycloïdal une somme de Triangles égale au Cercle.

L'application de deux petits côtés du Cercle sur la droite, est toûjours suivie d'un petit piroüettement sur l'angle du Cercle, pendant lequel, la corde décrivante trace un petit triangle ou secteur (l'arc ici se confondant avec la corde)

toûjours ſemblable au Triangle formé dans le Cercle par deux rayons tirés aux extrémités d'un petit côté du Cercle.

Or je viens de démontrer en général, que la ſomme des Triangles Iſoſceles *ABM, MCN, NDO,* &c. étoit double du Polygone roulant.

L'eſpace de la roulette eſt donc triple de celui du Cercle roulant, & le Cercle eſt aſſujeti à la loi de tous les Polygones réguliers.

II.

Fig. 7. Si maintenant l'on fait rouler le Polygone ſur un autre Polygone égal & ſemblable, l'angle *M* du Polygone roulant tracera les arcs *Am, mM, Mn, nN,* &c. qui avec les côtés *ABCD* &c. du Polygone fixe, comprendront l'eſpace de ce nouveau roulement.

Le Polygone roulant laiſſera encore dans cet eſpace tous ſes Triangles *MBC, MCD, MDE,* &c. & y tracera tous les ſecteurs *AMB, MCN,* &c. dont les rayons ſont ſucceſſivement les cordes du Polygone.

Mais chaque ſecteur ſera double de ce qu'il étoit, lorſque le Polygone rouloit ſur une droite.

Car le ſecteur ſe décrit depuis qu'un côté du Polygone roulant quitte le côté du Polygone fixe, juſqu'à ce que le côté ſuivant du Polygone roulant, rencontre le côté ſuivant du Polygone fixe; & cet intervalle eſt évidemment le double du complément de l'angle du Polygone.

Ayant donc partagé en deux également les arcs *AM, MN,* &c. & tiré les cordes *Am, mM, Mn, nN,* &c. l'eſpace terminé par ces cordes, & par les côtés du Polygone fixe, contiendra tous les Triangles *MBC, MCD, MDE,* &c. du Polygone; & de plus tous les Triangles Iſoſceles *ABm, mBM, MCn, nCN,* &c. & ne differera de ce qu'il étoit, lorſque le Polygone rouloit ſur une droite, que parce que les Triangles Iſoſceles ſe trouvent chacun répeté deux fois.

Or l'on a vû que dans le roulement ſur une droite, la ſomme des Triangles Iſoſceles étoit double du Polygone.

Voilà donc l'aire augmentée du double du Polygone.

Elle

Elle est donc quintuple de celle du Polygone.

Il est évident que cette propriété s'étend à tous les Polygones réguliers, quelque soit le nombre de leurs côtés; & qu'elle a encore lieu, lorsque ce nombre est infini.

Mais dans ce cas le Polygone fixe & le Polygone roulant sont deux Cercles égaux; les cordes *Am*, *mM*, *Mn*, *nN*, &c. ne different point de leurs arcs, & le nouveau Polygone est la premiére Epicycloïde.

Et il faut dire à l'égard de cette Epicycloïde, ce que nous venons de dire à l'égard de la Cycloïde. L'une & l'autre n'ont leurs espaces triple & quintuple de leur Cercle generateur, que comme formées par le roulement d'un Polygone régulier sur une droite, & sur un Polygone égal.

RECTIFICATION DES FIGURES formées par le roulement.

I.

Le contour de la Figure formée par le roulement du Triangle équilateral, qui est le premier des Polygones impairs, est quadruple de la perpendiculaire tirée d'un des angles du Triangle sur le côté opposé. Fig. 1.

Il ne faut que jetter les yeux sur la Figure, pour voir la vérité de cette proposition.

Mais la même propriété subsiste pour tous les Polygones impairs: pour la démontrer donc en général;

Dans un Polygone impair, faisant toûjours les cordes *AB*, *AC*, *AD*, &c. $= a, b, c$, &c. la somme de toutes les cordes multipliée par la plus petite, qui est le côté du Polygone, est double du quarré de la plus grande. Fig. 3.

C'est-à-dire $2.\overline{a+b+c} \times a = 2cc$.

Dans le Quadrilatere *ABCD*, $aa + ac = bb$.

Dans *ACDF*, $bb + ab = cc$.

Donc $aa + ab + ac = cc$, ou $2.\overline{a+b+c} \times a = 2cc$.

L'on trouvera facilement de la même maniére cette propriété dans quelque Polygone impair que ce ſoit.

De-là naît un aſſés beau Théorême, qu'on peut remarquer en paſſant.

C'eſt que, dans un Polygone impair quelconque, ſi l'on prolonge un côté *AG*, juſqu'à ce qu'il rencontre le côté oppoſé prolongé, la ligne *AT*, qui eſt le côté prolongé juſqu'au point de rencontre, eſt égale à la moitié de la ſomme des cordes du Polygone.

Car les Triangles *DKH*, *ATH*, ſont ſemblables.

Et $DH : DK :: AH : AT$.

$$\tfrac{1}{2}a : r :: \frac{cc}{2r} : \frac{cc}{a} = AT.$$

Mais $cc = aa + ab + ac$.

Donc $AT = \frac{cc}{a} = a + b + c$.

L'on voit que lorſque le Polygone impair a une infinité de côtés, & par conſéquent une infinité de cordes, la ligne *AT*, toûjours égale à la moitié de la ſomme des cordes, eſt infinie. En effet, le Polygone alors eſt un Cercle dont cette ligne eſt la tangente, qui, quoique ne rencontrant l'autre tangente *DT*, qu'à une diſtance infinie, forme avec elle un triangle *ATH* infiniment long, toûjours ſemblable au Triangle formé dans le Cercle par le rayon, la moitié d'un des petits côtés du Cercle & la perpendiculaire tirée du centre ſur le petit côté.

Je reviens aux Figures formées par le roulement des Polygones impairs, & je dis :

Fig. 5. Que le contour $AM + MN + NO + OP + PQ + QH$ eſt quadruple de la ligne *AH* tirée d'un des angles perpendiculairement ſur le côté oppoſé *DH* ; j'appellerai cette ligne le *diametre du Polygone*.

L'on a vû que tous les Triangles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. ſont ſemblables au Triangle du centre *DKE*.

L'on aura donc

$$AM = \frac{aa}{r}.$$

$$MN = \frac{ab}{r}.$$

$$NO = \frac{ac}{r}.$$

&c.

Et $AM + MN + NO + OP + PQ + QH$ $= 2. \frac{aa+ab+ac}{r}.$

Mais $cc = aa + ab + ac.$

Donc $AM + MN + NO + OP + PQ + QH$ $= 2. \frac{cc}{r}$ quadruple de $AH = \frac{cc}{2r}.$

Cette propriété eſt encore vraye dans les Polygones pairs; mais avec une différence aſſés ſinguliére, & qui réſulte de ce que ces Polygones ont, pour ainſi dire, deux *diametres*.

Je dis donc que le contour de la Figure formée par le roulement du quarré, qui eſt le premier des Polygones pairs, eſt double de chacun des deux diametres *AM* & *PI*, ce qui eſt aſſés évident ſans démonſtration; mais cette propriété ſubſiſte pour tous les Polygones pairs. Fig. 2.

Dans un Polygone pair, la ſomme de toutes les cordes (les diametres traités comme cordes) multipliée par la plus petite, eſt égale à la ſomme des deux plus grandes, multipliée par la plus grande. Fig. 4.

C'eſt-à-dire, $2.\overline{a+b+c+r} \times a = \overline{2r+c} \times 2r.$

Dans les Quadrilateres $ABCE$, $ab + 2ar = bc.$
$ABCF$, $2ac = 2br.$
$ABDE$, $aa + 2br = cc.$
$ABDF$, $ab + bc = 2cr.$
$ABEF$, $aa + cc = 4rr.$

Donc $2.aa + ab + ac + ar = 4rr + 2cr.$

Ou $2.\overline{a+b+c+r} \times a = \overline{2r+c} \times 2r.$

L'on trouvera la même propriété dans quelque Polygone pair que ce soit.

De-là naît cet autre Théorême.

Dans un Polygone pair quelconque, si l'on fait $KR = KI$; que l'on tire par le point R une perpendiculaire RT; & qu'on prolonge le côté opposé AH, jusqu'à ce qu'il rencontre cette perpendiculaire, la ligne AT qui est le côté prolongé jusqu'au point de rencontre, est égale à la moitié de la somme des cordes du Polygone :

A cause des Triangles DKI, ATR.

$$DI : DK :: AR : AT.$$

$$\tfrac{1}{2}a : r :: r + \tfrac{1}{2}c : \frac{2rr+cr}{a} = AT.$$

Mais $2rr + cr = aa + ab + ac + ar$.

Donc $AT = \frac{2rr+cr}{a} = a + b + c + r$.

Ce Théorême est encore vrai, lorsque le Polygone pair est devenu Cercle, sa tangente AT est encore égale à la moitié de la somme de toutes ses cordes ; & l'on peut faire un raisonnement semblable à celui que nous avons fait pour le Polygone impair devenu Cercle.

Fig. 6. Je dis maintenant, que le contour $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI$ de la Figure formée par le roulement d'un Polygone pair, est double de chacun des deux diametres AE, PI.

L'on a toûjours $AM = \frac{aa}{r}$.

$$MN = \frac{ab}{r}.$$

$$NO = \frac{ac}{r}.$$

$$OP = \frac{2ar}{r}.$$

&c.

Et $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI = 2 . \frac{aa+ab+ac+ar}{r}$.

Mais $2 . aa + ab + ac + ar = 4rr + 2cr$.

Donc $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI$

$= \frac{4rr + 2cr}{r} = 4r + 2c$ double de chacun des deux diametres *AE* & *PI*.

Lorſque le Polygone a une infinité de côtés, & eſt devenu Cercle, ſi on le conſidere comme Polygone impair, il eſt clair que la ligne *AH* devient le diametre du Cercle. Fig. 3.

Et ſi on le conſidere comme Polygone pair, les deux diametres *AE, PI,* deviennent égaux, & ſe confondent chacun avec le diametre du Cercle. Fig. 4.

D'où l'on voit que ſoit qu'on conſidere le Cercle comme Polygone impair, ſoit qu'on le conſidere comme Polygone pair, la longueur de la Cycloïde eſt quadruple du diametre du Cercle générateur.

II.

Dans le roulement d'un Polygone, ſoit impair, ſoit pair, ſur un autre Polygone ſemblable & égal, il eſt clair qu'il n'arrive d'autre changement dans le contour, ſi ce n'eſt que chaque ligne *Am, Mn, No,* ſe trouve répétée deux fois. Fig. 7.

Le contour ſera donc double de ce qu'il étoit, lorſque le Polygone rouloit ſur une droite.

Dans le roulement d'un Polygone impair ſur un autre Polygone égal & ſemblable, le contour ſera donc octuple du diametre.

Et dans le roulement d'un Polygone pair, le contour ſera quadruple de chacun des deux diametres.

Et enfin dans le roulement d'un Cercle ſur un Cercle égal, la longueur de l'Epicycloïde ſera octuple du diametre du Cercle générateur.

C'Eſt ainſi que la quadrature & la rectification de la Cycloïde & de l'Epicycloïde, ne ſont que des cas particuliers des Théorêmes précédens; ces propriétés naiſſent dès le premier Polygone régulier, & n'arrivent au Cercle, qu'après avoir parcouru, pour ainſi dire, l'infinité des Polygones.

TROISIE'ME MEMOIRE
OU
RE'FLEXIONS NOUVELLES

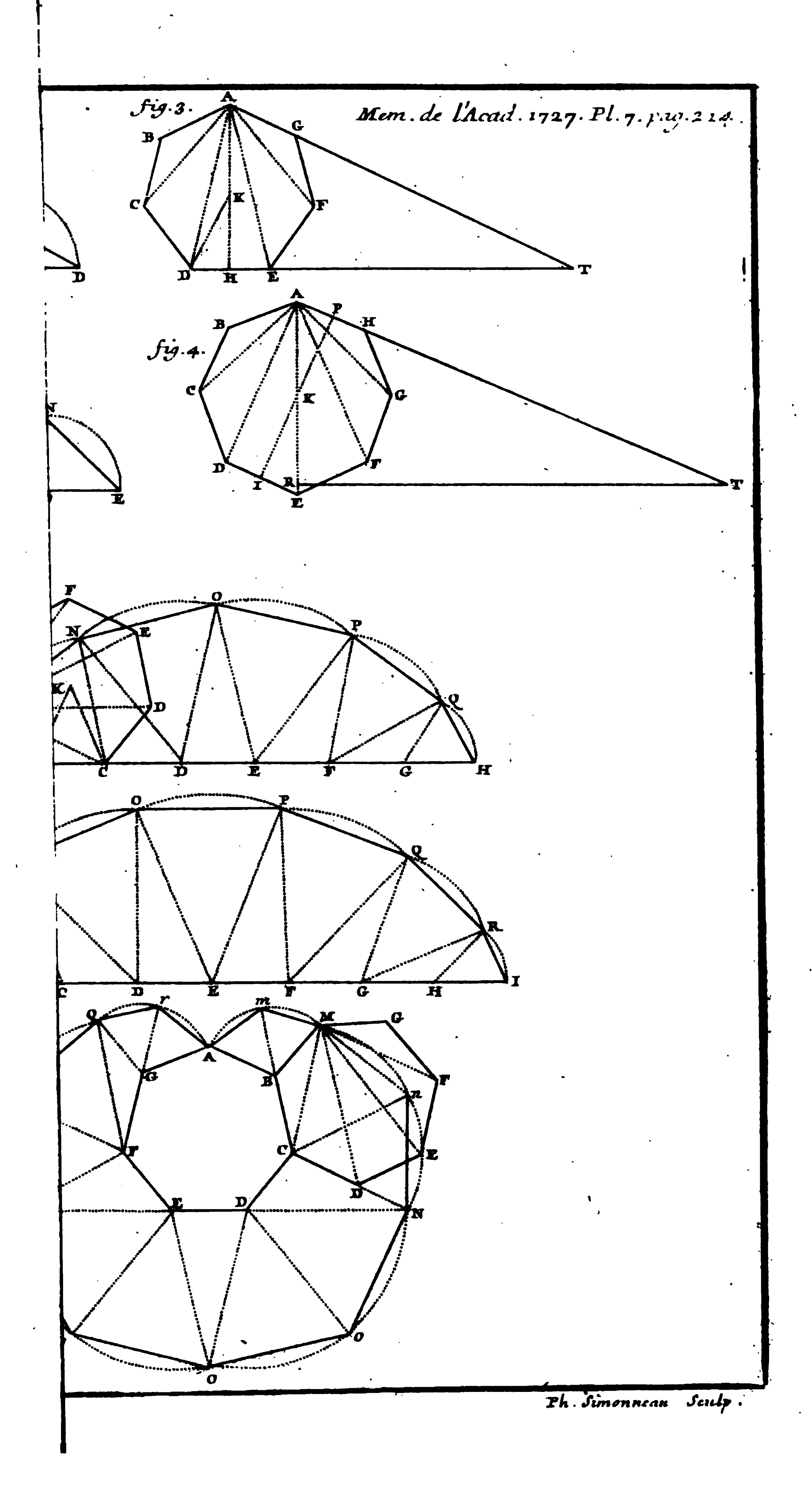
*Sur une Précipitation ſinguliére de pluſieurs Sels par un autre Sel, déja rapportée en 1724, & imprimée dans le Tome de la même année, ſous le titre d'*OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE SUR LA DISSOLUTION SUCCESSIVE DE DIFFERENS SELS DANS L'EAU COMMUNE.

Par M. LÉMERY.

24 Mai 1727. LA difficulté, dont l'éclairciſſement fera le ſujet de ce troiſiéme Mémoire, eſt que, quand une ſolution de Sel de Tartre a précipité beaucoup de Sel moyen contenu dans l'autre ſolution, toute la quantité de particules d'eau qui ſervoient à la diſſolution de ce Sel moyen précipité, demeurent alors ſans emploi & ſans aucune charge à ſoutenir; & qu'étant oiſives, elles pourroient rediſſoudre le même Sel, puiſque tout précipité qu'il eſt, il eſt toûjours diſſoluble. Pourquoi donc ne le font-elles pas?

Je réponds qu'elles le font bien auſſi en certaines circonſtances. Par exemple, j'ai ſouvent remarqué qu'en ne verſant ſur une ſolution de Salpêtre qu'une petite quantité d'Huile de Tartre, on voyoit naître à proportion de la quantité du Sel de Tartre, une pouſſiére blanche qui ſembloit devoir s'aller bientôt précipiter au fond du vaiſſeau, qui tomboit en effet juſqu'au milieu de la liqueur, remontoit vers le haut, & diſparoiſſoit enſuite en ſe rediſſolvant.

Mais quand on verſe ſur la ſolution de Salpêtre toute la quantité néceſſaire d'Huile de Tartre, il ſe fait alors en peu de temps une précipitation abondante & proportionnée à la


fig. 3.
Mem. de l'Acad. 1727. Pl. 7. pag. 214.
A
B
G
C
K
F
D
D
H
E
T
fig. 4.
A
P
B
H
C
K
G
N
D
I
R
F
T
E
E
F
O
N
E
P
K
D
Q
C
D
E
F
G
H
O
P
Q
R
C
D
E
F
G
H
I
Q
r
m
M
G
A
G
B
F
R
F
C
E
D
E
D
N
O
O
Ph. Simonneau Sculp.

quantité de Sel de Tartre, & s'il se redissout ensuite quelque portion du Sel précipité, elle est si légére, qu'elle en est insensible. C'est dans cette derniére expérience que j'ai souvent observé que de la poussiére nitreuse formée au milieu du liquide, il naissoit distinctement & en peu de temps une grande quantité de filets longs & nitreux, qui se précipitoient ensuite au fond du vaisseau.

Pour concevoir le différent effet que produisent une petite ou une plus grande quantité d'Huile de Tartre par défaillance, versée sur une solution de Salpêtre ; considérons qu'il ne suffit pas, pour que cette Huile y excite une précipitation complette, qu'elle fasse lâcher prise aux parties d'eau qui soutiennent cette petite partie de Nitre, qu'il faut encore qu'elle empêche dans le même temps & de la maniére qui sera expliquée dans la suite, les parties d'eau qui servoient à la suspension de cette petite partie de Nitre, & celles qui lui servoient d'intermede, de pouvoir la dissoudre, soit l'instant d'après qu'elle a été abandonnée à elle-même, & qu'elle est encore assés haut dans le liquide, soit lorsqu'elle est parvenuë au fond du vaisseau.

Or quand on n'employe que peu d'Huile de Tartre, toute petite qu'est aussi la quantité de Sel de Tartre qui y est contenu, elle peut bien, à la vérité, donner passage à un assés bon nombre de parties aqueuses de la solution nitreuse pour exciter une précipitation sensible ; & en effet dès qu'il ne s'agit que de servir de couloir à une liqueur, il n'est nullement nécessaire que le filtre réponde par son volume à toute la quantité de la liqueur qu'il est capable d'admettre, & de laisser passer ; mais comme simple filtre, il n'empêchera pas que la liqueur filtrée & séparée de la matiére qu'elle contenoit, ne puisse s'y remêler & la redissoudre, quand elle se trouvera en situation de le pouvoir faire. Aussi lorsque nous avons rapporté dans le Mémoire précédent, que pour faire précipiter deux gros de Nitre dissous par une once d'eau, il falloit présenter à la liqueur une once de Sel de Tartre, avons-nous remarqué en même temps que ce n'étoit pas qu'il en

fallut toute cette once pour la filtration de l'once d'eau, & que beaucoup moins suffiroit & au de-là pour ce sujet, mais que la dissolution de tout le Sel de Tartre qui n'arrivoit que l'instant d'après la précipitation, servoit à charger si-bien de Sel de Tartre l'once d'eau, qu'elle fût incapable dans la suite de redissoudre le Nitre précipité; & ainsi le Sel de Tartre, en opérant la précipitation d'un Sel moyen, a naturellement un double emploi; l'un de filtre, qui ne demande que peu de ce sel, l'autre qui en demande bien davantage, c'est-à-dire, toute la quantité requise pour occuper les parties d'eau qui ont été filtrées, & pour les empêcher de se livrer de nouveau au Sel moyen précipité: par conséquent une petite dose d'Huile de Tartre versée sur la solution du Nitre, peut bien remplir la premiére fonction, c'est-à-dire, celle de filtre, & faire précipiter une certaine quantité de Nitre.

Mais pour la seconde, elle en est entiérement incapable, ne pouvant répondre à la fois & faire face par sa quantité aux parties d'eau qui soutenoient le Nitre, & à celles qui lui servoient de barriére, & le pouvant encore d'autant moins que le Sel de Tartre contenu dans cette petite dose d'Huile de Tartre, porte avec lui un poids égal au sien de particules d'eau, qu'il occupe déja; il laisse donc toûjours un grand nombre de toutes ces particules d'eau dans une liberté parfaite, & d'autant mieux en état de dissoudre de nouveau, & de faire disparoître ensuite les petites masses nitreuses qui se précipitent, que le peu d'Huile de Tartre dont on se sert alors, n'obligeant qu'une médiocre quantité de parties de Nitre à se séparer de la liqueur, & la rencontre de ces parties n'étant pas assés multipliée par leur nombre pour qu'il en résulte des masses d'un certain volume, celles qui en sont formées sont d'une finesse avec laquelle bien-loin de fendre & d'écarter vigoureusement le liquide, & de se précipiter promptement au fond du vaisseau, elles n'y vont au contraire qu'avec lenteur, c'est-à-dire, avec une force proportionnée à leur masse, & par cela même, s'éloignant moins des parties d'eau qui leur avoient servi de véhicule ou d'intermede qu'elles n'eussent fait

fait ſans cette circonſtance, elles demeurent auſſi plus à leur portée & à leur bienſéance.

Et comme le fluide particulier dont l'eau emprunte ſon mouvement & ſa fluidité, ne ceſſe point alors d'y agir, & fait des efforts continuels pour rétablir la diſtinction des maſſes d'eau confonduës, & la régularité de leurs mouvemens interrompuë; dès que le mouvement nouveau de trouble & de confuſion procuré par la chûte de l'Huile de Tartre ſur la ſolution nitreuſe, & proportionné pour ſa force & pour ſa durée à la quantité de cette Huile, ſe diſſipe & s'évanoüit, chacune des portions dont on vient de parler, n'ayant plus rien alors qui les empêche d'obéir à la cauſe générale de leur fluidité, elles rentrent dans leurs mouvemens réguliers, les différens courans dont la liqueur eſt intérieurement compoſée, reprennent leur route naturelle & ordinaire, & les parties d'eau privées de Salpêtre, trouvant en leur chemin, dans le ſein & au milieu du liquide, les mêmes parties nitreuſes auſquelles elles ſervoient de véhicule ou d'intermede, elles s'en reſaiſiſſent auſſi-tôt, & ſervent une ſeconde fois à leur diſſolution.

Pour ce qui regarde préſentement l'autre expérience, dans laquelle une ſuffiſante quantité d'Huile de Tartre verſée ſur la ſolution du Salpêtre, y produit un effet ſi différent de celui qu'y excite en pareil cas une moindre quantité de cette Huile, ce qui mérite d'autant plus d'être remarqué & éclairci, que comme la cauſe de la différence de cet effet ne conſiſte que dans le plus ou le moins d'Huile de Tartre employée, il ſembleroit que l'effet devroit auſſi ne différer que du plus au moins; & qu'ainſi, ſi une plus grande quantité d'Huile de Tartre précipite une plus grande quantité de Salpêtre, ſi même la matiére nitreuſe ſe précipite alors juſqu'au fond du vaiſſeau, elle devroit du moins rentrer enſuite dans le ſein de la liqueur, comme le fait une plus petite quantité de matiére nitreuſe précipitée par une plus petite quantité d'Huile de Tartre; car le Sel de Tartre qu'on employe tout diſſout dans l'une & l'autre expérience, n'a pas plus beſoin dans l'une

que dans l'autre, des portions d'eau qui servoient à la dissolution de la matiére nitreuse qui s'est précipitée ; par conséquent ces portions d'eau qu'on peut supposer devenuës oisives & inutiles par la perte qu'elles ont faite du Salpêtre qu'elles tenoient dissout, se rencontrent également dans l'un & l'autre cas, & plus ou moins abondamment, suivant la quantité de la matiére précipitée ; pourquoi donc cette matiére, qui dégagée de son dissolvant par une petite quantité d'Huile de Tartre, est si promptement ensuite reprise & redissoute par quelques-unes des parties de ce dissolvant ? n'est-elle pas reprise & redissoute de même dans la circonstance presente ? ou si une plus grande quantité d'Huile de Tartre a précipité plus de matiére nitreuse, il y a aussi plus de ces portions d'eau supposées inutiles, & qui n'attendent que de l'emploi ; en un mot, ou la quantité des portions d'eau dont il s'agit, ne répond pas moins à celle de la matiére précipitée que dans l'autre expérience ; enfin qu'elle peut être la cause, non seulement de ce que la matiére précipitée jusqu'au fond du vaisseau, ne rentre pas toute entiére dans le sein du liquide dont elle est sortie, mais encore de ce que quelque temps qu'elle demeure sous ce liquide, on n'apperçoit pas plus qu'il s'y en redissolve quelques parties, & qu'elle diminuë par-là de volume & de quantité, que si cette matiére se trouvoit véritablement sous un liquide dont toutes les portions fussent réellement autant chargées qu'elles le pourroient être de Sel de Tartre ou de Salpêtre, & par cela même dans l'impossibilité physique d'admettre la plus petite dose de cette matiére.

Pour résoudre cette difficulté, considérons d'abord que quand on verse une grande quantité d'Huile de Tartre sur la solution de Salpêtre, il n'est pas possible qu'il ne s'en sépare pas toûjours alors une poussiére nitreuse plus abondante & plus épaisse que quand la quantité de l'Huile de Tartre a été beaucoup moindre : or cette plus grande multitude de petites parties de Salpêtre venant à se rencontrer, forme de plus grosses masses que dans le cas qu'on oppose à celui-ci, & ces masses plus grosses & plus pesantes, écartant par-là avec plus

de force les parties du liquide pour ſe faire jour au travers de haut en bas, elles s'éloignent auſſi davantage des portions d'eau qui les y contenoient auparavant, & ſont bien moins à portée de les y rencontrer, & d'en être repriſes & rediſſoutes, ſuppoſé que ces portions d'eau fuſſent alors capables de le faire; auſſi lorſque ces portions d'eau viennent à recommencer dans le liquide leur cours ordinaire & naturel interrompu par la chûte de l'Huile de Tartre, elles ne ſe chargent point alors comme dans l'autre cas du Salpêtre qui en avoit été ſéparé.

Il paroît même par la conſtance avec laquelle elles laiſſent toûjours enſuite au fond du vaiſſeau le Sel qui s'y eſt précipité, & qui n'eſt pourtant pas moins ſoluble qu'il l'étoit auparavant ſa précipitation, il paroît, dis-je, que puiſque ce n'eſt pas faute de particules d'eau que le liquide, tout chargé qu'il eſt déja de parties ſalines, ne diſſout point encore celles qui en ont été précipitées, il faut néceſſairement que depuis leur précipitation, il ſe ſoit fait dans les parties de ce liquide quelque arrangement ſingulier, moyennant lequel la matiére précipitée ne puiſſe y être admiſe, & y reprendre la place qu'elle y occupoit auparavant. Voici celui que j'imagine d'après l'examen de ce qui ſe paſſe dans le liquide par le mêlange de l'Huile de Tartre & de la ſolution du Salpêtre.

Il eſt vrai-ſemblable de dire, que de toutes les petites portions de cette diſſolution, celles qui reçoivent une plus grande altération par le mêlange de l'Huile de Tartre, ce ſont celles ſur leſquelles les différentes portions de cette Huile tombent à plomb, & qui par-là ſont obligées de lâcher le Nitre qu'elles contiennent; car pour celles ſur leſquelles l'Huile de Tartre ne tombe pas de même, il ne leur ſurvient que quelque changement dans l'ordre & la direction de leurs courans.

Il y a auſſi tout lieu de croire ſur ce que nous voyons, que la précipitation du Nitre ſuit immédiatement la chûte de l'Huile de Tartre ſur la ſolution nitreuſe, & que cette précipitation ne ſe fait gueres ou du moins ſenſiblement

qu'immédiatement après qu'on a verſé cette Huile ſur l'autre liqueur, il y a, dis-je, tout lieu de croire, comme nous l'avons déja remarqué, que par le choc qui réſulte de la chûte des différentes portions de l'Huile de Tartre ſur un certain nombre de celles de la ſolution nitreuſe, & qui briſe, ouvre & confond enſemble toutes ces portions, les parties aqueuſes de cette ſolution naturellement poſées au deſſous de celles de l'Huile de Tartre qui tombent deſſus, frappées, preſſées & obligées par le Sel de Tartre que contient cette Huile à enfiler les pores de ce Sel, en reçoivent une détermination de bas en haut, en vertu de laquelle elles montent ſuivant cette détermination au travers & au de-là des pores de ce Sel, pendant que les parties du Nitre qui ne peuvent traverſer de même le Sel de Tartre, comme nous l'avons prouvé clairement dans le Mémoire précédent, & qui ſont abandonnées à elles-mêmes par les parties d'eau qui les tenoient auparavant diviſées, prennent en vertu de leur peſanteur ſpécifique une route toute oppoſée, c'eſt-à-dire, de haut en bas.

Ceci poſé, comme les deux effets différens que nous avons à expliquer ne dépendent que du plus ou du moins de l'Huile de Tartre verſée ſur la ſolution du Nitre, c'eſt dans ce plus ou ce moins d'Huile de Tartre que nous devons chercher la cauſe de la différence que nous avons à expliquer; & pour en venir à bout, ſuppoſons que pour ce qui regarde uniquement la filtration des particules d'eau contenuës dans les différentes portions de la ſolution nitreuſe, il faille à chacune des portions de cette ſolution une portion d'Huile de Tartre qui y tombe, & s'y applique immédiatement, & que ce qu'on en verſe ſoit préciſément cette même doſe. Quand les parties aqueuſes de la petite maſſe ou portion de cette ſolution nitreuſe auront traverſé les pores du Sel de Tartre contenu dans l'autre portion, & qu'elles ſeront parvenuës au de-là de ces pores, la perte que cette filtration leur aura fait faire du Nitre qu'elles contenoient, ne les aura rendu que plus propres à en recommencer la diſſolution dans le ſein du même liquide, comme elles le font en effet, & cela d'autant mieux que

ces particules d'eau au ſortir des pores du Sel de Tartre, auront été ſuffiſamment raſſemblées ; car c'eſt-là une circonſtance abſolument néceſſaire pour la diſſolution des Sels, comme nous l'allons faire voir.

Mais quand on ne ſe contente pas de verſer ſur chaque portion de la ſolution nitreuſe une ſeule portion d'Huile de Tartre, mais cinq, ſix, en un mot quand il y tombe ſucceſſivement autant de portions de cette Huile qu'il en faut pour exciter une précipitation complette, c'eſt-à-dire, qui ſoit telle que la matiére précipitée ne ſe rediſſolve point enſuite, & avant même que de parvenir au fond du vaiſſeau ; les parties aqueuſes de la portion de la ſolution nitreuſe, après s'être filtrées au travers de la portion d'Huile de Tartre qui y étoit immédiatement appliquée, trouvent alors au de-là quantité d'autres portions d'Huile de Tartre dont elles n'ont pas à la vérité beſoin pour ſe dépoüiller du Nitre qu'elles contenoient, puiſque l'affaire en eſt déja faite, mais dans leſquelles elles ſe mêlent, ſe répandent & ſe perdent en quelque ſorte, & cela plus ou moins, ſuivant la quantité de l'Huile de Tartre verſée ſur la ſolution nitreuſe ; de maniére que quand enſuite le calme & l'ordre interrompus par la chûte de l'Huile de Tartre commencent à ſe rétablir dans toute la liqueur, c'eſt-à-dire, quand chacunes des petites maſſes dont elle eſt compoſée, pouſſées les unes en un ſens, les autres en un autre par autant de petites portions du fluide particulier qui en eſt le mobile, reprennent leurs routes ordinaires, celles de l'Huile de Tartre & de la ſolution nitreuſe qui ont été mêlées & confonduës enſemble, & dont l'aſſemblage forme des maſſes trop groſſes & trop diſproportionnées pour ſubſiſter en cet état avec les autres petites maſſes du liquide, rentrent dans leur premier volume à l'aide de différentes portions de leur mobile, dont les unes en emportent un certain nombre de parties vers un certain côté, les autres vers un autre, & par-là il ſe reproduit autant de petites maſſes diſtinguées les unes des autres, qu'il y en avoit avant leur deſtruction, ou, ſi l'on veut, avant leur mélange

& leur confuſion; mais comme ſur cinq ou ſix portions d'Huile de Tartre, il n'y en a qu'une de la ſolution nitreuſe, & que cette portion, l'inſtant d'après qu'elle a été dépoüillée de ſon Nitre par la filtration, s'eſt répanduë & diſperſée dans toute l'étenduë des ſix portions d'Huile de Tartre, confonduës les unes avec les autres, & avec cette portion de la ſolution nitreuſe, chacunes des ſept petites portions qui réſultent & qui renaiſſent en quelque ſorte du mêlange dont on vient de parler, ſont, à proprement parler, compoſées d'Huile de Tartre, & d'un ſeptiéme des parties aqueuſes de la portion de la ſolution dépoüillée, comme il a été dit, de Nitre; & quoique le Sel de Tartre contenu dans chacunes des nouvelles petites portions, n'ait nullement beſoin de ce ſeptiéme de parties aqueuſes pour ſa diſſolution, puiſqu'avant que d'y être mêlé, il étoit déja tout diſſout par une ſuffiſante quantité de parties aqueuſes; quoique ce ſeptiéme de parties aqueuſes libres & dégagées de Sels, ſoit en quelque ſorte de trop & ſans emploi dans la portion dont il fait partie, & par cela même d'autant plus propre en apparence à rediſſoudre le Nitre précipité, il ne le fera cependant pas pour deux raiſons; l'une, c'eſt que ce petit nombre de parties aqueuſes provenuës de la ſolution nitreuſe, ſe trouvera ſi fort offuſqué, abſorbé & recouvert par le grand nombre des parties d'Huile de Tartre de la même portion, que par-là il ſera toûjours, ou preſque toûjours impoſſible à ces parties aqueuſes d'agir immédiatement ſur le Nitre précipité, ſans quoi cependant il n'en diſſoudroit jamais rien quand il le pourroit d'ailleurs.

L'autre raiſon, c'eſt que chaque partie intégrante de Sel demande néceſſairement une certaine quantité de particules d'eau qui travaillent & concourent enſemble & à la fois pour la détacher, l'entraîner, & lui ſervir de véhicule & d'intermede: or tout ce qui eſt au deſſous de cette quantité, étant incapable de cet effet, le ſeptiéme des particules d'eau dont il s'agit, & que nous regardons auſſi comme fort au deſſous de la doſe des particules d'eau néceſſaires pour diſſoudre la moindre petite partie de Nitre, demeurera parfaitement in-

utile pour cette dissolution, quand bien même il frapperoit à tout instant sur le Nitre précipité.

Aureste, l'arrangement qui vient d'être rapporté, paroît indispensablement nécessaire pour empêcher le Nitre précipité de rentrer dans la liqueur; & sans un moyen pareil, on n'imagineroit pas pourquoi il n'y rentre point. Pour se convaincre davantage de la nécessité de ce moyen, faisons quelques réfléxions sur la différence du Sel de Tartre présenté sous une forme séche à une solution nitreuse, & de celui qui y arrive tout dissout & sous une forme liquide. Nous remarquerons d'abord que dans le premier cas où le Sel de Tartre est mis en œuvre sous une forme séche, chaque petite partie intégrante de ce Sel ne se trouve point encore pénétrée & entourée d'un certain nombre de parties d'eau, qui lorsqu'elles s'en sont une fois emparées, ne permettent gueres à d'autres particules d'eau de la pénétrer à leur tour, sans une cause majeure & étrangere qui les y force; aussi chaque petite portion de la solution nitreuse n'a-t-elle besoin que de son mouvement propre & naturel pour entrer dans les pores du Sel de Tartre qui n'a point encore été dissout, au lieu que quand il l'a été, ce n'est plus que par l'effet & pendant l'effet que produit la chûte de l'Huile de Tartre sur la solution nitreuse, & dont la cause est indépendante de celle du mouvement du liquide, que quelques portions de cette solution trouvent une entrée dans les pores de ce Sel, comme nous l'avons déja remarqué & expliqué dans ce Mémoire.

De plus, dans l'expérience du Sel de Tartre présenté à la solution nitreuse sous une forme séche, chaque petite portion de cette solution qui dépose à l'entrée des pores de ce Sel, le Nitre qu'elle contenoit, se charge ensuite de toute la quantité de Sel de Tartre qu'elle peut dissoudre, & ce Sel n'apportant alors dans la liqueur aucunes parties aqueuses, & ne se dissolvant même qu'aux dépens de celles qui y étoient déja, & qui appartenoient auparavant au Salpêtre dont il occupe la place, ces parties aqueuses se trouvent si bien employées par le Sel de Tartre, qu'il ne leur est plus possible

de mordre ſur le précipité nitreux non plus que ſur tout autre Sel ; mais dans l'expérience où l'on ſe ſert de l'Huile de Tartre, c'eſt-à-dire, du Sel de Tartre tout diſſout avant que de le verſer ſur la ſolution nitreuſe, le Sel de Tartre n'a aucun beſoin pour lors des parties aqueuſes contenuës dans les différentes portions de cette ſolution dépoüillées de leur Nitre, il ſe ſoutient dans la liqueur par celles qu'il a apportées avec lui, & ainſi quelque quantité d'Huile de Tartre qu'on verſe ſur l'autre liqueur, celles de cette autre liqueur qui auront perdu leur Nitre, demeureront toûjours dans cette expérience ſans emploi ; par conſéquent comme nous ne pouvons les anéantir, & les empêcher par-là de rediſſoudre le précipité nitreux pour la diſſolution duquel elles ſe trouvent dans toute la quantité néceſſaire, c'eſt en anéantiſſant leur effet ſur ce précipité, que nous pouvons mettre obſtacle à ſa rentrée dans la liqueur ; & pour opérer cet anéantiſſement, il faut néceſſairement avoir recours à l'arrangement ſingulier qui a été imaginé, ou à quelqu'autre ſemblable qui vaille mieux, & qui lui ſoit préférable.

Suivant celui qui a été propoſé, & qui diſtribuë dans chaque petite portion de l'Huile de Tartre mêlée à la ſolution nitreuſe, un ſeptiéme, ou peut-être une plus petite quantité des parties aqueuſes d'une portion de cette diſſolution, le liquide ſe trouve chargé par-tout ou des petites portions d'Huile de Tartre, telles que nous venons de les rapporter, ou de Salpêtre reſté dans les portions d'eau que l'Huile de Tartre n'a point entamées.

Par quelle porte donc, ou plûtôt à la faveur de quelles parties d'eau le Salpêtre précipité rentreroit-il alors dans le liquide ? Ce n'eſt pas par celles qui déja chargées autant qu'elles peuvent l'être de Salpêtre, ne pourroient en admettre davantage, ſans qu'il s'en fit auſſi-tôt la précipitation, & cela par les raiſons que j'ai rapportées dans deux Mémoires publiés, l'un en 1716, & l'autre en 1724. Ce ne ſera pas non plus par les portions d'eau qui contiennent du Sel de Tartre ; car s'il y avoit quelque apparence qu'elles puſſent agir

agir ſur le précipité nitreux, ce ne pourroit être que par les particules d'eau de trop qui y ont été diſtribuées; & nous avons ſi bien fait voir par l'arrangement propoſé, l'impuiſſance de ces particules d'eau à cet égard, que leur préſence doit être comptée pour rien, & qu'à proprement parler, elles ſont dans le liquide comme ſi elles n'y étoient point.

Peut-être oppoſera-t-on que s'il étoit vrai que les particules d'eau précédemment occupées à tenir diſſout le Nitre qui s'eſt précipité, & devenuës depuis libres & dégagées des Sels, & par cela même d'autant plus capables de rediſſoudre le même Nitre qui s'en eſt ſéparé, ne le fiſſent cependant pas à cauſe de leur extrême diſperſion qui les empêcheroit d'y travailler enſemble & de concert, ces particules d'eau toûjours exiſtentes dans le liquide, & continuellement à portée de ſe réünir, ne manqueroient pas de ſe raſſembler inſenſiblement dans la ſuite; & celles qui ſeroient réünies, agiroient auſſi-tôt ſur le précipité nitreux, qui de jour en jour diminuant de volume à proportion des parties nitreuſes qui ſeroient rentrées dans la liqueur, s'évanoüiroit enfin totalement; ce qui ſeroit tout le contraire de ce qu'on obſerve dans le Nitre précipité qui demeure conſtamment au fond du vaiſſeau, ſans qu'on y apperçoive après beaucoup de temps aucune diminution.

Je réponds, que quand une fois les particules d'eau dont il s'agit, ont été répanduës & diſtribuées de la maniére que nous l'avons ſuppoſé, dans les différentes petites portions d'Huile de Tartre, il ne leur eſt pas bien aiſé de ſe réünir, du moins comme il le faudroit pour agir enſemble & efficacement ſur le précipité nitreux: les petites maſſes ou portions dans leſquelles chacunes de ces parties aqueuſes ſont contenuës, & qui les emportent, les unes d'un côté, les autres d'un autre, ne les mettent point du tout par-là à portée de ſe raſſembler; un des moyens qui leur conviendroit en apparence pour cela, ce ſeroit le mêlange & la confuſion de pluſieurs de ces portions; mais on a ſuffiſamment prouvé dans ce Mémoire, que quand ces portions ne ſont ſoumiſes &

exposées qu'aux mouvemens égaux, réglés & uniformes qui se passent au dedans du liquide, elles y subsistent en leur entier, ou du moins elles s'y confondent rarement.

Supposons cependant qu'elles le fassent, soit par le mouvement qui se passe dans l'intérieur du liquide, soit par quelque cause étrangere, ce ne seroit pas encore là le tout, il faudroit de plus 1.° qu'après la confusion des petites masses d'Huile de Tartre, les parties aqueuses qui sont de trop dans chacune de ces masses, se cherchassent par préférence dans cette espece de cahos, qu'elles se trouvassent, & que s'étant une fois trouvées, elles ne se quittassent plus dans la suite, & sur-tout lorsque des différentes portions confonduës, il s'en reformeroit de nouvelles, ce qui n'est pas bien aisé à concevoir : il faudroit en second lieu, pour que les parties aqueuses qui sont de trop dans chaque petite masse d'Huile de Tartre, se rassemblassent d'une certaine maniére & jusqu'à une certaine quantité, qu'il y eût aussi un certain nombre de ces masses qui se confondissent à la fois; & supposé qu'il fallût toute une petite portion d'eau pour la dissolution d'une partie intégrante de Salpêtre, comme les parties aqueuses, qui suivant nôtre supposition, sont répanduës dans sept ou huit petites masses d'Huile de Tartre, & qui y sont de trop, ne sont toutes ensemble que la valeur d'une portion d'eau pure, il faudroit pour lui donner lieu de se reproduire, que sept ou huit petites masses qui fussent toutes d'Huile de Tartre, se confondissent à la fois : car si une partie de ces masses étoit chargée d'Huile de Tartre, & l'autre partie de solution nitreuse, bien-loin que leur confusion mît la liqueur en état de s'enrichir aux dépens du précipité nitreux, elle ne travailleroit au contraire qu'à une nouvelle précipitation, & à enrichir le précipité lui-même.

Par conséquent en considérant la distinction réelle des masses d'Huile de Tartre, où les particules d'eau qui y sont de trop sont contenuës, la différente détermination de mouvement qui emportant chacune de ces masses, les unes d'un côté, les autres d'un autre, les tient toûjours séparées, & les

empêche par-là de communiquer les unes avec les autres; leur résistance mutuelle à se laisser pénétrer & à se confondre; l'inutilité qui résulteroit de cette confusion, si elles n'étoient pas exactement telles par leur quantité & leur qualité qu'il le faut pour cet effet; l'espece de merveilleux peu vrai-semblable qu'il y auroit, si les particules d'eau dont il s'agit, & qui par leur petite quantité se trouvant noyées & comme perduës dans les parties d'Huile de Tartre, dont ces masses sont composées, sont par cela même beaucoup moins à portée de se rencontrer les unes & les autres que celles de l'Huile de Tartre qu'elles trouvent par-tout; si, dis-je, ces particules d'eau inutiles qui se trouvent de trop dans chaque masse d'Huile de Tartre, passoient toûjours, ou ordinairement, ou même assés souvent par dessus celles qui sont occupées à soutenir le Sel de Tartre, pour se rejoindre inséparablement & comme par prédilection les unes aux autres, & pour ne plus faire dorênavant qu'un seul corps, ou une seule petite portion d'eau pure.

En un mot, après avoir combiné ensemble tous les obstacles qui s'opposent alors à cette réünion, & dont un seul, quand tous les autres auroient été levés, suffiroit pour la faire manquer, on ne peut s'empêcher d'avoüer que quand le hazard viendroit à bout d'opérer cette réünion malgré le concours des difficultés considérables qui ont été rapportées, il ne pourroit toûjours le faire que fort rarement, & seulement en quelques endroits du liquide; or le peu de parties d'eau pure qu'il rassembleroit alors, ne pouvant jamais dissoudre qu'une très-petite quantité de précipité nitreux, ce qui en seroit enlevé pour lors par ces particules d'eau réünies, seroit si peu de chose, qu'il seroit plus que remplacé par la petite dose de précipité nitreux qui se forme à la longue au dessous des liqueurs chargées à la fois de Nitre & de Sel de Tartre, comme je l'ai déja remarqué dans ce Mémoire.

Concluons donc de ce qui a été dit, que si le Nitre ou tout autre Sel moyen qui se trouve tout placé dans un liquide, s'y maintient, du moins pour la plus grande partie, malgré

le Sel de Tartre qui s'y trouve auſſi ; quand une fois ce Sel moyen en eſt dehors, c'eſt-à-dire, quand il a été précipité au deſſous du liquide par une ſuffiſante quantité d'Huile de Tartre, cette liqueur trouve bien le ſecret de l'empêcher d'y rentrer ou de s'y rétablir, quoique néanmoins le Sel moyen pût d'ailleurs y retrouver une place ſuffiſante ſans l'arrangement nouveau & ſingulier qui s'y eſt fait, & qui y apporte un obſtacle invincible.

Ce ſont-là les conjectures que mes expériences ſur les diſſolutions des Sels m'ont fait naître ſur la matiére préſente; mais cette matiére étant encore ſuſceptible d'une infinité d'autres expériences, ſi je m'apperçois dans la ſuite que quelques-unes de ces expériences que j'aurois faites, contrariaſſent mes idées, que je ne donne que comme des probabilités, & en attendant mieux ; l'amour de la vérité me feroit trouver un aſſés grand plaiſir à me réfuter moi-même pour n'en pas laiſſer la peine à un autre.

DE LA THEORIE DES COMETES.

Par M. CASSINI.

18 Juin 1727.

A L'OCCASION des Cometes des années 1707 & 1723, nous avons donné des régles pour déterminer leurs plus grandes & leurs plus petites diſtances poſſibles à la Terre, & divers élémens pour pouvoir reconnoître leur retour, ſuppoſant que leurs révolutions ſe font autour du Soleil ſuivant la ſuite des Signes de l'Occident vers l'Orient.

Cette ſuppoſition du mouvement des Cometes de l'Occident vers l'Orient à l'égard du Soleil, qui s'obſerve non ſeulement dans toutes les Planetes principales autour de cet Aſtre, mais même dans tous les Satellites autour de leurs Planetes, paroît être une régle conſtante de la nature. Mais

comme il ne feroit pas impoſſible qu'elles euſſent un autre centre de mouvement, nous avons crû devoir donner dans ce Mémoire des régles plus générales pour déterminer la diſtance réelle des Cometes à la Terre, la quantité & la direction de leur mouvement, le vrai lieu de leur Nœud & l'inclinaiſon de leur Orbite, la figure de leur Orbe ſuppoſée Elliptique, ſoit que le Soleil ſe trouve à l'un de leur foyer, ſoit qu'il en ſoit éloigné, enfin le temps qu'elles employent à faire leur révolution, ſuppoſant qu'elles ſe meuvent ſuivant une ligne droite dans l'intervalle de quelques jours, & qu'elles décrivent pendant ce temps des eſpaces égaux en temps égaux.

Cette ſuppoſition, que le mouvement des Cometes ſe fait en ligne droite dans un petit intervalle de temps, & que pendant ce temps elles parcourent des eſpaces égaux en temps égaux, doit être admiſe, ſi elles ſe trouvent éloignées de la Terre & du centre de leur mouvement à une grande diſtance; car alors les arcs qu'elles parcourent, peuvent être regardés comme des lignes ſenſiblement droites, & l'inégalité de leur mouvement eſt peu ſenſible dans l'intervalle de quelques jours. Auſſi la plûpart des Aſtronomes qui ont eſſayé de donner la Théorie des Cometes, ont fait ces deux ſuppoſitions.

Dans la Théorie de la Comete qui a paru en 1664, mon Pere a donné la Méthode de déterminer par le moyen de trois obſervations, la direction du mouvement des Cometes, qu'il a employée pour reconnoître celles qui ont paru retourner après une ou pluſieurs révolutions.

Divers Aſtronomes ont employé dans la ſuite la même méthode, ou d'autres à-peu-près ſemblables, & M. Gregori dans ſes Elémens d'Aſtronomie, rapporte une Méthode qu'il attribuë à M. Wren, pour trouver dans ces deux ſuppoſitions, par le moyen de quatre obſervations, non ſeulement la direction du mouvement d'une Comete, mais même ſa diſtance réelle à la Terre, d'où il déduit la quantité de ſon mouvement, & les autres élémens de ſa Théorie.

Comme il eſt très-important pour la perfection de la

Théorie des Cometes, & pouvoir parvenir à reconnoître leur retour, d'avoir des Méthodes simples & faciles pour déterminer leur distance à la Terre & au Soleil, aussi-bien que la quantité & la direction de leur mouvement, j'en proposerai ici une qui m'a paru simple, & avec laquelle on peut déterminer avec assés de facilité, tant par une figure que par le calcul, tous ces divers élémens dans l'hypothese du mouvement de la Terre autour du Soleil.

Fig. 1. & 2. Soit *S* le Soleil, *aπb* l'Orbe annuel sur lequel l'Aphélie est placé en *a*, & le Perihélie en *π*. Ayant placé sur cet Orbe le point du Bélier, ♈, par rapport au point *a* de l'Aphélie; soient faits les angles ♈*S*1, ♈*S*2, ♈*S*3, ♈*S*4, du même nombre de degrés, minutes & secondes que le vrai lieu de la Terre dans le temps de quatre observations choisies d'une Comete. Soient aussi faits les angles ♈*Sl*, ♈*Sp*, ♈*Sq*, ♈*Sr*, de la même quantité que le vrai lieu de la Comete par rapport à l'Ecliptique au temps que la Terre étoit aux points 1, 2, 3, 4; & soient tirées de ces points les lignes 1*K*, 2*N*, 3*O*, 4*M*, paralleles aux lignes *Sl*, *Sp*, *Sq*, *Sr*.

Il est évident que ces lignes 1*K*, 2*N*, 3*O*, 4*M*, seront dirigées au vrai lieu de la Comete par rapport à la Terre & au Soleil. Car prolongeant 1*S* en *b*, le point *b* marquera au temps de la premiére observation le vrai lieu du Soleil sur l'Ecliptique qui est à l'opposite de celui de la Terre, & l'angle ♈*Sb*, mesurera la distance du point du Bélier au vrai lieu du Soleil, y ajoûtant l'angle ♈*Sl* qui a été pris égal au vrai lieu de la Comete, c'est-à-dire, à sa distance au point du Bélier, on aura l'angle *lSb* qui mesurera la distance de la Comete au Soleil dans la premiére observation; mais à cause des paralleles *Sl*, 1*K*, l'angle *K*1*S* est égal à l'angle *lSb*, donc l'angle *K*1*S* mesurera la distance de la Comete au Soleil, & par conséquent la Comete sera dans la direction de la ligne 1*K* au temps de la premiére observation.

Soient prolongées les lignes 1*K*, 2*N*, 3*O*, 4*M*, jusqu'à ce qu'elles concourent ensemble, de maniére que le point *A* marque l'intersection des lignes 1*K*, 2*N*, tirées de la Terre

à la Comete dans les deux premiéres observations ; le point *B*, l'intersection des lignes 4*M* & 3*O* dirigées à la Comete dans la troisiéme & quatriéme observation ; le point *E*, l'intersection des lignes 1*K* & 3*O* dirigées à la Comete dans la premiére & troisiéme observation ; *C*, l'intersection des lignes 2*N* & 3*O* dirigées à la Comete dans la seconde & troisiéme observation, & *D*, l'intersection des lignes 2*N* & 4*M* dirigées à la Comete dans la seconde & quatriéme observation.

Faites *CP* à *BC* comme l'intervalle de temps entre la premiére & seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatriéme.

Faites aussi *CF* à *CD* comme l'intervalle entre la premiére & troisiéme observation, est à celui qui est entre la troisiéme & la quatriéme. Menés par les points *P* & *F*, ainsi déterminés, la ligne *PF*, qui étant prolongée de part ou d'autre, rencontre la ligne *IK* en *K*. Cette ligne *IK* mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre au temps de la premiére observation, réduite à l'Ecliptique.

Faites aussi *CT* à *AC* comme l'intervalle de temps entre la troisiéme & la quatriéme observation, est à celui qui est entre la premiére & la troisiéme, & *CQ* à *CE* comme l'intervalle entre la seconde & la quatriéme est à l'intervalle entre la premiére & la seconde. Menés par les points *T* & *Q* la ligne *TQ*, qui étant prolongée de part ou d'autre, rencontre 4*M* en *M*, la ligne 4*M* mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre, réduite à l'Ecliptique au temps de la 4.me observation.

Joignés *KM*, qui coupera aux points *N* & *O* les lignes 2*N*, 3*O*, tirées de la Terre à la Comete dans la seconde & troisiéme observation. La ligne *KM* mesurera la quantité réelle du mouvement de cette Comete par rapport à l'Ecliptique, qui sera telle que ses portions *KN*, *NO*, *OM* seront entr'elles comme les espaces parcourus entre les quatre observations données.

On peut aussi, connoissant la distance *IK* de la Comete à la Terre dans la premiére observation, par la méthode que l'on a prescrite ci-devant, déterminer sa distance à la Terre

4*M* dans la quatriéme obſervation, en cette maniére.

Soit menée par les points *B* & *F*, la ligne *BFH* ou *FBH*, & du point *K* la ligne *KH* parallele à la ligne 3*O* qui rencontre la ligne *BH* au point *H*. Du point *H*, ſoit tirée la ligne *HM* parallele à la ligne 2*N* qui rencontrera la ligne 4*M* en *M*. La ligne 4*M* meſurera la diſtance de cette Comete à la Terre, réduite à l'Ecliptique au temps de la quatriéme obſervation.

On peut de la même maniére, connoiſſant la diſtance 4*M* de la Comete à la Terre au temps de la quatriéme obſervation, déterminer ſa diſtance *IK* dans la premiére obſervation; en menant du point *A* par le point *Q*, la ligne *AQH* ou *QAH*, qui rencontrera en *H* la ligne *MH* parallele à 2*N*, & tirant du point *H* la ligne *HK* parallele à 3*O*, qui rencontrera *IK* au point *K*. Cette ligne *IK* meſurera la diſtance de cette Comete à la Terre au temps de la premiére obſervation.

Comme toutes ces diſtances de la Comete à la Terre ont été meſurées ſur l'Ecliptique, il faut pour déterminer la véritable diſtance de la Terre à la Comete ſur ſon Orbe, faire l'angle *K*1*k* égal à ſa latitude au temps de la premiére obſervation. Elevant ou abaiſſant du point *K*, ſuivant que cette latitude eſt ſeptentrionale ou méridionale, la ligne *Kk* perpendiculaire au plan de l'Ecliptique qui rencontre la ligne *Ik* au point *k*. Cette ligne *Ik* meſurera la diſtance véritable de la Terre à la Comete dans la premiére obſervation.

On fera de même l'angle *M*4*m* égal à la latitude de la Comete, déterminée par la quatriéme obſervation, & on élevera ou abaiſſera du point *M*, la ligne *Mm* perpendiculaire au plan de l'Ecliptique qui rencontrera la ligne 4*m* au point *m*. Cette ligne 4*m* meſurera la diſtance véritable de la Comete à la Terre au temps de la quatriéme obſervation.

Enfin, ſi l'on éleve ſur la ligne *KM* des points *K* & *M*, les perpendiculaires *Kk*, *Mm*, égales aux lignes *Kk* & *Mm* que l'on vient de trouver, la ligne *km* meſurera la quantité véritable du mouvement de la Comete ſur ſon Orbe depuis la premiére juſqu'à la quatriéme obſervation; l'angle *Mnm*, l'inclinaiſon véritable de ſon Orbe à l'égard de l'Ecliptique;

&

& la ligne *Sn*, tirée du Soleil au point *n* de l'interſection des lignes *KM* & *km*, marquera ſur l'Orbe du Soleil le vrai lieu du Nœud ou de l'interſection de l'Orbe de la Comete à l'égard de l'Ecliptique, qui ſera meſuré par l'angle ♈*Sn*.

Il eſt aiſé de voir que lorſque les intervalles entre les points des interſections des lignes tirées de la Terre à la Comete, ſont ſenſibles par rapport à la diſtance du Soleil à la Terre, & que le mouvement vrai de la Comete à l'égard de l'Ecliptique qui eſt meſuré par les angles compris entre ces diverſes lignes eſt de pluſieurs degrés, on peut déterminer par une figure avec une très-grande facilité la diſtance de la Comete à la Terre; auſſi-bien que la quantité de ſon mouvement tant ſur ſon Orbe que par rapport à l'Ecliptique; auſſi-bien que l'inclinaiſon de cet Orbe & le vrai lieu de ſon Nœud à l'égard de l'Ecliptique, qui ſont les principaux élémens de ſa Théorie.

DÉMONSTRATION.

Soit mené par les points *B* & *F*, la ligne *BFhz* ou *FBhz* qui rencontre en *z* la ligne *KH* parallele à la ligne 3*O*, & en *h* la ligne *MH* parallele à la ligne 2*N*. Soit auſſi mené par les points *A* & *Q*, la ligne *AQgu* ou *QAgu*, qui rencontre en *g* la ligne *KH*, & en *u* la ligne *MH*. A cauſe des paralleles *KH* & 3*O*, les Triangles *KFV* & *VFz* ſont ſemblables aux Triangles *PFC* & *CFB*, & on aura *CP* à *CB*, comme *KV* eſt à *Vz*. Les Triangles *AKV* & *AVg* ſont auſſi ſemblables aux Triangles *AEC* & *ACQ*, & on aura *CE* à *CQ*, comme *KV* eſt à *Vg*; mais par la conſtruction *CP* eſt à *CB* comme *CE* à *CQ*, comme l'intervalle de temps entre la premiére & la ſeconde obſervation eſt à celui qui eſt entre la ſeconde & la quatriéme. Donc *KV* eſt à *Vz* comme *KV* eſt à *Vg*, donc les points *z* & *g* des lignes *AQgu* & *BFhz* ou *QAgu* & *FBhz* concourent enſemble ſur un des points de la ligne *KH*. Fig. 1. & 2.

Maintenant à cauſe des paralleles *MH* & 2*N*, les Triangles *BCF* & *BCD* ſont ſemblables aux Triangles *BXh* & *BXM*, & on aura *CF* à *CD* comme *Xh* eſt à *XM*. Les Triangles *AQC* & *CQT* ſont auſſi ſemblables aux Triangles

XQu & *MQX*, & on aura *AC* à *CT* comme *Xu* eſt à *XM*; mais par la conſtruction *CF* eſt à *CD* comme *AC* eſt à *CT*, comme l'intervalle entre la premiére & troiſiéme obſervation eſt celui qui eſt entre la troiſiéme & la quatriéme. Donc *Xh* eſt à *XM* comme *Xu* eſt à *XM*; donc les points *h* & *u* des lignes *BFh* & *AQu* ou *FBh* & *QAu* concourent enſemble ſur un des points de la ligne *MH*. Mais nous avons démontré ci-deſſus que les points *g* & *z* des mêmes lignes *BFh* & *AQu* ou *FBh* & *QAu* concouroient enſemble ſur un des points de la ligne *KH*; donc les points *h*, *u*, *g*, *z*, concourent tous au point *H*, qui eſt l'interſection commune des lignes *KH* & *MH* paralleles aux lignes 3*O* & 2*N*, & par conſéquent les lignes *BF* & *AQ* prolongées, concourent enſemble au point *H*.

Maintenant à cauſe des paralleles 2*N*, *MH*, on aura *KN* à *NM* comme *KV* eſt à *VH*; mais l'on a démontré que *KV* eſt à *VH* comme *CP* eſt à *BC*; donc *KN* eſt à *NM* comme *CP* eſt à *BC*, c'eſt-à-dire, par la conſtruction, comme l'intervalle entre la premiére & la ſeconde obſervation eſt à celui qui eſt entre la ſeconde & la quatriéme.

On trouvera de même que *KO* eſt à *OM* comme *HX* eſt à *XM*; mais *HX* eſt à *MX* comme *CF* eſt à *CD*; donc *KO* eſt à *OM* comme *CF* eſt à *CD*, c'eſt-à-dire, par la conſtruction, comme l'intervalle entre la premiére & la troiſiéme obſervation eſt à celui qui eſt entre la troiſiéme & laquatriéme. Donc la ligne *KM* meſure le mouvement véritable de la Comete ſur le plan de l'Ecliptique, qui doit être tel que ſes portions *KN*, *NO*, *OM*, ſoient entr'elles comme les eſpaces parcourus entre les quatre obſervations données, que l'on a ſuppoſé être dans le même rapport que les intervalles de temps entre ces obſervations. Les points *K*, *N*, *O*, *M*, marqueront donc le vrai lieu de la Comete par rapport à l'Ecliptique dans ces quatre obſervations, & les lignes 1*K*, 2*N*, 3*O*, 4*M*, ſa diſtance à la Terre meſurée ſur l'Ecliptique par rapport aux diſtances connuës *S*1, *S*2, *S*3, *S*4, de la Terre au Soleil.

On démontrera de même, qu'ayant mené par les points

P & *F*, la ligne *PFK* ou *FPK* qui rencontre 1*K* en *K*, si l'on mene du point *K* la ligne *KH* parallele à 3*O* qui rencontre *BF* prolongée en *H*, & que du point *H* on mene la ligne *HM* parallele à 2*N*, qui rencontre 4*M* en *M*, la ligne *KM* mesurera le mouvement de la Comete sur l'Ecliptique; & que réciproquement ayant mené par les points *T* & *Q*, déterminés comme ci-dessus, la ligne *TQM* ou *QTM* qui rencontre 4*M* en *M*, si l'on mene par le point *M*, la ligne *MH* parallele à 2*N* qui rencontre *AQ* prolongée en *H*, & que du point *H* on mene la ligne *HK* parallele à 3*O* qui rencontre 1*K* en *K*, la ligne *MK* mesurera le mouvement de la Comete sur l'Ecliptique.

Car par la premiére construction *KN* est à *NM* comme *KV* est à *VH*, comme *CP* est à *BC*, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiére & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatriéme, & *KO* est à *OM* comme *HX* est à *XM*, comme *CF* est à *CD*, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiére & la troisiéme observation est à celui qui est entre la troisiéme & la quatriéme; & par la seconde construction *KN* est à *NM* comme *KV* est à *VH*, comme *EC* est à *CQ*, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiére & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatriéme; & *KO* est à *OM* comme *HX* est à *XM*, comme *AC* est à *CT*, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiére & la troisiéme observation est à celui qui est entre la troisiéme & la quatriéme: ce qu'il falloit démontrer.

Lorsqu'on ne peut pas déterminer avec assés de précision par le moyen d'une figure, la distance d'une Comete à la Terre, la quantité de son mouvement & divers autres élémens de sa Théorie, on les trouvera par le calcul, en cette maniére.

On calculera d'abord par les Tables du Soleil son vrai lieu ou celui de la Terre au temps des observations choisies, & la valeur des distances *S*1, *S*2, *S*3, *S*4, de la Terre au Soleil par rapport à sa distance moyenne supposée de 100000; &

dans le Triangle $1S2$, l'angle $1S2$ qui meſure le mouvement de la Terre dans l'intervalle entre les deux premiéres obſervations, étant connu auſſi-bien que les lignes $S1$, $S2$, ou trouvera la valeur de la corde $1\ 2$, qui ſoutend l'arc du mouvement de la Terre dans ſon Orbe, & l'angle $S12$ ou ſon ſupplément à deux droits $L12$ dont il faut retrancher l'angle $L1K$, ſupplément de l'angle $K1S$, diſtance de la Comete au Soleil, lorſque le point K eſt entre les points L & 2, & qu'il faut ajoûter à l'angle $L1K$, lorſque le point K eſt au de-là du point L, pour avoir la valeur de l'angle $A12$.

Maintenant dans le Triangle $A12$, dont le côté 12 eſt connu, de même que l'angle $A12$ & l'angle $1A2$, qui à cauſe des paralleles $A1$, Sl, & $A2$, Sp, eſt égal à l'angle lSp qui meſure le mouvement de la Comete à l'égard de l'Ecliptique dans l'intervalle entre les deux premiéres obſervations, on aura la valeur des lignes $1A$ & $2A$ qui meſurent la diſtance de la Terre au point A du concours des deux lignes tirées de la Terre à la Comete dans les deux premiéres obſervations.

On calculera de la même maniére la valeur des cordes 13, 14, & des diſtances $1E$, $3E$, $1G$, $4G$, de la Terre aux points E & G, du concours des lignes tirées de la Terre à la Comete dans la premiére, troiſiéme & quatriéme obſervation. Retranchant $1A$ de $1E$, on aura AE, & dans le Triangle AEC, dont le côté AE eſt connu auſſi-bien que l'angle EAC ou $1A2$, & l'angle $2C3$ égal à l'angle pSq qui meſure le mouvement de la Comete dans l'intervalle entre la ſeconde & la troiſiéme obſervation, on trouvera la valeur des côtés AC & CE. Prenant la différence entre $1A$ & $1G$, on aura AG, & dans le Triangle AGD, dont le côté AG eſt connu, & les angles GAD ou $1A2$, & ADG ou $2D3$, on aura les côtés DG & AD. Prenant la différence entre AD & AC, on aura DC, & dans le Triangle BDC, dont le côté DC eſt connu, de même que l'angle BDC, ou ſon ſupplément $2D4$, & l'angle DCB ou $2C3$, on aura le côté BC. On fera enſuite par la regle preſcrite,

comme le temps entre la ſeconde & la quatriéme obſervation eſt au temps entre la premiére & la ſeconde, ainſi *BC* eſt à *CP*; & comme le temps entre la troiſiéme & la quatriéme obſervation eſt au temps entre la premiére & la troiſiéme, ainſi *CD* eſt à *CF*. Maintenant dans le Triangle *PCF*, dont les côtés *CP*, *CF*, & l'angle *PCF* ou $2C3$ compris entre ces côtés, ſont connus, on trouvera la valeur de l'angle *CPF*; & dans le Triangle *EPK*, dont le côté *EP* ou *CP* plus *CE* eſt connu, de même que l'angle *KEP*, & l'angle *CPF* ou *EPK*, on trouvera la valeur du côté *EK* qu'il faut ajoûter à la ligne $1E$ ci-devant déterminée, lorſque le point *K* eſt au de-là du point *E*, & qu'il faut retrancher au contraire de la ligne $1E$, lorſque le point *K* eſt en deçà, & on aura la valeur de la ligne $1K$, qui meſure la diſtance de la Terre à la Comete réduite à l'Ecliptique, au temps de la premiére obſervation.

Il eſt à remarquer que lorſque l'angle *EPK* eſt plus grand que l'angle $1E3$ ou *PEK*, la Comete ſe trouve placée au de-là du point *A*, & que lorſque cet angle eſt plus petit, elle ſe trouve alors entre la Terre & le point *A*.

Pour trouver ſa diſtance à la Terre dans la quatriéme obſervation, on fera comme le temps entre la premiére & la troiſiéme obſervation eſt au temps entre la troiſiéme & la quatriéme, ainſi *AC* eſt à *CT*; on fera auſſi comme le temps entre la premiére & la ſeconde obſervation eſt au temps entre la ſeconde & la quatriéme, ainſi *CE* eſt *CQ*. Maintenant dans le Triangle *TCQ*, dont les côtés *CT*, *CQ*, & l'angle *TCQ* ou $2C3$ compris entre ces côtés ſont connus, on trouvera la valeur de l'angle *CTQ*; & dans le Triangle *DTM*, dont le côte *DT* ou *DC* plus *CT* eſt connu, de même que l'angle *DTM* ou *CTQ*, & l'angle *MDT* ou $2D4$, on trouvera le côté *DM* qu'il faut ajoûter aux lignes $4G$ & *DG* ci-devant déterminées, lorſque le point *M* eſt au de-là du point *D*, ce qui arrive lorſque l'angle *QTF* eſt plus grand que l'angle $2D4$ ou *MDT*, & qu'il faut retrancher au contraire de la ligne $4D$, lorſque l'angle *QTF* eſt plus petit

que l'angle $2D4$, & l'on aura la valeur de la ligne $4M$, qui mesure la distance de la Terre à la Comete, réduite à l'Ecliptique, au temps de la quatriéme observation.

Si l'on ajoûte présentement la ligne DG à la ligne DM, lorsque le point M est au de-là du point D, & si on la retranche de la ligne DM, lorsqu'il est en deçà, on aura GM. Ajoûtant pareillement GE, ou AE moins AG, à EK, lorsque le point K est au de-là du point E, & le retranchant de EK, lorsqu'il est en deçà, on aura GK; & dans le Triangle KGM, dont les côtés KG & GM, & l'angle KGM ou $1G4$ compris entre ces côtés sont connus, on trouvera la valeur du côté KM qui mesure le mouvement de la Comete, réduit à l'Ecliptique, entre la premiére & la quatriéme observation & les angles $1KM$, $4MK$, qui déterminent la direction de son mouvement.

Pour déterminer la distance réelle de la Comete à la Terre, l'inclinaison de son Orbe & la quantité de son mouvement sur cet Orbe, on fera comme le Sinus du complément de la latitude de la Comete dans la premiére observation est au sinus total; ainsi la distance $1K$ de la Terre à la Comete, réduite à l'Ecliptique, est à la distance réelle $1k$ de la Terre à la Comete dans la premiére observation; & comme le sinus du complément de la latitude de la Comete dans la quatriéme observation est au Sinus total, ainsi $4M$ est à la distance réelle $4m$ de la Terre à la Comete dans la quatriéme observation. On fera ensuite comme le Sinus total est à la tangente de la latitude de la Comete dans la premiére observation, ainsi $1K$ est à Kk; & comme le Sinus total est à la tangente de la latitude de la Comete dans la quatriéme observation, ainsi $4M$ est à Mm. Enfin l'on fera comme KM est à la différence entre Kk & Mm, lorsque les deux latitudes sont de même dénomination, ou bien comme KM est à la somme de Kk plus Mm, lorsqu'elles sont de différente dénomination; ainsi le Sinus total est à la tangente de l'angle Mnm ou Knk, qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de la Comete par rapport à l'Ecliptique; & comme le Sinus du

complément de l'angle Mnm eſt au Sinus total, ainſi KM eſt à la ligne km qui meſure la quantité du mouvement réel de la Comete ſur ſon Orbe par rapport à la diſtance moyenne de la Terre au Soleil ſuppoſée de 100000.

Pour déterminer le vrai lieu du Nœud de la Comete, on fera comme Mm moins Kk, lorſque les deux latitudes ſont de même dénomination, ou bien comme Mm plus Kk, lorſqu'elles ſont de différente dénomination, eſt à MK; ainſi Kk eſt à Kn, diſtance du point K au point n, qui marque le lieu où la Comete a coupé l'Ecliptique. Maintenant dans le Triangle $1Kn$, dont les côtés $1K$, Kn, & l'angle compris $1KM$ ſont connus, on trouvera le côté $1n$ & l'angle $K1n$. Prenant la ſomme des angles $K1n$ & $L1K$, ou leur différence, on aura l'angle $L1n$, ou ſon ſupplément $S1n$, & dans le Triangle $S1n$, dont les côtés $S1$, $1n$, & l'angle compris $S1n$ ſont connus, on trouvera la valeur du côté Sn, qui meſure la diſtance véritable de la Terre à la Comete, lorſqu'elle a paſſé par l'Ecliptique & l'angle $1Sn$. L'angle ♈$S1$, diſtance de la Terre au point du Bélier au temps de la premiére obſervation, étant donc connu, on aura la valeur de l'angle ♈Sn qui meſure le vrai lieu du Nœud de la Comete, ou de l'interſection de ſon Orbe avec l'Ecliptique. Enfin l'on déterminera le temps que la Comete eſt arrivée à ſon Nœud, en faiſant comme MK eſt à Kn; ainſi l'intervalle de temps entre la premiére & la quatriéme obſervation eſt à l'intervalle entre le temps de la premiére obſervation & celui auquel la Comete eſt arrivée à l'Ecliptique : ce qu'il falloit trouver.

On peut auſſi, ſuppoſant qu'une Comete parcoure ſa révolution autour du Soleil, déterminer la grandeur & la figure de ſon Orbe; le temps qu'elle employe à faire ſa révolution & les autres élémens de ſa Théorie, en cette maniére.

Soit mené du point S au point M, lieu de la Comete ſur l'Ecliptique au temps de la quatriéme obſervation, la ligne SM. Dans le Triangle $SM4$, les côtés $S4$, $4M$, ſont connus, de même que l'angle compris $S4M$, ſupplément

de l'angle $4Sr$; c'eſt pourquoi l'on connoîtra la valeur du côté SM & de l'angle $4SM$. La ligne Mm ayant été élevée perpendiculairement ſur le plan de l'Ecliptique, le Triangle SMm eſt rectangle en M, & connoiſſant les côtés SM & Mm, on trouvera la valeur de l'hypothenuſe Sm, qui meſure la diſtance réelle de la Comete au Soleil au temps de la quatriéme obſervation. Dans le Triangle $SK1$, les côtés $S1$, $1K$, ſont connus, de même que l'angle compris $S1K$, ſupplément de l'angle $L1K$ ou $1Sl$; c'eſt pourquoi l'on connoîtra la valeur du côté SK & de l'angle $1SK$. La ligne Kk ayant été élevée perpendiculairement ſur le plan de l'Ecliptique, le Triangle SKk eſt rectangle en K, & connoiſſant les côtés SK & Kk, on aura la valeur de l'hypothenuſe Sk qui meſure la diſtance réelle de la Comete au Soleil au temps de la premiére obſervation. Maintenant dans le Triangle Smk, dont les trois côtés Sm, mk & Sk, ſont connus, l'on trouvera la valeur de l'angle $mſk$, qui ſoutend dans l'Orbe de la Comete, la quantité de ſon mouvement propre depuis la premiére juſqu'à la quatriéme obſervation; on aura auſſi la valeur des angles Smk & Skm qui déterminent la direction de ſon mouvement dans ſon Orbe.

Pour déterminer la figure de l'Orbe que la Comete décrit par ſon mouvement propre, on choiſira une cinquiéme obſervation faite avec exactitude, éloignée de quelques jours de la quatriéme. On placera ſur l'Orbe annuel le vrai lieu de la Terre dans le temps de cette obſervation au point 5, & le vrai lieu de la Comete au point t, & l'on menera du point 5 la ligne 5θ parallele à la ligne St. On prolongera enſuite KM en β, enſorte que $M\beta$ ſoit à KM, comme le temps entre la quatriéme & la cinquiéme obſervation eſt au temps entre la premiére & la quatriéme; & du centre M à l'intervalle $M\beta$, on décrira l'arc $\beta\theta$ qui rencontrera 5θ au point θ. La ligne $M\theta$ ou $M\beta$ meſurera le mouvement de la Comete à l'égard de l'Ecliptique dans l'intervalle entre la quatriéme & la cinquiéme obſervation & la ligne 5θ la diſtance de la Comete à la Terre réduite à l'Ecliptique au temps de

de la cinquiéme obſervation, dont on déterminera la quantité en cette maniére.

Dans le Triangle *MS*5, les côtés *SM* & *S*5 ſont connus, & l'angle compris *MS*5 qui eſt égal à l'angle *MS*4 ci-devant déterminé, plus l'angle 4*S*5 qui meſure le mouvement de la Terre entre la quatriéme & la cinquiéme obſervation; c'eſt pourquoi l'on trouvera le côté 5*M* & l'angle *S*5*M*, dont la différence à l'angle *S*5θ, ſupplément de l'angle 5*St*, différence entre le lieu de la Comete & celui de la Terre, donne l'angle *M*5θ; & dans le Triangle *M*5θ, dont les côtés 5*M*, *M*θ & l'angle *M*5θ ſont connus, on trouvera la valeur du côté 5θ, diſtance de la Terre à la Comete réduite à l'Ecliptique. Enfin dans le Triangle *S*5θ, dont les côtés 5θ, *S*5 & l'angle compris *S*5θ ſont connus, on trouvera la valeur du côté *S*θ, diſtance de la Comete au Soleil dans la cinquiéme obſervation réduite à l'Ecliptique.

Soit élevée du point θ, la ligne θδ perpendiculaire au plan de l'Ecliptique. Cette ligne ſera auſſi perpendiculaire ſur les lignes *S*θ & θ*M* qui ſont ſur ce plan, & en même temps parallele à *Mm*. Soit pris ſur θδ la ligne θγ égale à la ligne *Mm*, & ayant mené *m*γ, ſoit fait l'angle γ*m*δ égal à l'inclinaiſon de l'Orbite de la Comete par rapport à l'Ecliptique ci-devant déterminée, il eſt clair que la ligne *m*δ meſurera le mouvement vrai de la Comete depuis la quatriéme juſqu'à la cinquiéme obſervation, & que la ligne θδ meſurera l'élévation de cette Comete ſur le plan de l'Ecliptique; dont on connoîtra la valeur, en réſolvant le Triangle *m*γδ rectangle en γ, dont le côté *m*γ ou *M*θ & l'angle γμδ ſont connus. Maintenant dans le Triangle *S*θδ rectangle en θ, dont les côtés *S*θ & θδ ſont connus, l'on trouvera la valeur de la ligne *S*δ qui meſure la diſtance réelle du Soleil à la Comete au temps de la cinquiéme obſervation; & dans le Triangle *Sm*δ, dont les trois côtés *Sm*, *S*δ, *m*δ, ſont connus, l'on aura la valeur des angles *mS*δ, *m*δ*S* & δ*mS*.

Soit préſentement, dans la Fig. 3, les points *Skm*δ diſpoſés de maniére que les lignes *Sk*, *Sm*, *S*δ, meſurent la Fig. 3.

distance déterminée de la Comete au Soleil dans la premiére, quatriéme & cinquiéme observation, & km & $m\delta$ le mouvement vrai de cette Comete sur son Orbe depuis la premiére jusqu'à la quatriéme, & depuis la quatriéme jusqu'à la cinquiéme observation.

On peut déterminer géométriquement la figure de l'Ellipse, qui ayant pour foyer le point S, passe par les points k, m & δ. Mais comme le calcul des dimensions de cette Ellipse seroit extrêmement difficile, on considérera que la ligne km qui mesure le mouvement vrai de la Comete depuis la premiére jusqu'à la quatriéme observation, étant suivant nôtre supposition une ligne sensiblement droite, on peut la regarder comme la tangente de l'Orbe elliptique que la Comete décrit par son mouvement propre. Divisant cette ligne km en deux également au point ϵ, on menera du point S au point ϵ la ligne $S\epsilon$, & l'on fera l'angle $k\epsilon f$ égal à l'angle $S\epsilon m$.

Dans le Triangle $Sm\epsilon$, dont les côtés Sm & $m\epsilon$ & l'angle compris $Sm\epsilon$ sont connus, on trouvera la valeur de l'angle ϵSm & de l'angle $S\epsilon m$ ou $k\epsilon f$ qui lui est égal; on aura donc la valeur de l'angle $S\epsilon f$ qui détermine la position de la ligne ϵf, qui par la propriété de l'Ellipse doit passer par un des foyers de l'Ellipse dont l'autre foyer est au point S.

Pour déterminer ce foyer, soit décrit du centre S & de l'intervalle $S\epsilon$, l'arc $\epsilon\lambda$ qui rencontre $S\delta$ en λ, & soit pris sur la ligne ϵf, prolongée s'il est nécessaire, la ligne $\epsilon\mu$ égale à la ligne $\delta\lambda$, de maniére que le point μ soit entre les points ϵ & f, lorsque la ligne $S\delta$ est plus grande que la ligne $S\epsilon$, & que le point μ soit au de-là du point ϵ, lorsque $S\delta$ est plus petite que $S\epsilon$. Joignés $\delta\mu$, que vous diviserés en deux parties égales au point ν. Du point ν soit élevé sur la ligne $\mu\delta$ la perpendiculaire νf, qui rencontrera la ligne θf au point f. Le point f déterminera l'autre foyer de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre : ce qu'il est aisé de démontrer.

Car les rayons $S\lambda$, $S\epsilon$, étant égaux, si l'on y ajoûte de part & d'autre $\epsilon\mu$ égal à $\delta\lambda$, lorsque $S\delta$ est plus grand que $S\epsilon$; ou si l'on en retranche $\epsilon\mu$ égal à $\delta\lambda$, lorsque $S\delta$ est

plus petit que $S\varepsilon$, on aura dans le premier cas $S\delta$ égal à $S\varepsilon$ plus $\varepsilon\mu$, & dans le second cas $S\delta$ égal à $S\varepsilon$ moins $\varepsilon\mu$. Maintenant dans les Triangles rectangles $f\nu\mu$, $f\nu\delta$, les côtés $\mu\nu$ & $\nu\delta$ sont égaux par la construction, & le côté $f\nu$ est commun ; c'est pourquoi l'on aura l'hypothenuse $f\delta$ égale à $f\mu$, qui dans le premier cas est égale à $f\varepsilon$ moins $\varepsilon\mu$, & dans le second cas à $f\varepsilon$ plus $\varepsilon\mu$. Ajoûtant dans le premier cas $f\delta$ à $S\delta$, & $f\delta$, ou $f\varepsilon$ moins $\varepsilon\mu$ à $S\varepsilon$ plus $\varepsilon\mu$, qui est égal à $S\delta$, on aura $f\delta$ plus $S\delta$ égal à $S\varepsilon$ plus $f\varepsilon$. Ajoûtant dans le second cas $f\delta$ à $S\delta$, & $f\delta$ ou $f\varepsilon$ plus $\varepsilon\mu$ à $S\delta$, ou $S\varepsilon$ moins $\varepsilon\mu$, on aura pareillement $f\delta$ plus $S\delta$ égal à $f\varepsilon$ plus $S\varepsilon$, & par conséquent les points ε & δ sont sur une Ellipse, dont l'un des foyers est en S, & l'autre en f.

Divisant Sf en deux parties égales au point x, & prenant $x\pi$ & xa égales à la moitié de $S\varepsilon$ plus εf, on aura le grand axe πa de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre, dont l'Aphélie sera au point a, & le Périhélie au point π. L'angle $aS\delta$ mesurera la distance véritable de la Comete à son Aphélie au temps de la cinquiéme observation, & l'angle $aS\varepsilon$, sa distance dans le temps que la Comete a passé par le milieu entre la premiére & la quatriéme observation. Enfin l'angle $\delta f\varepsilon$ mesurera le moyen mouvement de la Comete, qui répond à l'angle $\delta S\varepsilon$ qui mesure son vrai mouvement dans l'hypothese elliptique.

On trouvera aussi par la Méthode expliquée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, la quantité du moyen mouvement qui répond à son vrai mouvement suivant l'hypothese de Képler, & l'on fera comme la quantité de ce moyen mouvement dans l'une & l'autre de ces hypotheses est à 360 degrés ; ainsi l'intervalle de temps entre la cinquiéme observation & le temps moyen, entre la premiére & la quatriéme observation, est au temps qui mesure la révolution entiére de la Comete : ce qui restoit à trouver.

Pour déterminer par le calcul les distances $f\delta$ & $f\varepsilon$ de l'autre foyer f de l'Ellipse qui représente l'Orbe de la Comete à son lieu, lorsqu'elle s'est trouvée aux points δ & ε,

la distance entre les deux foyers S & f, le demi-diametre de son Orbe, & le temps qu'elle employe à faire sa révolution autour du Soleil, on ajoûtera l'angle $mS\delta$ à l'angle ϵfm ci-devant déterminé, & on aura l'angle $\epsilon S\delta$, & dans le Triangle $\epsilon S\delta$, dont les côtés $S\epsilon$, $S\delta$, & l'angle compris entre ces côtés sont connus, on aura la valeur du côté $\epsilon\delta$ & de l'angle $S\epsilon\delta$, dont il faut retrancher dans le premier cas l'angle $S\epsilon f$ connu, ou qu'il faut ajoûter dans le second cas à l'angle $S\epsilon f$, pour avoir l'angle $f\epsilon\delta$, ou son supplément $\delta\epsilon\mu$; & dans le Triangle $\delta\epsilon\mu$, dont l'angle $\delta\epsilon\mu$ & le côté $\delta\epsilon$ sont connus, & le côté $\epsilon\mu$ ou $\delta\mu$ mesure la différence entre $S\epsilon$ & $S\delta$, on trouvera la valeur de l'angle $\delta\mu\epsilon$ & du côté $\delta\mu$. On aura donc la valeur des lignes $\delta\nu$ ou $\mu\nu$ égales chacune à la moitié de $\delta\mu$, & dans le Triangle $f\mu\nu$ rectangle en ν, dont l'angle $\delta\mu\epsilon$ ou $\delta\mu f$ & le côté $\mu\nu$ sont connus, on trouvera la valeur du côté $f\mu$ ou $f\delta$ qui mesure la distance du foyer f de l'Orbe de la Comete, à son lieu δ au temps de la cinquiéme observation. Ajoûtant dans le premier cas $\epsilon\mu$ connu à $f\delta$ ou $f\mu$, & retranchant dans le second cas $\epsilon\mu$ de $f\mu$, on aura $f\epsilon$ qui mesure la distance du foyer f au lieu de la Comete dans le temps milieu entre la premiére & la quatriéme observation; & dans le Triangle $S\epsilon f$, dont les côtés $S\epsilon$ & $f\epsilon$ & l'angle compris $S\epsilon f$ sont connus, on aura la valeur du côté Sf & de l'angle ϵSf ou $aS\epsilon$, qui mesure la distance de la Comete à son Apogée, lorsqu'elle a passé par le point ϵ. Retranchant dans le premier cas l'angle $\epsilon f\delta$ connu de l'angle $af\epsilon$, ou ajoûtant dans le second cas l'angle $\epsilon f\delta$ à l'angle $af\epsilon$, on aura l'angle $aS\delta$ qui mesure la distance de la Comete à son Apogée au temps de la cinquiéme observation. Prenant la moitié de Sf, on aura la valeur de Sx, & prenant la moitié de $S\epsilon$ plus $f\epsilon$, on aura la valeur de xa, qui mesure le grand demi-diametre de l'Orbe de la Comete. Enfin prenant le double de l'angle $\nu f\mu$, on aura la valeur de l'angle $\delta f\epsilon$ qui mesure dans l'hypothese elliptique simple le moyen mouvement de la Comete qui répond à l'angle $\epsilon S\delta$ de son vrai mouvement dans l'intervalle de temps

entre la cinquiéme obſervation, & le milieu entre la premiére & la quatriéme.

On trouvera auſſi par la Méthode expliquée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, la quantité du moyen mouvement de la Comete, qui répond à ſon vrai mouvement ſuivant l'hypotheſe de Képler; & l'on fera comme la quantité de ce moyen mouvement dans l'une & l'autre de ces deux hypotheſes eſt à 360 degrés; ainſi l'intervalle de temps entre la cinquiéme obſervation & le temps moyen entre la premiére & la quatriéme obſervation, eſt au temps qui meſure la révolution entiére de la Comete. Enfin ſi la direction du mouvement de la Comete étoit telle que le Soleil ne ſe trouva pas à ſon foyer, on déterminera ſa ſituation dans un plus grand nombre d'obſervations, & l'on fera paſſer par les différents points où elle s'eſt trouvée, une Ellipſe qui repréſentera la figure de ſon Orbe.

Connoiſſant la figure de l'Ellipſe que la Comete décrit par ſon mouvement propre, on pourra déterminer l'augmentation ou la diminution du mouvement réel de la Comete dans l'intervalle entre chaque obſervation, s'il y en a quelqu'une de ſenſible. On augmentera ou diminüera d'une quantité proportionnée l'intervalle de temps entre chaque obſervation, & l'on déterminera par la méthode preſcrite le mouvement $KM\theta$ de la Comete, qui ſera tel que ſes parties KN, NO, OM & $M\theta$ ſeront entr'elles comme les eſpaces qu'elles ont parcouru ſur leur Orbe. On recommencera enſuite tout de nouveau le calcul, par le moyen duquel on trouvera avec plus de préciſion la figure de l'Ellipſe que la Comete a décrite par ſa révolution & les autres élémens de ſa Théorie.

On voit par-là, que quand même la Comete auroit décrit en temps égaux, des eſpaces ſenſiblement inégaux, on ne laiſſeroit pas de déterminer avec aſſés de préciſion les élémens de ſa Théorie; ainſi il n'eſt pas néceſſaire abſolument de ſuppoſer qu'elle ait décrit des eſpaces égaux en temps égaux.

A l'égard de la premiére ſuppoſition, qu'elle ait ſuivi pendant l'intervalle entre les obſervations choiſies, une ligne

ſenſiblement droite, elle doit être admiſe dans nôtre Théorie, ſuivant laquelle on ne peut pas déterminer géométriquement la diſtance de la Comete à la Terre, lorſque ſa courbure dans cet intervalle de jours eſt ſenſible; ce qui fait voir que l'on ne doit employer dans cette recherche que des obſervations peu éloignées les unes des autres.

POURQUOI LES ENFANS ne voyent pas clair en venant au monde, & quelque temps aprés qu'ils ſont nés.

Par M. PETIT le Médecin.

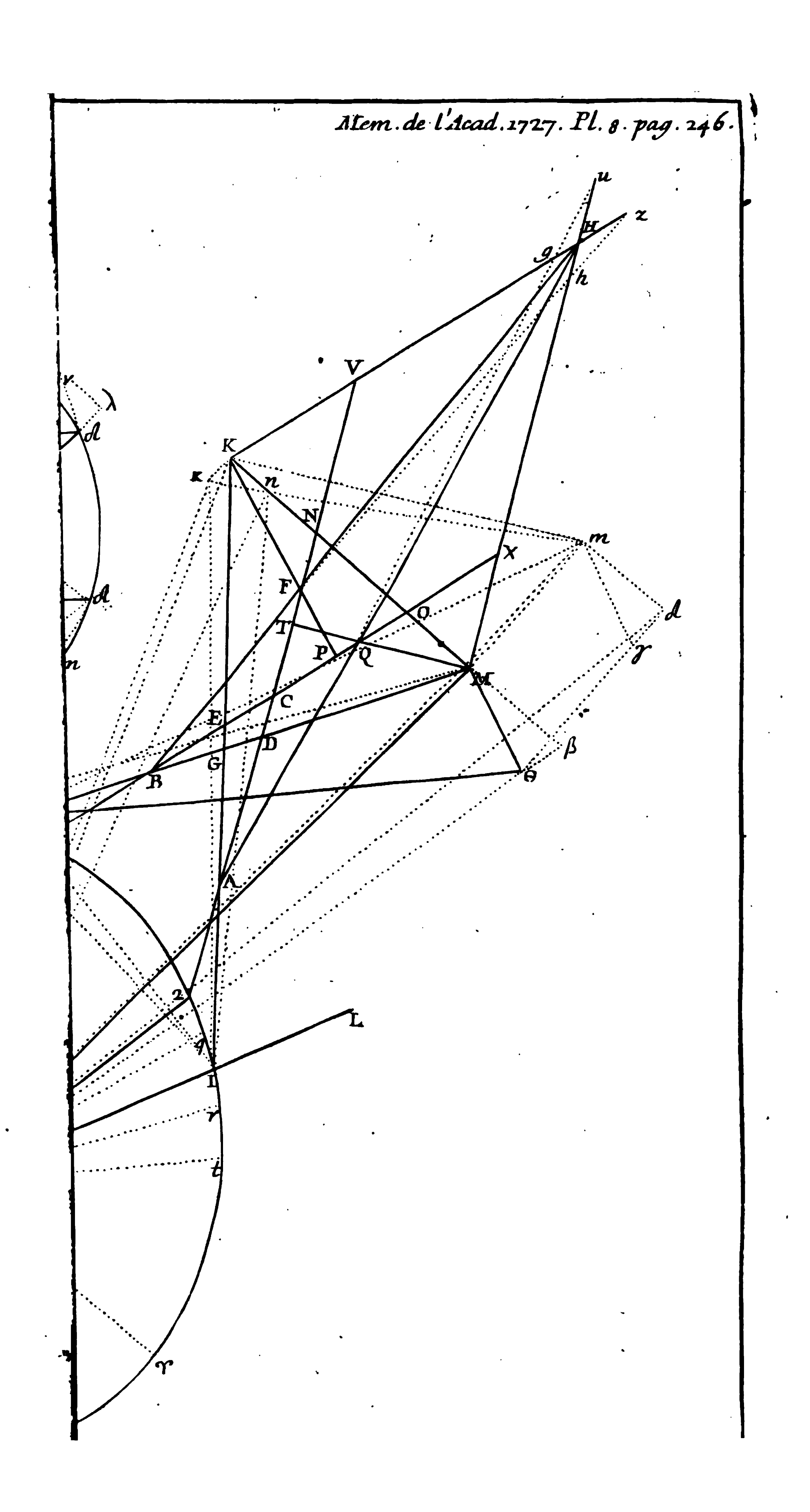
2 Juillet 1727.

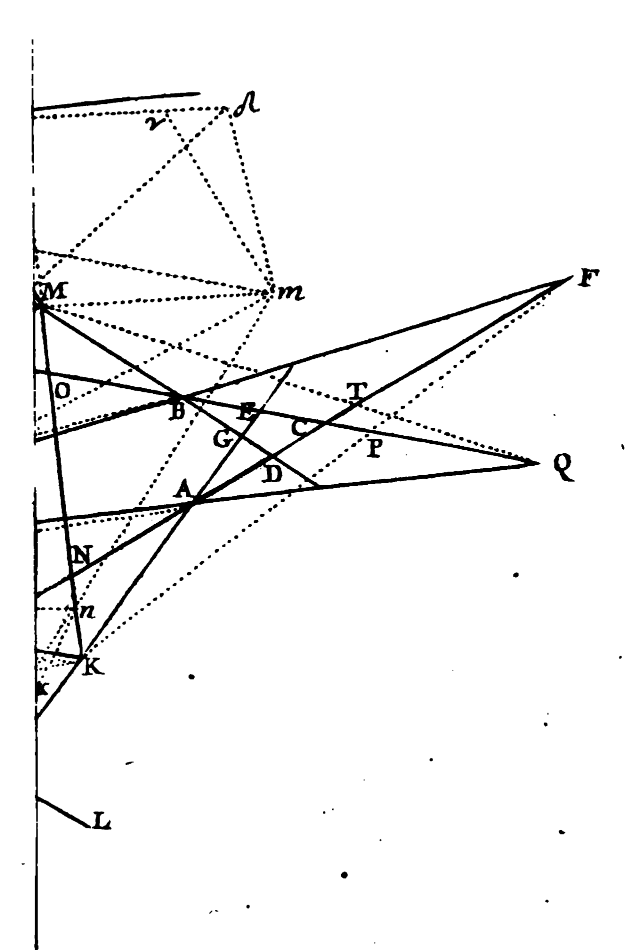
C'EST un langage ordinaire dans le public, que les Enfans nouveau-nés ont la vûë trouble. Effectivement ſi on examine leurs Yeux, ils paroiſſent ternes, on ne remarque point ce brillant que l'on y voit quelque temps aprés leur naiſſance; & de la maniére dont ils les tournent de tous côtés, lorſqu'on les préſente à la lumiére, il eſt aiſé de voir qu'ils n'apperçoivent aucun objet qui puiſſe fixer leur regard.

La cauſe de ce défaut de viſion doit ſe trouver ou dans la Cornée, ou l'Humeur aqueuſe, ou le Criſtallin & ſa Capſule, ou l'Humeur vitrée, qui donnent toutes paſſage à la lumiére, oú enfin dans la Rétine qui doit en recevoir l'impreſſion, ou bien elle doit ſe trouver dans deux, ou dans trois, ou dans toutes ſes parties.

Il n'eſt pas poſſible de découvrir dans la Rétine, s'il y a quelque choſe qui puiſſe empêcher l'impreſſion de la lumiére; cette membrane, dans les nouveau-nés, eſt d'une molleſſe qui approche de celle de la boüillie refroidie; & à l'égard des autres parties, il ne s'agit que de leur tranſparence & de leur étenduë néceſſaire.

J'ai examiné toutes ces parties, non ſeulement dans des Fœtus humains, mais encore dans des Enfans morts, quelques jours aprés leur naiſſance, & dans huit, dont j'ai d'abord


u
z
H
g
h
V
K
n
N
m
X
d
F
O
T
P
Q
M
C
E
D
G
B
β
Θ
Λ
2
L
q
I
r
t
λ
d
d
n
γ



Ph. Simonneau Sculp.

disséqué les Yeux pour ce sujet. J'en ai trouvé six, dans lesquels l'Humeur vitrée, le Cristallin & la Capsule avoient leur transparence naturelle; l'Uvée m'a paru plus épaisse qu'elle n'est dans les Yeux des Adultes, la Prunelle fort grande, & dans quelques-uns de ces Fœtus elle l'étoit de deux lignes & demie, & dans les autres d'une ligne & demie, avec cela peu ou point d'Humeur aqueuse.

Dans les deux autres Fœtus, l'Humeur vitrée, quoique transparente, étoit rouge claire, leur Cristallin transparent, sans couleur, mais dans un de ces Fœtus la Capsule de Cristallin étoit rouge, & même la Cornée. Le premier étoit un Fœtus de sept mois. Le second étoit de neuf mois. Ces deux Fœtus avoient extrêmement souffert dans l'accouchement, ayant été long-temps au passage; cela avoit occasionné l'inflammation dans les humeurs & dans les membranes des Yeux. Ce qu'il y avoit encore de particulier, c'est la grande épaisseur qui s'est trouvée à la Cornée, car ils l'avoient bien plus épaisse que les autres Fœtus, si l'on en excepte un Fœtus de huit mois, qui n'avoit point souffert au passage, & qui avoit la Cornée aussi épaisse, cette épaisseur étoit d'une ligne & un tiers. Mais dans les cinq autres, celui qui l'avoit moins épaisse, étoit un Fœtus de quatre mois; l'épaisseur de sa Cornée étoit de demi-ligne; elle étoit épaisse de trois quarts de ligne dans un autre Fœtus de huit mois; elle n'étoit épaisse que de deux tiers de ligne dans un Fœtus de neuf mois, aussi-bien que dans un Enfant mort le septiéme jour de sa naissance; elle avoit trois quarts de ligne d'épaisseur dans un Enfant mort le huitiéme jour de sa naissance.

Toutes ces Cornées étoient plus ou moins opaques, elles n'avoient guéres qu'un tiers de ligne d'épaisseur à leur circonférence. Dans l'Enfant nouveau-né elle avoit une ligne, les plus épaisses étoient froncées, ce qu'on découvroit facilement.

J'ai encore disséqué un Fœtus de neuf mois, que l'on a tiré mort de la Matrice, les Cornées des deux Yeux étoient épaisses de deux tiers de lignes, néantmoins l'Oeil droit étoit très-brillant, la Cornée très-transparente, il contenoit un grain

& demi d'humeur aqueuſe, l'Oeil gauche étoit terne, il ne contenoit qu'un grain d'humeur aqueuſe.

Si préſentement l'on prend garde que la plus grande épaiſſeur de la Cornée, dans l'Homme, n'eſt le plus ſouvent que d'un demi-tiers de ligne, quoique l'Oeil ait dix lignes & demie, juſqu'à onze lignes & demie de diametre, on voit d'abord qu'il n'y a plus de proportion; l'épaiſſeur de la Cornée auroit dûë être tout au plus d'un douziéme de ligne dans le Fœtus de quatre mois, dont l'Oeil avoit ſeulement quatre lignes trois quarts de diametre; elle n'auroit dû être que d'un demi-quart de ligne dans les Fœtus de neuf mois, & dans les Enfans de ſept & huit jours de naiſſance. Il ne faut donc pas s'étonner ſi la plûpart de ces Cornées n'étoient pas tranſparentes, & n'avoient pas le poli & le brillant que l'on remarque dans les Enfans de deux ou trois mois.

Pour ce qui eſt de l'humeur aqueuſe, je n'en ai trouvé que dans des Fœtus à terme juſqu'à un grain & demi; je n'en ai point trouvé dans les autres, on ne peut pas aſſûrer qu'il n'y en avoit point eu, mais qu'il y en a eu très-peu à proportion de la grandeur de leurs Yeux. J'en ai trouvé un grain & un quart dans les Yeux de l'Enfant de ſept jours de naiſſance, & un grain ſeulement dans l'Enfant de huit jours de naiſſance; l'Homme n'en a au plus que cinq grains ou cinq grains & demi J'ai depuis quelque temps diſſéqué ſept autres Fœtus & Enfans nouveau-nés, dans leſquels j'ai vérifié toutes ces obſervations.

C'eſt donc l'épaiſſeur & le froncis de la Cornée, comme on le verra à la ſuite de ce Mémoire, joint à la trop petite quantité d'humeur aqueuſe, qui fait le défaut de la viſion dans les Enfans nouveau-nés. J'en ai examiné pluſieurs vivans les premiers jours de leur naiſſance: ils ont les Yeux ternes, plus ou moins les uns que les autres, & j'en ai trouvé un où il n'y avoit rien de terne: leur Cornée paroît avoir moins de diametre & moins de convexité que ceux de ſix ſemaines ou de deux mois; malgré ſon épaiſſeur elle donne pourtant paſſage à une certaine quantité de lumiére, qui, quoique

quoique petite, ne laiſſe pas de faire une impreſſion aſſés forte ſur la Rétine par rapport à ſa délicateſſe, puiſqu'elle oblige la Prunelle de ſe rétrécir, comme on le remarque en les examinant avec attention. Lorſqu'on préſente ces Enfans à la lumiére, ils ne peuvent la ſouffrir juſqu'à ce que la Prunelle ſoit rétrécie, ce qu'ils ont de commun avec les Adultes: mais ce qu'il y a de particulier, c'eſt que ſi tous les rayons de lumiére ſe réüniſſoient ſur la Rétine dans les nouveau-nés, comme ils ſe réüniſſent dans les Adultes, ils cauſeroient trop de divulſion dans cette membrane à cauſe de ſa grande molleſſe, pour les raiſons que je dirai dans la ſuite de ce Mémoire, & pour peu d'impreſſion que faſſent les rayons, ils ſe font vivement ſentir.

J'ai continué de les examiner juſqu'à ſix ſemaines. J'ai remarqué que de jour en jour la Cornée devenoit plus convexe, plus polie, plus brillante, ce que l'on doit attribuer à l'augmentation qui ſe faiſoit tous les jours de l'humeur aqueuſe, elle pouſſe & étend la Cornée, ce qui la rend plus convexe & plus mince.

L'Uvée prend une plus grande extenſion, les fibres en deviennent plus mobiles, n'étant plus ſi preſſées les unes contre les autres, ce qui fait que la Prunelle s'élargit & ſe rétrécit avec plus de facilité qu'elle ne faiſoit auparavant.

Pendant que toutes ces parties ſe diſpoſent à laiſſer paſſer une plus grande quantité de lumiére, la Rétine acquiert une plus grande fermeté, & devient de jour en jour plus capable de ſoûtenir l'impreſſion des rayons, enſorte que la Prunelle peut ſe dilater & s'élargir pour laiſſer entrer un plus grand nombre de ces rayons. Les refractions ſont perfectionnées par l'augmentation de l'humeur aqueuſe & la convexité de la Cornée, & par ce moyen les rayons ſe réüniſſent ſur la Rétine; en quoi conſiſte la perfection de la Vûë.

Toutes ces choſes ne s'accompliſſent pas dans un temps limité. J'ai vû des Enfans d'un mois de naiſſance, dont les Yeux avoient acquis l'état néceſſaire pour la diſtinction des objets. Je le jugeois non ſeulement par la convexité & la

brillant de la Cornée, mais encore mieux par la maniére dont ils regardoient les objets qu'on leur présentoit, ce que je n'ai rencontré dans d'autres Enfans qu'après cinq ou six semaines de naissance; cela dépend apparemment du plus ou du moins de facilité que la Cornée a de s'étendre, & de l'augmentation de l'humeur aqueuse plus ou moins prompte, & voici de quelle maniére on peut concevoir que cela se fait.

Pendant que l'Enfant est dans la Matrice, il est comprimé de tous côtés par les eaux dans lesquelles il nage; ces eaux sont pressées par la Matrice, & la Matrice par toutes les parties du bas-Ventre. Les Paupiéres qui sont toûjours fermées, & qui sont comprimées, poussent encore la Cornée vers l'Uvée par leur contraction, avec d'autant plus de force qu'elles sont gonflées par la liqueur dans laquelle l'Enfant nage, & dont elles sont imbibées, ce que l'on remarque très-bien dans les Enfans nouveau-nés: la Cornée étant ainsi poussée, presse les Vaisseaux excretoires, ce qui empêche la production de l'humeur aqueuse, qui d'ailleurs ne se filtre qu'autant qu'il se trouve d'espace pour la loger, & que le sang est poussé avec plus ou moins de force par la contraction du Cœur: cette force est petite, & proportionnée à la délicatesse des parties.

Mais aussi-tôt que l'Enfant est hors de la Matrice, le Cœur pousse le sang avec plus de force, il devient plus élastique, au moyen de la respiration; la Cornée n'est plus comprimée, aussi-bien que les autres parties, la filtration de l'humeur aqueuse doit se faire avec plus d'abondance, mais à proportion de l'extension de la Cornée, qui s'étendroit avec facilité, s'il n'y avoit un obstacle à vaincre. L'état de la Cornée des Fœtus & des Enfans nouveau-nés n'est pas un simple affaissement, car outre les Fibres froncées qui peuvent s'étendre avec facilité, il y en a qui ne sont point froncées, (ce que l'on peut reconnoître avec facilité, en examinant ces Cornées) il faut donc plus de force afin que ces Fibres s'allongent & s'étendent par l'impulsion de l'humeur aqueuse; & suivant la quantité & la force de ces Fibres, il faut plus ou moins de temps pour les étendre, ce qui est cause qu'il

faut plus ou moins de temps pour que la Cornée puisse devenir convexe & transparente, & être en état de laisser passer les rayons de lumiére pour se réünir sur la Rétine.

Je ne me suis pas contenté de faire ces recherches sur les Enfans nouveau-nés, je les ai fait sur les nouveau-nés des animaux à quatre pieds. Je sçavois déja qu'il y a de ces animaux dont les nouveau-nés sont huit à neuf jours sans ouvrir les Paupiéres; tels sont le Chien, le Chat, le Lapin, & d'autres, leurs Paupiéres sont très-collées l'une contre l'autre.

Le Chien nouveau-né a la Cornée trouble; le Chat & le Lapin l'ont transparente, & tous de la même épaisseur que dans les adultes de même espece. Ils ont peu ou point d'humeur aqueuse; l'humeur vitrée est transparente, mais le Cristallin est opaque dans ces animaux morts, plus dans le Chien que dans les autres, & toûjours dans le milieu. Cette opacité occupe le plus souvent les deux tiers du Cristallin, & laisse la circonférence transparente.

Comme il ne m'étoit pas facile d'avoir de nouveau-nés de Vaches, de Brebis & de Truyes, je me suis d'abord contenté de disséquer des Fœtus de ces animaux.

L'Agneau fœtus a la Cornée un peu lousche; le Veau & le Cochon fœtus l'ont transparente, épaisse dans tous de demi-ligne; le Mouton & le Cochon l'ont de même épaisseur, mais le Bœuf l'a de deux tiers de ligne; l'humeur vitrée est transparente, le Cristallin opaque plus dans le Veau que dans l'Agneau; celui du Cochon n'a qu'une opacité très-légere, j'en ai trouvé qui n'en avoient point du tout. Ils étoient tous d'une grande mollesse, & qui convenoit à la délicatesse de ces animaux. La Prunelle dans tous s'est trouvée fort dilatée, principalement dans les Chats nouveau-nés, dans lesquels on voyoit très-peu d'Uvée.

Je m'imaginois que le défaut de la vûë, qui dans l'Enfant nouveau-né est causé en partie par l'épaisseur de la Cornée, étoit en partie causée par l'opacité du Cristallin dans les animaux à quatre pieds; & ce qui me donnoit encore lieu de le croire, c'est que les nouveau-nés des Chiens, des Chats &

des Lapins sont huit à neuf jours sans ouvrir les Paupiéres, pour donner le temps à cette opacité (ainsi que je le croyois) de se dissiper, & à la Rétine d'acquérir une consistance capable de pouvoir soûtenir l'impression des rayons de la lumiére.

Je sçavois, pour l'avoir oüi dire, que les Veaux, les Agneaux & les Cochons ouvrent les Paupiéres aussi-tôt qu'ils sont nés, mais je n'en avois jamais vû de naissant. Je m'imaginois qu'ils pouvoient avoir le Cristallin opaque les premiers jours de leur naissance. Ce qui me déterminoit à avoir cette pensée, c'est que j'ai, il y a quelques années, disséqué une Tête de Veau, dont les Cristallins étoient opaques. Cela m'engagea de visiter les Boucheries pour voir si je n'y trouverois pas de pareilles Têtes. J'en trouvai d'abord une qui n'avoit qu'un de ces Yeux dont le Cristallin étoit très-opaque ; ce Veau étoit de six semaines de naissance. J'en ai trouvé quelques autres dont les deux Cristallins étoient moins opaques, quoiqu'ils n'eussent qu'un mois de naissance. Ces Cristallins avoient la même consistance que ceux qui n'étoient point opaques, ce que j'ai observé très-aisément, en les comparant avec des Cristallins de Veau qui n'étoient point opaques.

J'ai voulu m'éclaircir davantage sur cette matiére. Je fus un jour à la Place aux Veaux pour y examiner les Yeux de tous les Veaux qui seroient exposés en vente, & voir si je n'en trouverois point quelques-uns avec des Yeux opaques, & pour parler le langage de quelques Oculistes, s'ils n'auroient pas les Yeux *glaucomatiques*. C'étoit quelque chose de curieux que l'admiration où étoient les Marchands de me voir retourner plus de deux cens Têtes de leurs Veaux, & regarder leurs Yeux. J'eus beau chercher, je ne trouvai aucun Veau glaucomatique ; je n'avois garde d'en trouver, comme on le va voir. Je ne sçavois pour lors que m'imaginer. Il me vint là-dessus plusieurs idées, mais pas une ne me satisfaisoit. Pendant que j'étois dans cet embarras, le hazard me tira d'intrigue.

Je disséquois au mois de Janvier 1725 des Yeux de Fœtus de Vache, dont les Cristallins étoient opaques ; j'en mis un

dans ma main pour en prendre plus commodément les dimensions avec mon compas, l'opacité du Cristallin disparut dans un instant.

Il faut bien peu de chose à un Phisicien pour lui fournir de nouvelles idées. Je m'imaginai que la chaleur de ma main pouvoit avoir produit cet effet. Pour m'en éclaircir, je mis ce Cristalin sur mon bureau, dans un endroit éloigné du feu, il reprit en peu de temps son opacité : je l'approchai du feu, il devint transparent dans le moment, & reprit toûjours sa transparence, & son opacité, en l'échauffant & le laissant refroidir. Cela me fit croire que dans les animaux nouveau-nés le Cristallin ne devoit point paroître opaque pendant qu'ils sont vivans. Je ne fus pas long-temps à me confirmer dans cette pensée. L'on m'apporta des Chats nouveau-nés vivans, je leur ouvris les Paupiéres, je trouvai leurs Yeux un peu ternes, mais sans opacité, la Prunelle étoit noire, il n'y paroissoit rien de blanc. Je les laissai mourir, & après qu'ils furent refroidis, je leur trouvai la Prunelle opaque & blanche. Je les approchai du feu, l'opacité & sa blancheur disparurent : mais les ayant retiré du feu, l'opacité revint en très-peu de temps. Je disséquai les Yeux, & je trouvai le Cristallin opaque, il devint transparent à la moindre chaleur ; après cela on ne doit pas s'attendre de les trouver opaques pendant l'Eté, la chaleur qu'il fait doit les entretenir dans leur transparence, j'ai pourtant voulu m'en assûrer. J'ai disséqué des Yeux de Chats nouveau-nés au mois de Juillet, je n'ai point trouvé d'opacité dans leurs Cristallins.

J'ai mis des Chiens nouveau-nés & morts dans un lieu frais, & leur ayant coupé les Paupiéres, j'ai trouvé les Cristallins opaques, & qui retirés de ce lieu frais, sont devenus transparens en trois ou quatre minutes. J'ai vû la même chose dans les Chats & dans les Lapins nouveau-nés.

Il ne s'agissoit plus que d'examiner toutes ces choses dans les Veaux, les Agneaux & les Cochons nouveau-nés, ce que j'ai fait à la campagne au mois d'Avril 1726. Ils ouvrent les Yeux aussi-tôt qu'ils sont nés ; on n'y remarque aucune

opacité, mais en les comparant avec d'autres Veaux nés depuis quelque temps, je remarquai que les nouveau-nés avoient les Yeux moins brillans, & la Cornée moins convexe. J'ai vû la même chose dans les Agneaux & les Cochons.

On doit remarquer que les Poulets qui sortent de la coque, n'ont point les Paupiéres fermées, ils suivent leur mere aussitôt qu'ils sont sortis, & ils voyent leur manger.

Il n'en est pas de même des Serins, & apparemment des moineaux, & de beaucoup d'autres oiseaux, dont les Paupiéres sont fermées pendant cinq, six jours, jusqu'à neuf. Il faudra examiner si leur Cristallin est opaque après leur mort, & s'il devient transparent étant exposé à la chaleur.

J'ai examiné les Yeux d'un Veau vivant, douze heures après sa naissance. Il les avoit assés brillans, le fond de la Prunelle sans blancheur, & sans opacité; mais étant comparés avec les Yeux d'un Veau d'un mois, celui-ci les avoit encore plus brillans, & la Cornée plus convexe. J'ai fait couper la tête à ce Veau naissant; lorsqu'elle a été froide, j'ai trouvé le fond de la Prunelle blanc & opaque. J'ai tiré les Cristallins, ils avoient la même opacité que ceux des Fœtus de même espece: j'ai trouvé dans chacun de ces Yeux, neuf grains & demi d'humeur aqueuse; les Veaux d'un mois & demi en ont vingt à vingt-un grains.

L'on m'a apporté un Agneau vivant, dix heures après sa naissance. Il avoit, comme le Veau, les Yeux assés brillans, le fond de la Prunelle étoit noir sans opacité; mais étant comparés avec des Agneaux de deux, de trois & de quatre mois, ceux-ci les avoient plus brillans, & la Cornée plus convexe. J'ai fait couper la tête à cet Agneau naissant; & lorsqu'elle a esté refroidie, le fond de la Prunelle a paru noir sans opacité, comme il étoit avant sa mort. J'ai disséqué ces Yeux, les Cristallins étoient très transparens, & n'étoient point devenus opaques comme ceux du Veau. Je n'ai trouvé dans chacun de ces Yeux que cinq grains d'humeur aqueuse, le Mouton en a dix-huit à vingt grains.

L'on ne peut s'assûrer précisément si ces animaux nouveau-

nés distinguent les objets, ils n'en donnent aucun signe; je leur ai passé un morceau de bois fort près des Yeux, ils n'ont fait aucun mouvement des Paupiéres; mais s'il est permis de raisonner conséquemment, cela doit se faire par la même nécessité dans ces animaux que dans les enfans nouveau-nés; ils doivent avoir les mêmes défauts de vûë, puisqu'ils ont la même disposition dans les Yeux; ils ont de même que ces enfans moins d'humeur aqueuse, la Cornée moins convexe, & plus épaisse à proportion que les animaux de même espéce plus âgée.

Mais une chose qui me paroît très importante, c'est que la Cornée ne peut être moins convexe & plus épaisse, qu'elle ne soit froncée, comme je l'ai vû dans les enfans nouveau-nés; & quoique dans les nouveau-nés des animaux à quatre pieds, la Cornée paroisse transparente, on s'apperçoit pourtant bien, comme je l'ai dit, qu'elle a un peu moins de brillant les premiers jours de leur naissance, ce qui dépend certainement du froncis qui se trouve dans ses fibres. Ce froncis ne peut se faire qu'il ne se forme sur la superficie de la Cornée, des inégalités qui produisent des élevations & des enfoncemens, qui tout imperceptibles qu'ils sont, ne laissent pas d'être réels dans ces animaux aussi-bien que dans les enfans nouveau-nés. Pour peu que l'on connoisse l'effet des refractions, on conçoit parfaitement quel trouble cela doit apporter dans la vision; car suivant que les rayons tomberont dans les enfoncemens, & sur les différens endroits de ces éminences, ils seront plus ou moins rompus, les uns iront d'un côté, les autres de l'autre, ils se confondront les uns avec les autres, & ne formeront aucune perception, ils produiront seulement un sentiment de lumiére sans aucune distinction d'objet. Ce froncis a été bien connu de Galien, Liv. x, chap. 5, *de usu partium*, où il dit que les Vieillards n'ont pas la vûë si bonne par la corrugation ou froncis de la Cornée produite par le peu d'humeur aqueuse, qu'il appelle *humor tenuis & spiritus*.

Il est facile de voir, par tout ce que je viens de dire, que le froncis de la Cornée & son épaisseur occasionnée par son peu de tension, qui ne peut se faire que par la quantité suffisante

d'humeur aqueuſe, ſont la cauſe du défaut de viſion dans ces animaux. Les rayons qui ne ſont point réünis, & en trop petite quantité, ne peuvent agir que légerement ſur la Rétine, & ne peuvent faire aucune perception des objets. Je vais joindre à tout ce raiſonnement une obſervation qui y a un grand rapport.

Un Gentilhomme de Province vint me conſulter ſur un accident qui étoit arrivé à ſon œil droit. Il voioit la lumiére avec cet œil; mais il ne pouvoit bien diſcerner les objets. Il ne paroiſſoit d'abord aucun défaut à l'extérieur : on luy avoit dit que c'étoit un commencement de goutte ſereine. Après avoir bien conſidéré cet œil, en le comparant à l'autre, je m'apperçû qu'il avoit un peu moins de brillant, & que la Cornée paroiſſoit moins convéxe; je ne doutai nullement que cet accident ne fût cauſé par l'affaiſſement & le froncis de la Cornée, occaſionné par la diminution de l'humeur aqueuſe. Cela pouvoit être produit par l'obſtruction d'une partie de canaux qui fourniſſent cet humeur, joint à la trop grande contraction des fibres de la Cornée. Je lui donnai d'une eau dans laquelle il y avoit du nitre diſſous, très-capable de délayer les matiéres qui pouvoient former l'obſtruction, & relâcher en même temps la tenſion des fibres de la Cornée. Il s'eſt ſervi de cette eau, & vint chés moi quelque temps après, voyant les objets auſſi diſtinctement de cet œil que de l'autre; je le trouvai auſſi brillant, & ſa Cornée auſſi convexe: ce qui prouve 1°. que cet accident n'étoit produit que par le froncis de la Cornée : 2°. que ce froncis retranche une partie des rayons de lumiére qui paſſeroient ſans cela à travers la Cornée : 3°. qu'il trouble les refractions d'une partie de ceux qui y paſſent : 4°. que ceux qui y paſſent ſans être troublés, ne peuvent ſe réünir ſur la Retine à cauſe de l'applatiſſement de la Cornée, & ne peuvent faire une perception de l'objet: enfin, que ces rayons ſont en trop petite quantité pour y exciter un mouvement capable de produire cette perception, quoiqu'elle ſoit ſuffiſante pour y exciter un ſentiment de lumiére.

Mais ce qui étoit un accident dans ce Gentilhomme, devient

devient une néceſſité naturelle dans les enfans, & les animaux à quatre pieds nouveau-nés, qui ne peuvent appercevoir les objets en naiſſant, & quelque temps après qu'ils ſont nés, à cauſe du froncis, de l'épaiſſeur, & de l'applatiſſement de leur Cornée, joint à la trop petite quantité d'humeur aqueuſe. Ce que j'avois à prouver.

METHODE

Pour ſommer une infinité de Suites nouvelles, dont on ne peut trouver les Sommes par les Méthodes connuës.

Par M. NICOLE.

ON s'eſt ſervi juſqu'à préſent de pluſieurs Méthodes pour trouver les Sommes des Suites finies ou infinies, exprimées par des grandeurs entiéres ou par des fractions. Les unes ſont générales, telles ſont celles du calcul des Différences finies que j'ai données, & qui ſe trouvent imprimées dans les Memoires des années 1717, 1723, & 1724, & les autres particuliéres; celles-là demandent un procédé particulier pour chaque nature de Suite. Mais toutes ces Méthodes exigent que tous les termes des Suites que l'on veut ſommer, ſoient de même genre, c'eſt-à-dire, qu'ils ſoient le produit d'un égal nombre de multiplicateurs ou facteurs. Aucune, que je ſçache, ne peut ſervir à faire trouver la ſomme des Suites, dont tous les termes ont différens nombres de facteurs croiſſans ſelon une loi quelconque : la Méthode que je donne dans ce Memoire, ſatisfait à ce cas, qui eſt ſi général, que preſque toutes les Suites des autres cas s'y trouvent renfermées. 25 Juin 1727.

PREMIE'RE PARTIE.

Soit une fraction $\frac{1}{a-b}$, dont le numérateur ſoit l'unité, & le dénominateur ſoit la différence de deux grandeurs a & b.

Cette fraction $\frac{1}{a-b}$, qui n'a qu'un seul terme, pourra se transformer en 2. 3. 4. 5...&c. & même en une infinité de fractions, dont la somme sera toûjours égale à la première fraction.

DÉMONSTRATION.

La fraction proposée $\frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a-b}} = \frac{1}{a}$

$$+ \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a}$$

$$+ \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a-b}}.$$

Toutes ces différentes expressions, composées de deux termes, ou de trois, ou de quatre, ou &c. de termes, sont toutes égales à la même grandeur $\frac{1}{a-b}$; ce qui se voit en mettant à même dénomination ces différentes expressions; elles se réduiront toutes à la même grandeur $\frac{1}{a-b}$.

REMARQUE.

Si l'on examine la nature de cette Suite, on verra 1.° que chaque terme a un facteur de plus au dénominateur, qu'il n'en a à son numérateur : 2.° que le numérateur & le dénominateur d'un terme quelconque ont un facteur de plus qu'ils n'en ont dans le terme qui le précéde : 3°. que le nombre de facteurs qu'a le numérateur de tel nombre qu'on voudra, est

toûjours égal au nombre de termes qui le précédent : 4.° que tous ces facteurs sont formés par les grandeurs données a & b, ausquelles on ajoûte successivement les grandeurs $c.$ $d.$ $e.$ $f.$ $g.$ $h.$... &c. lesquelles sont indéterminées, & croissent selon tel rapport qu'on voudra : 5.° enfin, que le dernier terme de cette Suite a pour dernier facteur de son dénominateur, au lieu de la grandeur a augmentée, la différence des deux grandeurs données a & b.

COROLLAIRE I.

Il suit de ce que l'on vient de dire, que si l'on retranche ce dernier terme de la fraction $\frac{1}{a-b}$, on aura la somme de tous les termes qui le précédent. On aura donc $\frac{1}{a-b}$ —

$$\frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}.\ \overline{b+e}.\ \overline{b+f}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e}.\ \overline{a+f}.\ \overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\ \overline{a+c}} + \frac{b.\ \overline{b+c}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}}$$

$$+ \frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}.}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e}} + \frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}.\ \overline{b+e}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e}.\ \overline{a+f}},$$

c'est-à-dire que la somme de tant de termes qu'on voudra de cette Suite, sera égale à la fraction $\frac{1}{a-b}$ moins une fraction, dont le numérateur & le dénominateur contiendront autant de facteurs $b.$ $\overline{b+c}.$ $\overline{b+d}.$ $\overline{b+e}$... &c. & $a.$ $\overline{a+c}.$ $\overline{a+d}.$ $\overline{a+e}$... &c. que la Suite dont on veut avoir la somme contient de termes, en observant que le dénominateur de cette fraction soit multiplié par $a - b$.

COROLLAIRE II.

Comme le même raisonnement aura toûjours lieu, quelque soit le nombre des termes que l'on veut sommer; il est évident que lorsque ce nombre de termes sera infini, la Suite composée d'une infinité de termes, sera alors égale à la seule fraction $\frac{1}{a-b}$; car a étant plus grand que b, le terme

$\frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}.\ \overline{b+e}\ .\ .\ .\ .\ \&c.}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e}\ .\ .\ .\ .\ \&c.\ \times\ \overline{a-b}}$ qui dans tous les autres

cas doit être retranché de cette fraction, devient dans le cas préſent infiniment petit, ſon dénominateur étant alors infiniment grand par rapport à ſon numérateur, quoique ce numérateur ſoit lui-même infini.

COROLLAIRE III.

Si l'on ſuppoſe les quantités *b. c. d. e. f*... &c. $=0$, on aura $\frac{1}{a-b} - \frac{b^5}{a^5 \times \overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a^2} + \frac{b^2}{a^3} + \frac{b^3}{a^4}\ \frac{b^4}{a^5}$; la Suite ſera alors géométrique, & la ſomme de tant de termes que l'on voudra, ſera égale à la fraction $\frac{1}{a-b}$ moins une autre fraction, dont le numérateur eſt la quantité b élevée à une dimenſion égale au nombre des termes de la Suite, & le dénominateur eſt la grandeur a élevée à la même dimenſion, laquelle eſt multipliée par $a - b$.

Si les grandeurs *c. d. e. f*... &c. ſont toutes égales à c, on aura $\frac{1}{a-b} - \frac{b.\overline{b+c}^4}{a.\overline{a+c}^4.\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}^2} + \frac{b.\overline{b+c}^2}{a.\overline{a+c}^3} + \frac{b.\overline{b+c}^3}{a.\overline{a+c}^4}$; la ſuite ſera encore géométrique. Si ces deux Suites géométriques ont chacune une infinité de termes, leur ſomme ſera $\frac{1}{a-b}$, parce qu'alors $\frac{b^\infty}{a^\infty \times \overline{a-b}}$ & $\frac{b.\overline{b+c}^\infty}{a.\overline{a+c}^\infty.\overline{a-b}}$ ſeront infiniment petites.

COROLLAIRE IV.

Si l'on ſuppoſe b plus grand que a, il eſt clair que la fraction $\frac{1}{a-b}$ deviendra négative, que les facteurs des numérateurs de la Suite ſeront plus grands que les facteurs correſpondans des dénominateurs, & que la formule $\frac{1}{a-b} -$ $\frac{b.\overline{b+c}\ldots\ldots\&c.}{a.\overline{a+c}\ldots\&c.\times\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}}$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}} + \&c.$$

deviendra (en nommant n la différence de b à a) $\frac{b.\overline{b+c}\ldots\&c.}{n\times a.\overline{a+c}\ldots\&c.} - \frac{1}{n}$; d'où l'on voit que dans ce cas, pour avoir la ſomme de tant de termes que l'on voudra de cette Suite, il faut retrancher $\frac{1}{n}$ de la fraction $\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}\ldots\ldots\&c.}{n.a.\overline{a+c}.\overline{a+d}\ldots\&c.}$, dont le numérateur & le dénominateur contiennent autant de facteurs que la Suite que l'on veut ſommer contient de termes. D'où l'on voit encore que lorſque le nombre des termes de la Suite ſera infini, cette ſomme ſera exprimée par le ſeul terme $\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}\ldots\&c.\ldots\infty}{n.a.\overline{a+c}.\overline{a+d}\ldots\&c.\ldots\infty}$ qui ſera alors infini, le numérateur étant infiniment grand par rapport au dénominateur: toutes les Suites qui peuvent ſe rapporter à cette formule ſont donc infinies.

Application à la recherche des ſommes des Suites.

Lorſque les Suites que l'on ſe propoſe de ſommer, auront les conditions de la remarque, on les comparera à la ſuite de la formule générale, & l'on tirera de cette comparaiſon les valeurs des grandeurs $a.$ $b.$ $c.$ $d.$ $e.$ $f\ldots$ &c. leſquelles valeurs étant ſubſtituées dans l'expreſſion générale de la ſomme de ces Suites, on aura la ſomme de tel nombre de termes de la Suite propoſée que l'on voudra, & auſſi la ſomme entiére de cette Suite continuée à l'infini.

EXEMPLE I.

Soit la Suite $\frac{1}{3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2.4}{3.5.7} + \frac{2.4.6}{3.5.7.9} + \frac{2.4.6.8}{3.5.7.9.11}$ $\frac{2.4.6.8.10}{3.5.7.9.11.13} +$ &c. dont on demande la ſomme de tel nombre de termes que l'on voudra. En comparant cette Suite

à celle de la formule générale, qui est $\frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+f}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+f}.\overline{a+g}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+f}.\overline{b+g}}{a.\overline{a+c}\ldots\overline{a+h}}$, dont la somme des six premiers termes est $\frac{1}{a-b} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}.\overline{b+g}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a+g}.\overline{a-b}}$, & la somme entiére jusqu'à l'infini est $\frac{1}{a-b}$, on trouvera $a=3$. $b=2$. $c=2$. $d=4$. $e=6$. $f=8$. $g=10$.... &c. lesquelles valeurs étant substituées dans la formule de la somme, on aura $\frac{1}{3-2} - \frac{2.4}{3.5.\overline{3-2}} = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$ pour la somme des deux premiers termes, $\frac{1}{3-2} - \frac{2.4.6.8.10.12}{3.5.7.9.11.13.\overline{3-2}} = 1 - \frac{1024}{3003} = \frac{1979}{3003}$ pour la somme des six premiers termes, & $\frac{1}{3-2} = 1$ pour la somme entiére jusqu'à l'infini, ce qui donne $\frac{8}{15}$ pour la somme depuis le troisiéme terme inclusivement jusqu'à l'infini, & $\frac{1024}{3003}$ pour la somme depuis le septiéme terme inclusivement jusqu'à l'infini.

EXEMPLE II.

Soit la Suite $\frac{1}{5} + \frac{3}{5.9} + \frac{3.7}{5.9.13} + \frac{3.7.11}{5.9.13.17} + \frac{3.7.11.15}{5.9.13.17.21} +$ &c. dont on demande la somme de tant de termes que l'on voudra. En comparant cette suite à celle de la formule générale, on aura $a = 5$. $b = 3$. $c = 4$. $d = 8$. $e = 12$. $f = 16$. &c. Ce qui donnera $\frac{1}{5-3} - \frac{3.7.11.15.19}{5.9.13.17.21.2} = \frac{1}{2} - \frac{209}{1326}$ pour les cinq premiers termes, $\frac{1}{2}$ pour la somme entiére de la Suite poussée à l'infini, & $\frac{209}{1326}$ pour la somme depuis le sixiéme terme jusqu'à l'infini.

EXEMPLE III.

Si l'on suppose les grandeurs *c. d. e. f. g.*... &c. exprimer la Suite des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5... &c. que de plus *b* soit 1, & que la grandeur *a* soit successivement 2. 3. 4. 5. 6... &c. on aura en substituant ces valeurs dans la Suite générale, les différentes Suites particuliéres, lorsque

$$a = 2 \ldots \frac{1}{2} + \frac{1}{2\cdot3} + \frac{1\cdot2}{2\cdot3\cdot4} + \frac{1\cdot2\cdot3}{2\cdot3\cdot4\cdot5} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6} + \&c.$$

$$a = 3 \ldots \frac{1}{3} + \frac{1}{3\cdot4} + \frac{1\cdot2}{3\cdot4\cdot5} + \frac{1\cdot2\cdot3}{3\cdot4\cdot5\cdot6} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7} + \&c.$$

$$a = 4 \ldots \frac{1}{4} + \frac{1}{4\cdot5} + \frac{1\cdot2}{4\cdot5\cdot6} + \frac{1\cdot2\cdot3}{4\cdot5\cdot6\cdot7} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8} + \&c.$$

$$a = 5 \ldots \frac{1}{5} + \frac{1}{5\cdot6} + \frac{1\cdot2}{5\cdot6\cdot7} + \frac{1\cdot2\cdot3}{5\cdot6\cdot7\cdot8} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9} + \&c.$$

qui se réduisent, en divisant par les facteurs communs, à

$$\frac{1}{2} \times \frac{1\cdot2}{1\cdot2} + \frac{1\cdot2}{2\cdot3} + \frac{1\cdot2}{3\cdot4} + \frac{1\cdot2}{4\cdot5} + \frac{1\cdot2}{5\cdot6} + \frac{1\cdot2}{6\cdot7} + \&c. = \frac{1}{2-1}.$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1\cdot2\cdot3}{1\cdot2\cdot3} + \frac{1\cdot2\cdot3}{2\cdot3\cdot4} + \frac{1\cdot2\cdot3}{3\cdot4\cdot5} + \frac{1\cdot2\cdot3}{4\cdot5\cdot6} + \frac{1\cdot2\cdot3}{5\cdot6\cdot7} + \frac{1\cdot2\cdot3}{6\cdot7\cdot8} + \&c. = \frac{1}{3-1}.$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{1\cdot2\cdot3\cdot4} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{2\cdot3\cdot4\cdot5} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{3\cdot4\cdot5\cdot6} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{4\cdot5\cdot6\cdot7} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{5\cdot6\cdot7\cdot8} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4}{6\cdot7\cdot8\cdot9} + \&c. = \frac{1}{4-1}.$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9} + \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10} + \&c. \frac{1}{5-1}.$$

Qui sont toutes les Suites fractionaires qui peuvent être formées par les nombres figurés du Triangle arithmétique de M. Paschal.

EXEMPLE IV.

Si l'on suppose les grandeurs *c. d. e. f. g. h*... &c. exprimer la Suite de tels nombres figurés que l'on voudra, non seulement du Triangle arithmétique de M. Paschal, mais de tout autre Triangle arithmétique, les grandeurs *a* & *b* demeurant constantes, on aura une infinité de Suites fractionaires

nouvelles; lesquelles continuées à l'infini, auront des sommes toutes égales entr'elles, puisque chacune sera égale à la quantité $\frac{1}{a-b}$; les sommes de ces Suites peuvent même être égales entr'elles, sans que a & b demeurent constantes, il suffit que la différence de ces deux grandeurs soit toûjours la même. Enfin chaque variation des grandeurs a & b fournira une infinité de Suites toutes semblables, non seulement poussées jusqu'à l'infini, mais pour tel nombre de termes que l'on voudra, en observant ce qui a été dit dans le Corollaire I. Soit supposé par exemple, que $c.\ d.\ e.\ f.\ g.\ h\ldots$ &c. soient les nombres $1.\ 4.\ 10.\ 20.\ 35.\ 56\ldots$ &c. qui sont les nombres pyramidaux, lesquels s'expriment par $\frac{1\cdot2\cdot3}{1\cdot2\cdot3} + \frac{2\cdot3\cdot4}{1\cdot2\cdot3} + \frac{3\cdot4\cdot5}{1\cdot2\cdot3} + \frac{4\cdot5\cdot6}{1\cdot2\cdot3} + \frac{5\cdot6\cdot7}{1\cdot2\cdot3}$, &c. en substituant ces valeurs dans la formule générale, on aura $\frac{1}{a} + \frac{b}{a.\ \overline{a+1}} + \frac{b.\ \overline{b+1}}{a.\ \overline{a+1}.\overline{a+4}} + \frac{b.\ \overline{b+1}.\ \overline{b+4}}{a.\ \overline{a+1}.\ \overline{a+4}.\ \overline{a+10}} + \frac{b.\ \overline{b+1}.\ \overline{b+4}.\ \overline{b+10}}{a.\ \overline{a+1}.\ \overline{a+4}.\ \overline{a+10}.\ \overline{a+20}}$; dont la somme à l'infini sera $\frac{1}{a-b}$, la somme des six premiers termes sera $\frac{1}{a-b} - \frac{b.\ \overline{b+1}.\ \overline{b+4}.\ \overline{b+10}.\ \overline{b+20}.\ \overline{b+35}}{a.\ \overline{a+1}.\ \overline{a+4}.\ \overline{a+10}.\ \overline{a+20}.\ \overline{a+35}.\ \overline{a-b}}$; & celle depuis le septiéme inclusivement jusqu'à l'infini sera $\frac{b.\ \overline{b+1}.\ \overline{b+4}.\ \overline{b+10}.\ \overline{b+20}.\ \overline{b+35}}{a.\ \overline{a+1}.\ \overline{a+4}.\ \overline{a+10}.\ \overline{a+20}.\ \overline{a+35}.\ \overline{a-b}}$, quels que soient les valeurs de a & b.

EXEMPLE V.

Soit la Suite $\frac{1}{3} + \frac{8}{3\cdot5} + \frac{8\cdot10}{3\cdot5\cdot7} + \frac{8\cdot10\cdot12}{3\cdot5\cdot7\cdot9} + \frac{8\cdot10\cdot12\cdot14}{3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11} + \frac{8\cdot10\cdot12\cdot14\cdot16}{3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11\cdot13} +$ &c. dont on demande la somme de tel nombre de termes fini que l'on voudra. En comparant cette Suite à la formule du Corollaire IV, parce que dans cet Exemple, b est plus grand que a, on aura $b = 8$. $a = 3$. $u = 5$.

$n = 5$, & la ſomme des dix premiers termes ſera $\frac{8.10.12.14.16.18.20.22.24.26}{5.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21} - \frac{1}{5} = \frac{2^{10} \times 4.5.6.7.8.9.10.11.12.13}{5 \times 3.5.7.9.11.13.15.17.19.21}$ $- \frac{1}{5} = \frac{2^{10} \times 4.6.8.10.12}{5 \times 3.15.17.19.21} - \frac{1}{5} = \frac{2^{15} \times 2.3.4.5.6}{5 \times 3.15.17.19.21} - \frac{1}{5}$ $= \frac{2^{18} \times 1.2.3}{15 \times 17.19.21} - \frac{1}{5} = \frac{2^{19}}{15.17.19.7} - \frac{1}{5}$. Il en ſera de même d'un plus grand nombre de termes.

EXEMPLE VI.

Si l'on ſuppoſe les grandeurs *c. d. e. f. g...* &c. exprimées par la Suite des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5... &c. que la grandeur *a* ſoit l'unité, & que la grandeur *b* ſoit ſucceſſivement 2. 3. 4. 5. 6... &c. en ſubſtituant ces valeurs dans la formule $\frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}\ldots\ \&c.}{n.\ a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}\ldots\ \&c.} - \frac{1}{n} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\ \overline{a+c}.}$ $+ \frac{b.\ \overline{b+c}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}} + \frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e}} + \frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}.\ \overline{b+e}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e}.\ \overline{a+f}}$ $+$ &c. on aura ces différentes Suites

$b = 2 \ldots \frac{1}{1} + \frac{2}{1 \cdot 2} + \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \&c.$

$b = 3 \ldots \frac{1}{1} + \frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \&c.$

$b = 4 \ldots \frac{1}{1} + \frac{4}{1 \cdot 3} + \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \&c.$

$b = 5 \ldots \frac{1}{1} + \frac{5}{1 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \&c.$

Ces Suites ſe réduiſent, en effaçant les facteurs qui ſe détruiſent, à

$b = 2 \ldots 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1\ \&c. = 7 - 1.$

$b = 3 \ldots \frac{1}{2} \times 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \&c. = \frac{28 - 1}{2}.$

$b = 4 \ldots \frac{1}{3} \times \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} + \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 6}{1 \cdot 2} + \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} + \frac{7 \cdot 8}{1 \cdot 2}$ $+ \&c. = \frac{84 - 1}{3}.$

ou $\frac{1}{3} \times 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28.$

$b = 5 \ldots \frac{1}{4} \times \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3}$ $+ \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \&c. = \frac{210 - 1}{4}.$

ou $\frac{1}{4} \times 4 + 10 + 20 + 35 + 56 + 84 +$ &c. Qui sont toutes les Suites des nombres figurés du Triangle arithmétique de M. Paschal.

REMARQUE

On voit que toutes les Suites, dont on peut avoir la somme par cette Méthode, doivent avoir tous leurs termes positifs, & que toutes celles dont les termes sont alternativement positifs & négatifs, ne peuvent point être sommées de cette maniére. Voici les changemens qu'il faut faire à cette Méthode, pour satisfaire à ce dernier cas.

SECONDE PARTIE.

Soit une fraction $\frac{1}{a+b}$, dont le numérateur soit l'unité, & le dénominateur soit la somme des deux grandeurs a & b. Cette fraction qui n'a qu'un seul terme, pourra se transformer en 2. 3. 4. 5. 6...&c. termes, & même en une infinité de fractions, lesquelles seront toutes égales à la première fraction $\frac{1}{a+b}$; & ces fractions seront telles, qu'elles seront alternativement positives & négatives.

DÉMONSTRATION.

La fraction proposée $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a-c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a-c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a-c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}.\overline{a+b}} -$ &c. Toutes ces différentes expressions composées de 2. 3. 4. 5. 6... &c. termes, sont toutes égales à la fraction

$\frac{1}{a+b}$, ce qui se voit en les mettant à même dénomination, elles se réduiront toutes à la fraction $\frac{1}{a+b}$.

REMARQUE

On voit que dans ce cas les facteurs des numérateurs de cette Suite se forment par la quantité b, à laquelle on ajoûte successivement les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g.\ldots$ &c. & que les facteurs des dénominateurs se forment par la grandeur a, diminuée successivement des mêmes grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g.\ldots$ &c.

Si donc on vouloit que les facteurs des dénominateurs fussent croissans, ce qui arrive dans presque toutes les Suites, ce changement influera sur les numérateurs, & l'on trouvera ces nouvelles expressions.

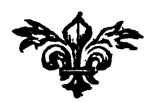
La fraction $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\ \overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\ \overline{a+c}} - \frac{b.\ \overline{-b+c}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\ \overline{a+c}.} - \frac{b.\ \overline{-b+c}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}} - \frac{b.\ \overline{-b+c}.\ \overline{-b+d}}{d.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\ \overline{a+c}} + \frac{-b.\ \overline{-b+c}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}} - \frac{b.\ \overline{-b+c}.\ \overline{-b+d}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e}} - \frac{b.\ \overline{-b+c}.\ \overline{-b+d}.\ \overline{-b+e}}{a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}.\ \overline{a+e}.\ \overline{a+b}}$. Toutes ces différentes expressions sont égales, ce qui se voit en les mettant à même dénomination.

COROLLAIRE.

Il suit de ce que l'on vient de dire, que par la premiére formule on aura les quatre premiers termes de cette Suite $\frac{1}{a} - \frac{b}{a.\ \overline{a-c}} + \frac{b.\ \overline{b+c}}{a.\ \overline{a-c}.\ \overline{a-d}} - \frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}}{a.\ \overline{a-c}.\ \overline{a-d}.\ \overline{a-e}} = \frac{1}{a+b} - \frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}.\ \overline{b+e}}{a.\ \overline{a-c}.\ \overline{a-d}.\ \overline{a-e}.\ \overline{a+b}}$, & par la seconde formule

on aura les quatre premiers termes de cette Suite $\frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+c}} - \frac{b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} - \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}} = \frac{1}{a+b}$ $+ \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}.\overline{-b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+b}}$. Or comme ce même raiſonnement aura toûjours lieu, il s'enſuit que l'on aura toûjours la ſomme d'un nombre de termes quelconques de ces deux Suites. Cette ſomme ſera toûjours pour la premiére Suite $\frac{1}{a+b}$, plus ou moins, une fraction compoſée tant au numérateur qu'au dénominateur, d'autant de facteurs de cette Suite, que l'on demande de termes dans la ſomme, en obſervant de plus que le dénominateur de cette fraction ajoûtée ou retranchée ſoit multipliée par la quantité $a+b$. On voit que cette fraction doit être ajoûtée, lorſque l'on veut avoir la ſomme d'un nombre impair des termes de la Suite, & qu'elle doit être retranchée, lorſque l'on veut en avoir un nombre de termes pair; ce qui eſt évident, puiſque cette premiére Suite a tous ſes termes alternativement plus & moins.

On voit auſſi pour la ſeconde Suite, que la ſomme de tant de termes que l'on voudra, ſera toûjours $\frac{1}{a+b}$, plus une fraction compoſée, tant au numérateur qu'au dénominateur, d'autant de facteurs de cette Suite, que l'on demande de termes dans la ſomme, & dont le dénominateur ſoit multiplié par $a+b$.



OBSERVATIONS
Sur la formation du CORAIL, *& des autres productions appellées* PLANTES PIERREUSES.

Par M. DE REAUMUR.

LE Corail est mis par les Joailliers dans la classe des Pierres précieuses; il n'en est pas moins Pierre pour être produit d'une façon qui lui est particuliére. Les Botanistes le rangent dans la classe des Plantes, où on a plus de peine à le voir. La structure organique nécessaire pour leur accroissement, ces tuyaux contigus qui doivent croître en tout sens malgré ceux qui les entourent, ne peuvent s'imaginer que mal-aisément dans une Pierre si dure; aussi n'y a-t-il pas lieu de croire qu'ils y soient. Les yeux, aidés des meilleurs Microscopes, ne découvrent dans la matiére coralline rien qui ne puisse convenir à un corps formé par une simple apposition. A la vérité le sçavant M. de Marsigli a observé & décrit les Fleurs qui naissent sur le Corail; mais malgré ces Fleurs observées avec beaucoup de sagacité, on pourroit peut-être, en parlant exactement, & même en raisonnant conformément aux observations de M. le Comte de Marsigli, retirer le Corail d'entre les Plantes. 30 Juillet 1727.

Il a décrit, avec beaucoup plus de soin & d'exactitude, que ceux qui en avoient parlé avant lui, l'écorce dont le Corail est revêtu dans la Mer. Cette écorce est d'une substance moins dure & moins compacte que la matiére coralline, elle est même plus molle dans la Mer que quand elle a été exposée à l'air; & c'est peut-être ce qui a donné lieu aux contes des Anciens, qui ont assûré que le Corail ne s'endurcissoit qu'après qu'il avoit été pêché. Cette écorce, selon les observations de M. de Marsigli *, est remplie & toute traversée de petits Tuyaux ronds, qui ont tous à leur sommet un trou

* *Hist. de l'Academie de 1710. p. 75.*

qu'on ne peut appercevoir ſans Microſcope. Ils ſont pleins d'un ſuc glutineux, qui dans l'écorce fraîche eſt de couleur de lait, & qui enſuite ſe condenſe, & prend une couleur de ſafran tirant ſur le rouge. La ſurface intérieure de l'écorce eſt toute chagrinée par l'amas d'une infinité de glandules.

On détache aiſément cette écorce de deſſus le Corail recemment tiré de la Mer. La ſuperficie du Corail à qui on l'a enlevée, eſt toute ſillonnée de cannelures qui s'étendent depuis la baſe du Corail juſqu'aux extrémités de ſes branches. Il a dans ſa ſubſtance propre des cellules pleines d'un ſuc tout ſemblable à celui des tubules de l'écorce; mais elles ne ſont viſibles, & peut-être, ajoûte M. de Fontenelle, en rendant compte des obſervations de M. de Marſigli, n'exiſtent-elles que dans la circonférence extérieure de la ſubſtance propre, tout le dedans paroît parfaitement ſolide & pierreux.

Tout cela enſemble, pour continuer à nous ſervir des termes de M. de Fontenelle, paroît prouver ſuffiſamment que toute la ſtructure organique du Corail, par rapport à la végétation, conſiſte dans ſon écorce, & dans la ſuperficie de la ſubſtance coralline; que l'écorce filtre un ſuc qui ſe répand entr'elle & cette ſubſtance, en remplit les cellules & coule le long des canaux juſqu'aux extremités des branches, & que ce ſuc s'étant pétrifié, tant dans les cellules qui environnent la ſubſtance coralline, que dans celles des extrémités des branches dont la ſubſtance n'eſt pas encore formée, fait croître la Plante tant en groſſeur qu'en hauteur.

Cette explication m'avoit paru ce qu'on peut imaginer de plus probable ſur l'accroiſſement du Corail; une obſervation que j'ai eu occaſion de faire, me ſemble la confirmer extrêmement, & lui ôter ſa principale difficulté. L'amour de feu S. A. R. M.gr le Duc d'Orleans pour les Sciences nous mettoit à portée de tout ce qui pouvoit contribuer à leurs progrès. Nous avions ſouhaité avoir des Coraux, dont l'écorce n'eût point été détachée, en un mot à peu près telle qu'eſt celle de ceux qui viennent d'être pêchés. M. Arnou, alors Intendant de Marſeille, pour obéir aux ordres de ſon Alteſſe

Royale, en fit mettre dans des vaſes pleins d'eau de Mer, dans l'inſtant où ils furent tirés des filets. Il pouſſa l'attention juſqu'à faire apporter ces vaſes par des hommes qui devoient revenir à pied de Marſeille à Paris ; auſſi ces Coraux arrivérent-ils conditionnés, comme on le pouvoit déſirer : ils étoient pour la plûpart recouverts de leurs écorces; partie pourtant de celle de quelques-uns avoit été détachée. Ayant changé de vaſes les Coraux, & leur eau, je trouvai les fragmens d'écorce dans le peu d'eau qui étoit reſtée au fond du premier vaſe ; mais, outre les fragmens, aſſés gros pour ſe faire diſtinguer, j'obſervai un ſédiment plus peſant, & plus fin ; c'étoit un ſable très délié, une poudre rouge telle que du Corail pilé en donneroit. La fineſſe des grains ne permettoit guéres aux doigts de juger de leur dureté; mais mis ſous la dent, il étoit aiſé de reconnoître qu'ils étoient de nature pierreuſe, un vrai ſable.

L'écorce qui avoit été briſée & diſſoute en partie, avoit donné ce ſable : qu'on ne ſoupçonne point qu'il avoit été emporté de la ſurface du Corail par des frottemens réïtérés. J'ai détaché de l'écorce, je l'ai broyée dans l'eau, & elle a donné un ſable pareil. Enfin ſi on met ſous la dent un morceau d'écorce, elle ſemblera d'abord un corps mol, mais ſi on la preſſe un peu plus, on ſentira bientôt qu'il y a dans cette ſubſtance molle une infinité de petits corps durs : la réſiſtance qu'on trouvera, ne ſera point de la nature de celle que peut faire un corps mol, ni même un corps plus dur que le bois, des grains paroîtront fuir, s'échapper à la preſſion, & d'autres y reſiſteront.

L'écorce eſt beaucoup plus pâle que le Corail même; c'eſt qu'il n'entre dans ſa compoſition qu'une partie de cette matiére d'un beau rouge dont le Corail eſt compoſé en entier. On peut diviſer ſon épaiſſeur en trois couches, qui méritent d'être conſidérées ſéparément : la premiére, celle de ſa ſurface extérieure eſt une membrane d'une couleur blancheâtre, très mince, & qu'on peut comparer en quelque ſorte à celle qui revêt la ſurface intérieure des gouſſes des

Pois; si on laisse macerer l'écorce dans l'eau pendant quelque temps, cette premiére couche, cette membrane se sépare d'elle-même du reste, & même en morceaux assés grands. Au dessous de cette membrane est la seconde couche, qui fait seule la plus grande partie de l'épaisseur totale. Il n'est pas aisé de bien développer sa structure, mais le toucher seul apprend qu'elle est remplie de grains durs de nature pierreuse, en un mot de ces grains rouges dont nous venons de parler. Il est aisé de juger qu'ils y sont en grand nombre, puisque dès que cette seconde couche a été mise à découvert, elle paroît aussi rouge à peu près que le Corail même. Le Microscope nous y fait découvrir des amas prodigieux de ces grains, il seroit à souhaiter qu'il nous fît aussi bien voir comment ils y sont contenus; peut-être sont-ils renfermés dans des tuyaux: il y a là apparemment une méchanique qui échappe à nos yeux.

Au dessous de la couche si remplie de nôtre petit sable rouge, on en distingue une troisiéme qui est immédiatement appliquée sur le Corail; celle-ci est composée de tuyaux ou fibres, souvent visibles à la vûë simple, puisqu'ils ont autant de diametre au moins que les cannelures sensibles, qui sont sur la surface du Corail; ils sont remplis de ce suc laiteux, qui devient jaune en séchant. Les plus considérables suivent la longueur des branches, puisqu'ils sont logés dans les cannelures; ils sont traversés par d'autres plus déliés, ce qui forme une espece de rezeau ou de tissu, dont les fils de la chaîne sont plus gros que ceux de la trême. Il y a aussi divers amas de suc laiteux ou jaune, qui forment des boules plus grosses que la tête d'une épingle.

Mais ce à quoi nous voulons nous arrêter, & dont il est très aisé de se convaincre, c'est que l'écorce du Corail dans son état naturel, est toute pénétrée d'un sable extrêmement fin, de couleur de Corail, & qu'on doit croire de même nature. Comment se forme ce sable dans l'écorce! je ne l'examine point; il y est. Quoiqu'il ne soit pas démontré que la circulation des sucs se fasse précisément dans les Plantes comme dans les Animaux, & que même elle se fasse dans les

les Plantes marines différemment que dans les Plantes terrestres, toûjours paroît-il sûr qu'il s'y fait une sorte de circulation.

Si les liqueurs charrient dans certains Animaux des quantités de graviers considérables, il n'y a rien de surprenant qu'il puisse s'en trouver de même dans les liqueurs de certaines Plantes, & sur-tout dans les liqueurs de celles qui, comme les Plantes marines, ont des odeurs animales.

L'existence d'un sable, tel que du Corail réduit en poudre, étant démontrée dans l'écorce du Corail, la formation du Corail n'est pas plus difficile à expliquer que celle des Pierres les plus communes. Des grains d'un sable grossier réunis forment des grès: des grains d'un sable rouge incomparablement plus déliés, formeront des Pierres rouges sans grains sensibles. L'eau qui passe au travers des voutes soûterreines, quand elle est chargée d'un sable prodigieusement fin, & qu'elle le dépose au haut de ces voutes, y produit des Pierres cristallines; que le suc qui circule dans nôtre écorce, charrie du sable jusqu'à la surface intérieure de cette écorce, qu'il l'y dépose, parce qu'il n'est plus aisé à cette liqueur de ramener le sable ou une partie du sable; ces grains de sable déposés sur le Corail déja fait, & réunis les uns aux autres, le revêtiront d'une nouvelle couche. Les grains déposés au bout des branches les feront croître en longueur, comme ceux qui sont déposés autour de leur circonférence les font croître en grosseur; sa premiére formation aura été semblable à un de ces degrés d'accroissement. C'est un détail qu'il est aisé de suivre, & où il est inutile de s'arrêter.

Mais revenons encore à la comparaison des Plantes & des Animaux, & remarquons qu'il y a plusieurs especes de ces derniers qui sont recouverts de pierres. Les Coquilles si variées par leurs figures & leurs couleurs, que sont-elles autre chose que des Pierres du genre de celles dont on fait de la Chaux? Nous avons expliqué ailleurs leur formation *; un suc pierreux est charrié à la surface du corps de l'Animal, il prend consistance, il s'y rassemble par couches, qui ajoûtées les unes

* *Mem. de l'Academie 1709.*

aux autres, forment une couverture ſolide, qui défend des parties délicates. Le même ſuc pierreux, ou le ſable rouge dépoſé par couches au deſſous de cette Plante, qui n'a que l'épaiſſeur d'une écorce, lui forme la tige, le ſoûtien qui lui eſt néceſſaire : dans l'un & dans l'autre cas, dans celui de la formation des Coquilles, & dans celui de la formation du Corail, la matiére pierreuſe s'échappe des vaiſſeaux, & n'eſt plus repriſe ni par les vaiſſeaux qui l'ont portée, ni par d'autres. En un mot les Coquilles ſont des Pierres produites par des Animaux, & les Coraux des Pierres produites par des Plantes; mais les Coraux n'en ſont pas plus Plantes, comme les Coquilles ne ſont point Animaux. La production & l'accroiſſement des unes & des autres ne ſe fait pas par la méchanique, qui fait l'accroiſſement des véritables parties des Animaux, & des véritables parties des Plantes.

Ce ſuc laiteux qui devient jaune, & même d'un jaune rougeâtre en ſéchant, pourroit bien être la matiére qui fournit les grains pierreux : peut-être que dans le milieu de l'écorce il ſe fait une ſecrétion des grains rouges qui ſe trouvent dans la liqueur; que des tuyaux reçoivent cette poudre fine; que contenant d'ailleurs quelque liqueur plus fluide que le ſuc jaune, ils portent tous les petits grains à la ſurface intérieure de l'écorce où ils les dépoſent, & que ces grains ainſi dépoſés ſucceſſivement, font croître le Corail. Mais il s'en faut bien que nous ne puiſſions prouver la réalité & la route de ces canaux, auſſi certainement qu'eſt prouvée l'exiſtence des petits grains rouges.

Bocconné, qui a parlé au long de l'écorce du Corrail dans un petit Livre imprimé à Paris en 1671, ſous le Titre d'*Obſervations curieuſes ſur la nature du Corail*, dit qu'il croit devoir appeller cette écorce, *Fucus*, à cauſe de ſa couleur rouge, quoique les anciens l'ayent nommé *Muſcus;* l'un & l'autre nom ſont propres à exprimer une Plante; cette écorce en eſt une, & c'eſt probablement tout ce qu'il y a de végétal dans le Corail. Cette écorce, ou ce *fucus* reſſemble aux Plantes paraſites, qui pour croître ont beſoin d'être ſoûtenuës; mais

il en différe par un endroit singulier : au lieu que les Plantes parasites s'appuyent sur des tiges étrangéres, à mesure que celle-ci croît, elle se bâtit une tige pierreuse si belle, qu'elle s'est presque seule attirée de l'attention, & qu'elle a usurpé le nom de la Plante à qui elle doit son origine. Quoique le *fucus*, ou, si l'on veut, l'écorce, se forme ordinairement sa tige, elle se sert quelquefois d'une tige étrangére, mais alors elle la revêt de Corail. Dans le petit ouvrage cité ci-dessus, Bocconé décrit un morceau de Corail recouvert de son écorce, dont le centre étoit occupé par un morceau de bois long de plusieurs pouces. Le bois, dit-il, en occupoit le centre, à peu près comme la moëlle occupe celui des Plantes.

Le Corail ne semble donc, à exactement parler, qu'une Pierre branchuë produite par une Plante, & n'en est pour cela plus Plante, que la Coquille d'un Animal est Animal. Après tout, on le peut nommer, si l'on veut, partie d'une Plante, comme on nommeroit une Coquille partie d'un Animal. Nous ne voulons pas disputer de ces noms, mais au moins sembloit-il que l'écorce dût rester en possession tranquille de l'état de Plante, depuis que M. le Comte de Marsigli lui avoit découvert des fleurs. Un nouveau systême qui par sa singularité seule mériteroit d'être rapporté, & qui a été communiqué depuis peu à l'Académie, veut pourtant changer totalement la condition du Corail, celle de son écorce, & généralement celle de tout ce qu'on a appellé jusqu'ici *Plantes pierreuses* ; il change de même celle de ces Plantes dures, mais fléxibles, qui ont conservé le nom de *Lithophitons*, quoique moins ressemblantes à des Pierres qu'à de la Corne. On prétend établir dans le nouveau systême, que toutes ces productions sont l'ouvrage de certains Insectes, qu'elles sont des especes de Coquilles, ou des masses de Coquilles réünies. Les Fleurs que M. le Comte de Marsigli a crû avoir observées, sont métamorphosées en Insectes, qui produisent le Corail.

Tout extraordinaire que paroisse ce systême, il n'est pourtant pas le pur ouvrage de l'imagination ; celui qui l'a proposé

a crû y être conduit par des obſervations répétées ; nous allons les rapporter, afin qu'on juge ſi elles ſont auſſi convaincantes qu'elles lui ont paru.

1°. On a rangé autrefois parmi les Plantes divers Tuyaux, qui ſont de véritables Coquilles, formées & habitées par des Vers. Cette conſidération ſeule ſuffit pour faire ſoupçonner qu'on pourroit bien donner encore au regne végétal des productions du regne animal. L'Orgue de Mer, appellée *Tubularia*, n'eſt qu'un amas de Tuyaux qui par leur couleur reſſemblent beaucoup au Corail, & qui ſont habités & formés par des Vers.

2°. Les Aſtroïtes, qui ſont différentes eſpeces de corps pierreux blancs, du genre des Madrepores, ſont compoſées de quantité de Tuyaux paralleles les uns aux autres, & reſſemblent par-là à l'Orgue de Mer, ou à la *Tubularia*. Il eſt vrai que chaque Tuyau eſt partagé par des cloiſons qui ſuivent leur longueur, & dont le nombre & la diſpoſition donnent à l'embouchûre du Tuyau, une figure qui a quelque air de celle d'une Etoile, & c'eſt de-là que la Pierre a pris ſon nom. L'arrangement de ces embouchûres ou de ces Tuyaux ſe trouve différent dans différentes Pierres. Il y en a une eſpece où des files de Tuyaux forment des ondes à peu-près ſemblables à celles de la ſurface exterieure du Cerveau, ou à celle que prend ce long Inſecte de Mer nommé *Scolopendre*, & de-là a-t-on appellé cette Pierre *Scolopendrites*. Mais l'arrangement des Tuyaux n'empêche pas qu'ils n'ayent pû être faits par des Vers ; leurs cloiſons même ne détruiſent point cette idée; on en obſerve d'à peu-près pareilles dans la Coquille d'une eſpece de *Balanus*, qui eſt une de ces Coquilles qu'on a priſes autrefois pour *Anatiferes*. Les Madrepores ordinaires reſſemblent par la forme au Corail ; mais on leur voit comme aux Aſtroites des trous, à la vérité moins proches les uns des autres, mais partagés de même par des cloiſons. Si les premiéres ſont les ouvrages des Inſectes, on doit avoir beaucoup de diſpoſition à croire qu'ils ont auſſi formé les autres. L'Auteur du nouveau ſyſtême le

pense ainsi ; & ayant rangé tous les Madrepores dans une classe dont il détaille les especes, il met à la tête de cette classe la Coquille d'un *Balanus*. Enfin ce qu'on a dit des Madrepores, on pourra le dire des Pores, ou des productions pierreuses, qui ne différent des précédentes que parce que les trous qu'on y apperçoit n'ont pas de cloisons. Ainsi en partant du *Tubularia* & du *Balanus*, & allant de proche en proche, l'Auteur vient au Corail, qu'il donne encore au genre animal.

3°. Il a observé que ces Fleurs qu'on avoit découvert sur le Corail, se trouvent dans les Madrepores & dans les autres productions pierreuses, & c'est une observation dont on doit lui sçavoir gré. Mais au lieu de les prendre pour des Fleurs, il les regarde comme des Insectes du genre appellé *Orties de Mer*. Les Orties de Mer connuës jusqu'ici n'ont point de Coquilles, leur figure approche de celle d'un cone tronqué; on en peut voir de représentées dans les Mémoires de l'Académie de 1710; de leur partie supérieure, ou de celle où le cone est tronqué, sortent un grand nombre de Cornes de la consistance de celle des Limaçons, qui font un effet agréable & singulier. On veut donc que l'écorce du Corail soit habitée par des Insectes de ce genre, & que ce qu'on a pris pour les pétales des Fleurs, soient les Cornes de ces Animaux, ou, pour parler comme l'Auteur du nouveau systême, leurs Jambes & leurs Pattes. Ces parties ne paroissent que lorsque le Corail est dans l'eau ; quand on le met à l'air, elles rentrent dans une cavité. Il a vû même celles de quelques Madrepores s'agiter, ou agitées dans l'eau. Du milieu de ces Cornes, il a vû une partie s'élever & s'abaisser, s'ouvrir & se fermer.

4°. On trouve de ces prétenduës Fleurs en toute saison; les Plantes ont des saisons particuliéres pour fleurir.

5°. Le Corail a une liqueur laiteuse, par le moyen de laquelle on convient qu'il se multiplie. Cette liqueur est donc analogue au lait ou frais des Poissons.

6°. Autre analogie encore : lorsque l'écorce de ces Plantes se pourrit, elle répand une odeur de Poisson pourri.

7°. Par l'analyse chimique, on retire de ces écorces à peu près les mêmes principes qu'on retire des matiéres animales.

8°. Enfin le Corail, & tout ce qu'on appelle *Plantes pierreuses*, n'ont intérieurement aucune organisation ; leur écorce leur est simplement adhérante.

Voilà à quoi se réduisent les principales preuves par lesquelles on croit établir le nouveau systême ; je doute qu'elles paroissent aussi solides qu'elles l'ont paru à son Auteur. La meilleure de toutes, qui peut-être ne seroit pas encore trop bonne, seroit d'être bien assûré, que ce qu'on a pris pour les Fleurs du Corail, sont véritablement des Insectes nichés dans sa substance ou dans son écorce ; il n'y a que les yeux qui en puissent convaincre. Cependant leur témoignage ne paroît ici rien moins que certain en faveur des Insectes, puisque celui qui les fait exister aujourd'hui, les ayant observé autrefois avec M. de Marsigli, les prit avec lui pour des Fleurs. Il est vrai qu'il prétend qu'il a vû de ces corps plus considérables sur des Madrepores. Il ne nous dit point précisément leur grosseur. Il a vû leurs Jambes agitées dans l'eau ; il a vû s'élever du centre quelque chose jusqu'au dessus de la circonférence, il a vû, dit-il, cette partie se dilater comme la prunelle. Dans tout cela on ne trouvera peut-être encore rien d'assés décisif ; un corps délié ne sçauroit être dans l'eau sans faire voir des mouvemens tels que l'Auteur les a vû. Mais ce qu'on appelle des Fleurs ne paroît que dans l'eau ; elles disparoissent dès qu'on les expose à l'air. Cela ne convient-il pas mieux à un Animal qui se retire à son gré dans sa niche qu'à une Fleur ?

Mais n'avons-nous pas des Fleurs qui s'épanoüissent le jour, & qui se ferment la nuit ; d'autres qui s'ouvrent le soir, & se ferment le matin ? L'épanoüissement & le resserrement des pétales du Corail est plus subit que celui des Fleurs dont nous parlons. Mais l'est-il plus que ne le sont les mouvemens de la Sensitive ?

On trouve ces Fleurs en toute saison, & on n'en trouve aux Plantes terrestres qu'en certains temps. Il est pourtant de

celles-ci qui en ont presque toute l'année ; & la temperature de l'athmosphere qui environne les Plantes marines, n'étant pas sujet à des vicissitudes aussi grandes & aussi subites que celles de l'athmosphere des Plantes terrestres, il ne seroit pas étonnant qu'elles fussent toûjours en fleurs. Si pourtant on vouloit refuser le nom de *Fleurs* à ces petits corps nouvellement observés sur le Corail, peut-être seroit-il difficile de démontrer qu'il leur est propre ? On n'a été conduit à le leur donner que par une analogie très vraisemblable, mais il n'en seroit pas plus prouvé qu'ils sont des Insectes.

Le lait du Corail ne paroîtra pas différent de celui de tant d'autres Plantes, qu'en ce qu'il sert à la propagation du Corail, s'il est absolument certain qu'il y serve. Mais quelle difficulté y a-t-il à imaginer que les Graines nagent dans ce lait. L'odeur animale que donne son écorce en se pourrissant, & les principes qu'on en tire par l'analyse, montrent seulement les différences qu'il y a entre les Plantes terrestres & les Plantes marines. Ces différences ont été connuës jusqu'ici, & n'ont porté personne à les croire des productions animales. Ce principe feroit faire par des Animaux des Plantes molles de Mer qui sont incontestablement Plantes.

Enfin y eût-il des Animaux logés dans l'écorce du Corail, & dans celle des autres Plantes marines, que seroit-on en droit d'en conclure ? rien plus que ce qu'on conclut de quelques especes de Vers décrits par M. de Marsigli, qui rongent la substance du Corail.

Ce que l'Auteur dit de la structure du Corail, qui n'est pas propre à végéter, est plus solide, mais prouve seulement que le Corail n'est pas Plante, & ne prouve aucunement que son écorce ne le soit point.

Enfin eût-on rendu plus probable ce systême singulier, on se verroit forcé à l'abandonner, dès qu'on penseroit à l'impossibilité qu'il y a de faire bâtir par des Insectes, d'une maniére approchante de celle dont ils bâtissent leurs Coquilles, des corps, tel que le Corail, & que les autres corps qui portent le nom de *Plantes pierreuses*. Aussi ne paroît-il pas que

l'Auteur ait pû rien imaginer ſur cela qui le ſatisfaſſe, ni rien à quoi il croye devoir s'en tenir. Quelquefois il ſemble vouloir que les Madrepores ne ſoient que différentes Coquilles réünies ; quelquefois qu'elles ne ſont qu'un ſeul Coquillage. Par rapport au Corail, il paroît prendre un autre parti. Il veut que les Orties nichées dans l'écorce, ou en ſes termes, dans la croute, dépoſent une liqueur, une gomme qui coule le long des ſillons, qu'on apperçoit à la ſurface du Corail, qu'elle s'y arrête peu-à-peu & qu'elle s'y durciſſe en pierre. Comment la liqueur pourroit-elle être fournie par tous ces Inſectes aſſés également pour faire un corps continu, ſolide, & qui a une ſorte de régularité? La réünion de pluſieurs Coquilles, comme il le veut pour les Madrepores, eſt encore plus difficile à concevoir. Au reſte, mon deſſein n'eſt pas de m'arrêter à faire valoir les difficultés, il ſuffit qu'on ait vû quels ſont les fondemens de ce ſyſtême.

Mais je l'ai déja dit, & je le répéte volontiers, nous devons beaucoup à ſon Auteur, pour les obſervations qu'il nous a données, & qu'il a été faire avec beaucoup de peine & de dépenſe juſque ſur les Côtes d'Afrique. La formation du Corail me ſembloit expliquée d'une maniére plauſible, par les grains pierreux que dépoſe ſon écorce; il me paroiſſoit extrêmement probable que toutes les autres productions appellées *Plantes pierreuſes*, étoient l'ouvrage d'une pareille méchanique. Mais il reſtoit pour cela à être aſſûré qu'elles avoient une écorce pareille à celle du Corail. Quand on nous les apporte, on a grand ſoin de les nettoyer, pour les faire paroître plus belles. On ne leur voit donc point d'écorce; celles même qu'on pêche en ſont ſouvent dépoüillées. Mais l'Auteur du ſyſtême nous apprend qu'il a trouvé pluſieurs eſpeces de Madrepores & de Pores recouvertes d'une matiére gluante, qui eſt ſans doute leur écorce. Il ſe ſeroit peut-être plus arrêté à nous faire voir la reſſemblance qu'elles ont avec celle du Corail, s'il eût été moins plein de ſa nouvelle idée.

Quoiqu'il en ſoit, dès que les Madrepores, les Pores, les Eſcaras, les Champignons de Mer, ſeront recouverts d'une écorce

écorce chargée de grains pierreux, la production de tous ces corps sera aussi facile à expliquer que celle du Corail. Les trous partagés par des cloisons, les especes de rézeaux, les feüillets, tout s'expliquera par les figures de leur écorce. Quand elle sera faite en rézeau, la masse pierreuse qu'elle produira aura aussi des trous semblables à ceux d'un rézeau, puisque la matiére pierreuse ne sera déposée que par ce qu'il y a de plein dans l'écorce. L'écorce devient par-là une espece de moule, qui fournit lui-même la matiére qu'il a à mouler. Mais c'est un moule capable d'accroissement, & dès-là on n'est pas surpris qu'un Astroite, par exemple, qui est un grouppe de tuyaux partagés par des cloisons, ait moins de circonférence par en bas que par en haut, que chacun de ses tuyaux ayent aussi plus de diametre sur la partie de la pierre qui en a le plus, & qu'ils en ayent moins sur celle qui en a moins. L'écorce avoit moins d'étenduë, lorsqu'elle a produit la plus petite partie; les mailles du rézeau qu'elle forme, étoient aussi alors plus serrées. Lorsque cette Plante croît, le nombre de ses mailles peut aussi augmenter, & alors la partie de la pierre, la derniére formée, aura plus d'ouvertures, plus de tuyaux, que celle qui a été formée la premiére. Enfin les figures les plus singuliéres de ces productions pierreuses, qu'on a appellées *Plantes pierreuses*, pourront être expliquées aisément au moyen de la seule écorce qui végéte, & qui dépose des grains pierreux.



RECHERCHES SUR LA RECTIFICATION DES BAROMETRES.

Par M. SAURIN.

13 Août 1727.

ON doit à feu M. Amontons un grand nombre d'observations nouvelles & utiles sur divers sujets de Physique & de Méchanique : mais les Mémoires de l'Académie sont particuliérement remplis des ingénieuses découvertes de cet Auteur par rapport au Thermometre & au Barometre. Il s'étoit appliqué long-temps avec beaucoup de succès à perfectionner ces deux sortes d'Instrumens, & il travailloit encore à la rectification du Barometre, quand il mourut.

Deux morceaux de lui sur cette matiére, qui se trouvent dans les Mémoires de 1704, ont donné occasion aux recherches que je propose ici. Dans ces deux piéces, M. Amontons examine un inconvénient commun au Barometre simple & au Barometre double ; & après avoir fait connoître l'erreur que cet inconvénient cause dans les deux Barometres, il donne les moyens de la corriger dans l'un, & de l'éviter dans l'autre.

Tout le monde sçait que l'inconvénient consiste, en ce que la Pesanteur de l'Air n'agit pas seule dans les Barometres; la chaleur a part aussi aux variations que l'on y observe : par-là ces variations deviennent un effet équivoque, & par conséquent une mesure incertaine & trompeuse des changemens de pesanteur de l'Athmosphere.

S'il est question, par exemple, du Barometre simple ; le degré de pesanteur de l'Air demeurant le même, la chaleur peut cependant augmenter ou diminüer, & le Mercure venant ainsi à se rarefier ou à se condenser, on le verra hausser

ou baisser, & l'on tombera dans l'erreur, en attribüant l'effet observé à quelque augmentation, ou à quelque diminution du poids de l'Athmosphere. Les deux causes agissant ensemble, soit en même sens, soit en sens contraire, feront varier l'erreur, mais elle subsistera toûjours.

Suivant les expériences de M. Amontons, du plus grand froid au plus grand chaud de nôtre climat, le Mercure se dilate de la cent quinziéme partie de son volume ; c'est-à-dire, qu'une colomne de Mercure de 115 lignes dans le grand froid, devient une colomne de 116 lignes dans le grand chaud ; & une colomne de trois fois 115 lignes, qui font 28 pouces 9 lignes, devient une colomne de trois fois 116 lignes, qui font 29 pouces ; ce qui donne 3 lignes de différence. Si l'on suppose donc un degré de pesanteur de l'Athmosphere, qui dans le grand froid soûtienne le Mercure à la hauteur de 28 pouces 9 lignes, le même degré de pesanteur dans le grand chaud soûtiendra le Mercure à la hauteur de 29 pouces, & l'on croira mal-à-propos le poids de l'Athmosphere augmenté de 3 lignes. Comme dans ce Pays la hauteur du Barometre simple ne passe pas 29 pouces, & qu'elle est même toûjours au dessous, il s'ensuit que l'erreur de ce Barometre ne va point au de-là de 3 lignes : aussi est-ce à 3 lignes que M. Amontons a déterminé la plus grande erreur.

Maintenant il est clair qu'en supposant invariable le plus grand poids de l'Athmosphere, les variations de la chaleur feront parcourir ces 3 lignes au Barometre, pendant que le Thermometre parcourra, en allant du plus grand froid au plus grand chaud, toute l'étenduë des degrés compris entre ces deux termes. Si cette étenduë est de 96 lignes, comme dans le Thermometre de M. Amontons, les 96 lignes du Thermometre seront parcouruës dans le même temps que les 3 lignes du Barometre ; & par conséquent pour chaque ligne du Thermometre, on aura dans le Barometre la 96ᵉ partie de 3 lignes, ou $\frac{1}{32}$ de ligne, qu'il faudra retrancher de la hauteur

du Mercure; & la hauteur ainsi corrigée, donnera la pesanteur précise de l'Athmosphere.

C'est sur ce fondement que M. Amontons a dressé une Table à deux colomnes. Il a mis dans l'un les degrés de de son Thermometre divisés par lignes, & dans l'autre vis-à-vis de chaque ligne les corrections qui leur conviennent, ou les $\frac{1}{32}$ de ligne qu'on doit retrancher de la hauteur du Barometre. Il est évident que cette Table n'est exacte que dans le seul cas d'une pesanteur de l'Athmosphere de 28 pouces 9 lignes; car ce n'est que dans ce cas, ainsi qu'on vient de l'exposer, que le plus grand chaud donne 3 lignes d'erreur; & justement dans ce cas la Table est inutile, puisqu'elle ne fait connoître que ce qu'elle suppose connu; sçavoir, le même degré de pesanteur, sur le pied duquel, pris pour invariable, elle a été construite. M. Amontons n'a pas laissé de la proposer pour toutes les variations de pesanteur, en avertissant qu'il n'y a pas d'erreur considérable à craindre: & il a eu raison. L'erreur ne peut aller au plus qu'à $\frac{1}{3}$ de ligne; c'est dans le cas de la plus petite pesanteur de l'air, jointe au plus grand chaud; car la colomne de Mercure qui soûtient ici le plus petit poids de l'Athmosphere, n'est jamais au-dessous de 25 pouces $\frac{1}{2}$ ou 306 lign. dont la $\frac{1}{115}$ partie est de 3 lign. moins $\frac{1}{3}$ de ligne.

On auroit lieu sans doute d'être très satisfait du Barometre, si l'on pouvoit s'assûrer de la justesse de cet Instrument à un tiers de ligne près. Je suis fort éloigné de croire que dans l'usage on doive compter sur une si grande exactitude. Bien plus, des expériences certaines m'ont convaincu que l'on s'écartoit de cette exactitude, en voulant en approcher, & que l'erreur qu'on prétend corriger dans le Barometre simple, s'y trouvoit corrigée par l'inexactitude même, qui est inévitable dans la construction de ces sortes d'Instrumens. Cependant pour la spéculation, & à l'égard du calcul, on pourroit avoir une précision entiére, en supposant tout ce que je viens d'expliquer.

La correction du Barometre simple dépend, comme on a

vû, de cette regle générale, que dans le plus grand chaud, en diminüant d'une 116e partie la hauteur donnée par l'observation, on a exactement celle qui convient à la pesanteur seule de l'Athmosphere; je dis une 116e partie, parce que la 116e partie de la hauteur entiére est la même chose que la 115e de la hauteur après la diminution. Prenant donc un degré quelconque de pesanteur de l'Athmosphere, par exemple, celui de 28 pouces 9 lignes; & sur le pied de cette pesanteur supposée constante, dressant une Table comme celle de M. Amontons, pour tous les degrés de chaleur divisés par lignes, avec le secours de cette Table & d'une seule regle de trois, on aura dans toutes les variations du Barometre la pesanteur précise de l'air dans le temps de l'observation. A la pesanteur, prise pour constante de la Table, on ajoûtera l'équation ou la correction qui dans cette même Table répond au degré de chaud indiqué par le Thermometre au moment de l'observation; ce sera le premier terme de la proportion; la hauteur observée sera le second, & l'on mettra dans le troisiéme l'équation seule; le quatriéme terme qui viendra, sera l'équation qui convient à la hauteur observée; c'est-à-dire, ce qu'il faut retrancher de cette hauteur pour avoir au juste la pesanteur que l'on veut connoître; ou bien on mettra au troisiéme terme la pesanteur seule de la Table, & le quatriéme donnera la pesanteur cherchée.

Soit, par exemple, la hauteur que donne l'observation, 26 pouces 2 lignes, ou 314 lignes, & soit le Thermometre à 64 lignes au-dessus du plus grand froid; à ces 64 lignes répondront dans la Table $\frac{64}{32}$ de ligne, ou 2 lignes d'équation pour ce degré de chaud sur le pied de la pesanteur de 28 pouces 9 lignes, ou 345 lignes, qui est celle de la Table; en ajoûtant les 2 lignes aux 345, on aura 347 lignes. On fera donc cette analogie; comme 347 lignes (pesanteur constante plus les deux lignes d'équation) sont à 314 lignes, (hauteur observée) ainsi les deux lignes d'équation sont à un quatriéme terme, qui sera ce qu'il faut retrancher de la hauteur observée; il viendra pour quatriéme terme dans cet

exemple $1 + \frac{145}{169}$, ou environ $1 + \frac{6}{7}$, ou $\frac{13}{7}$, & ôtant ces $\frac{13}{7}$ de 314, qui eſt la hauteur donnée par l'obſervation, il reſtera 312 & $\frac{1}{7}$ pour la hauteur dûë à la peſanteur ſeule de l'Athmoſphere. Si ſans faire cette analogie, on avoit retranché les deux lignes d'équation que donne la Table, on n'auroit eû pour la peſanteur cherchée que 313 lignes, quantité moindre de $\frac{1}{7}$ de ligne que la véritable.

Mais tout cela eſt ſi peu de choſe qu'on n'auroit eu garde d'en parler, s'il n'avoit été néceſſaire en quelque ſorte de dire un mot du Barometre ſimple, avant que de paſſer au Barometre double, qui eſt le ſeul objet que l'on s'eſt propoſé dans cette recherche. Il y a dans ce Barometre une complication d'erreur qui demande quelque attention, & qu'on ne ſçauroit même démêler exactement ſans le ſecours de l'Analyſe. A la rarefaction de Mercure ſe joint ici celle de la liqueur, & la confuſion qui naît de ces deux cauſes eſt beaucoup augmentée par les capacités différentes des Boëtes & des Tuyaux. Pour ne pas embarraſſer la difficulté, conſidérons d'abord la rarefaction ſeule du Mercure, & la variation qu'elle produit dans le Barometre double, indépendamment de la rarefaction de la liqueur; on vera enſuite plus aiſément quelle modification cette derniére cauſe apporte à l'éffet de la premiére.

La colomne de Mercure priſe depuis le niveau de la hauteur où le Mercure eſt dans la Boëte inférieure, juſqu'à la hauteur qu'il a dans la Boëte ſupérieure; c'eſt-à-dire, la colomne marquée DA ou $DK + KA$, eſt ſoûtenuë en partie par le poids de l'Athmoſphere, & en partie par celui de la liqueur. Cette colomne étant en équilibre avec ces deux poids dans le grand froid, il s'en faut beaucoup qu'elle ne ſoit encore en équilibre avec les mêmes poids dans le grand chaud. Pour demeurer en équilibre, il faudroit, ſelon les remarques précédentes, que ſi elle étoit de 28 pouces 9 lignes dans le grand froid, elle eût 3 lignes de plus dans le grand chaud, & qu'elle fût de 29 pouces; mais le Tuyau eſt ſi menu par rapport à la Boëte, que la dilatation du Mercure par le grand chaud, laquelle augmenteroit conſidérablement

la hauteur de la colomne, si le Tuyau étoit continué sans Boête, ne donne dans la Boête qu'une augmentation de hauteur presque insensible.

Supposons que le diametre du Tuyau soit d'une ligne, & celui de la Boête d'un pouce ou de 12 lignes; la capacité de la Boête sera à celle du Tuyau, comme 144 à 1; car les capacités sont entr'elles comme les quarrés des diametres. Supposons encore que dans les deux Boêtes considérées comme de parfaits Cylindres, il y ait en tout un pouce & demi de Mercure. Supposons enfin, que le Tuyau recourbé qui en est rempli dans toute sa longueur depuis une Boête jusqu'à l'autre, soit égal à un Cylindre droit de même base, & de 32 pouces de longueur, qui est en effet à peu près celle qu'on lui donne ordinairement, les trois demi-pouces des Boêtes rempliroient dans un Tuyau de même diametre que celui que nous supposons, 144 fois trois demi-pouces, ou 216 pouces, qui ajoûtés aux 32, font 248 pouces : ainsi voilà 248 pouces de Mercure, à les mesurer dans un Tuyau d'une ligne de diametre.

Maintenant le grand chaud les dilatant d'une $\frac{1}{115}$ partie, donneroit une augmentation de deux pouces & deux lignes, ou de 26 lignes; mais dans la Boête dont la capacité est 144 fois aussi grande que celle du Tuyau, ces 26 lignes se réduiront à une hauteur, qui ne sera que la 144.e partie de 26 lignes; ce qui ne va pas à $\frac{1}{5}$ de ligne.

On voit donc par ce calcul, qu'une colomne de Mercure de 28 pouces 9 lignes, faisant équilibre dans le grand froid avec le poids de l'Athmosphere, joint à celui de la liqueur, ne devient plus longue dans le grand chaud, que d'une quantité à peine sensible dans la Boête, au lieu qu'elle devroit s'allonger de trois lignes pour demeurer en équilibre avec les mêmes poids : d'où il arrivera que ces poids feront baisser dans la Boête inférieure, & hausser dans la supérieure le Mercure, jusqu'à ce que la colomne comprise entre les deux surfaces, ait les trois lignes de plus que demande l'équilibre.

Quand je dis les trois lignes de plus que demande l'équilibre,

cela s'entend, le poids de la liqueur demeurant le même; ce qui ne ſçauroit être : car le Mercure ne peut baiſſer dans la Boête inférieure de la moitié de trois lignes, ou d'une ligne & demie, que la liqueur ne baiſſe de la même quantité dans la même Boête, & cette abbaiſſement en produira un dans le petit Tuyau de la liqueur, qui ſera à celui de la Boête comme le quarré du diametre de la Boête au quarré du diametre du Tuyau. Il s'en faudra donc de beaucoup que la liqueur n'ait la même hauteur qu'elle avoit auparavant, & par conſéquent qu'elle ne ſoûtienne la même partie du Mercure qu'elle ſoûtenoit : ainſi le Mercure remontera dans la Boête inférieure, & fera remonter la liqueur dans le Tuyau juſqu'à un point d'équilibre qui donnera à la colomne de Mercure, compriſe entre les deux ſurfaces, moins de 3 lignes de plus, c'eſt-à-dire, qui lui ôtera une partie des 3 lignes de plus qu'elle avoit, & qui rendra à la liqueur moins de hauteur qu'elle n'avoit avant la dilatation du Mercure, mais plus qu'elle n'en conſervoit dans la ſuppoſition du Mercure baiſſé d'une ligne & demie dans la Boête inférieure.

Mais ce n'eſt pas là tout. Nous n'avons point encore conſidéré l'effet de la rarefaction de la liqueur ; nouvelle conſidération qui fait un nouvel embarras. La liqueur en ſe rarefiant devient moins peſante, & occupe plus de place; ſi elle étoit toute contenuë dans un même Tuyau, ſa hauteur n'augmenteroit qu'à proportion de ce qu'elle perd de ſa peſanteur, & l'équilibre ſe maintiendroit; mais par la différence des capacités de la Boête & du petit Tuyau, la rarefaction la fait monter dans le petit Tuyau bien au de-là de la hauteur qui ſuffiroit pour lui conſerver ſon poids ſur le Mercure; elle ſera donc deſcendre le Mercure dans la Boête inférieure, juſqu'à ce qu'elle même ſoit deſcenduë au point de hauteur qui lui eſt néceſſaire pour contrepeſer la partie qu'elle doit ſoûtenir de la nouvelle colomne de Mercure.

Voilà les difficultés qu'il faut démêler par l'analyſe, pour déterminer dans l'exactitude géometrique la part qu'a la chaleur dans les variations du Barometre double de M. Hughens, & pour

& pour se mettre en état d'en diminuer l'erreur avec lumiére. Mes recherches sur cela se bornent dans la solution des Problêmes suivans.

PROBLEME I.

Les Volumes du Mercure & de la liqueur étant donnés avec le rapport de leurs pesanteurs entr'elles, & celle de l'Athmosphere; les diametres des Tuyaux & des Boëtes; les longueurs HL, LSG *du Tuyau rempli de Mercure, & la hauteur* VP *de la Boëte inférieure étant aussi des grandeurs données; trouver la hauteur* F *de la liqueur dans l'état d'équilibre.*

Soient t le diametre du Tuyau $HLSG$; θ celui du Tuyau ER, & a celui des Boëtes, lesquelles je suppose d'égal diametre. Si l'on nomme m la longueur d'un Tuyau que la quantité donnée de Mercure rempliroit, & qui est supposé d'un diametre égal à t, & n la longueur que la quantité donnée de la liqueur occuperoit dans un Tuyau comme le sien du diametre θ; le produit mtt exprimant la quantité du Mercure, $n\theta\theta$ exprimera celle de la liqueur. Soient g la pesanteur du Mercure, & f celle de la liqueur. Soient enfin les autres quantités données VP, h; la longueur du Cylindre égal à $GGSSLL$, b; LH, c; DO ou $DK+KO$, (longueur de la colomne de Mercure soûtenuë par le poids seul de l'Athmosphere) d.

Nommant EF, x, on a la quantité de liqueur contenuë dans la partie du Tuyau $EFFE = \theta\theta x$, & la quantité contenuë dans la partie de la Boëte $CVVC = CV \times aa$; & la somme de ces deux quantités étant égale à toute la quantité donnée, qui est $n\theta\theta$, on a $\theta\theta x + CV \times aa = n\theta\theta$, ou $CV \times aa = n\theta\theta - \theta\theta x$, & par conséquent $VC = \frac{n\theta\theta - \theta\theta x}{aa}$. $CP = VP - VC = \frac{aah - n\theta\theta + \theta\theta x}{aa}$; & la capacité $CPPC = aah - n\theta\theta + \theta\theta x$. La recourbure $GLLG = btt$; $LHHL = ctt$; la hauteur $BH = LH - LB$ ou $PC = \frac{aac - aah + n\theta\theta - \theta\theta x}{aa}$; $KO = DO$

$-DK$ ou $BH = \frac{aad - aac + aah - n\theta\theta + \theta\theta x}{aa}$, & la capacité $KOOK = aad - aac + aah - n\theta\theta + \theta\theta x$.

OA, hauteur de la partie du Mercure soûtenuë par le poids de la liqueur, se trouve par cette Analogie, g (pesanteur du Mercure) . f (pesanteur de la liqueur) :: $FE + VC$ $\left(\frac{aax + \theta\theta x - n\theta\theta}{aa}\right)$. $\frac{faax - f\theta\theta x + fn\theta\theta}{gaa} = OA$, & la capacité $OAAO = \frac{faax + f\theta\theta x - fn\theta\theta}{g}$.

Maintenant la quantité donnée de Mercure remplissant les capacités *CPPC*, *GLLG*, *LHHL*, *KOOK* & *OAAO*, on a $mtt = aah - n\theta\theta + \theta\theta x + btt + ctt + aad - aac + aah - n\theta\theta + \theta\theta x + \frac{faax - f\theta\theta x + fn\theta\theta}{g}$; ou $2g\theta\theta x + faax - f\theta\theta x = gmtt + 2gn\theta\theta + gaac - 2gaah - gbtt - gctt - gaad - fn\theta\theta$; d'où l'on tire l'égalité *A*.

$$A \ldots x = \frac{gmtt + 2gn\theta\theta + gaac - 2gaah - gbtt - gctt - gaad - fn\theta\theta}{2g\theta\theta + faa - f\theta\theta}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

PROBLÊME II.

La pesanteur de l'Athmosphere demeurant la même, & toutes les grandeurs données dans le Problême précédent, étant encore données dans celui-ci, trouver la différence de la hauteur de la liqueur dans le grand chaud, à sa hauteur dans le grand froid.

SOLUTION.

Ce que la dilatation du Mercure & de la liqueur dans le grand chaud ajoûte à leurs volumes étant connu, & par conséquent aussi le nouveau rapport de leurs pesanteurs, je prends $mtt \times \frac{1}{q}$ pour l'augmentation du volume précédent mtt du Mercure, & $n\theta\theta \times \frac{1}{r}$ pour celle du volume $n\theta\theta$ de

la liqueur; & nommant les nouvelles peſanteurs f, v, je mets dans la précédente égalité A, au lieu de mtt, $mtt + \frac{1}{q} mtt$; au lieu de $n\theta\theta$, $n\theta\theta + \frac{1}{r} n\theta\theta$; & f, v, au lieu des peſanteurs g, f. Je mets auſſi pour d (hauteur dans l'égalité A de la colomne du Mercure, ſoutenuë par le poids ſeul de l'Athmoſphere) $d + \frac{1}{q} d$, à cauſe du nouveau rapport de la peſanteur du Mercure à celle de l'Athmoſphere qui demeure la même. Cette ſubſtitution changera l'égalité A du grand froid, en l'égalité B du grand chaud

$$B \ldots x = \overline{fmtt + \frac{1}{q} fmtt + 2fn\theta\theta + \frac{1}{r} \times 2fn\theta\theta + faac} \overline{- 2faah - fbtt - fctt - faad - \frac{1}{q} faad - vn\theta\theta} \overline{- \frac{1}{r} vn\theta\theta} \times \frac{1}{2f\theta\theta + vaa - v\theta\theta}.$$

Il eſt évident que ſubſtituant dans les deux égalités A & B, au lieu des lettres leurs valeurs données, on aura deux valeurs de x (hauteur de la liqueur) l'une pour le froid, & l'autre pour le chaud; & que retranchant l'une de l'autre, leur différence ſera celle des hauteurs. *Ce qu'il falloit trouver.*

Exemple. Si la liqueur du Barometre eſt de l'Eſprit de vin, & que mtt & $n\theta\theta$ ſoient les volumes de Mercure & d'Eſprit de vin donnés dans le grand froid; la peſanteur du Mercure dans le grand froid étant à celle de l'Eſprit de vin comme 16 à 1, on aura pour ce cas du grand froid l'égalité C.

$$C \ldots x = \frac{16mtt + 31n\theta\theta + 16aac - 32aah - 16btt - 16ctt - 16aad}{31\theta\theta + aa}.$$

Mais, comme on a déja dit, les volumes mtt & $n\theta\theta$ devenant dans le grand chaud $mtt + \frac{1}{q} mtt$; $n\theta\theta + \frac{1}{r} n\theta\theta$; c'eſt-à-dire, ſuivant les expériences de M. Amontons, & de pluſieurs autres, $mtt + \frac{1}{115} mtt$, & $n\theta\theta + \frac{1}{27} n\theta\theta$. d devenant auſſi $d + \frac{1}{115} d$, & le rapport de la peſanteur du Mercure à celle de l'Eſprit de vin étant alors celui de 33 à 2;

on aura pour le cas du grand chaud l'égalité *D*.

$$D..\ x = \overline{33mtt + \tfrac{33}{115}mtt + 64n\theta\theta + \tfrac{64}{27}n\theta\theta + 33aac - 66aah - 33btt - 33ctt - 33aad - \tfrac{33}{115}aad} \times \frac{1}{64\theta\theta + 2aa}.$$

Et multipliant le numérateur & le dénominateur de la fraction par $27 \times 115 = 3105$, il viendra l'égalité *E*.

$$E...\ x = \overline{103356mtt + 206080n\theta\theta + 102465aac - 204930aah - 102465btt - 102465ctt - 103356aad} \times \frac{1}{19872\theta\theta + 6210aa}.$$

Soient présentement les grandeurs désignées par les lettres qui restent, prises telles qu'on les voit ici :

$$\left\{\begin{array}{l} a = 12; \\ t = 1; \\ \theta = V\tfrac{1}{2}; \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} b = 48 \text{ lign.} \\ c = 336 \text{ lign.} \\ d = 340 \text{ lign.} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} h = 46. \\ m = 2908 + \tfrac{1}{2}. \\ n = 11664. \end{array}\right.$$

On aura $mtt = 2908$ lignes & demie de Mercure dans un Tuyau d'une ligne de diametre, qui donnent 242 pouces, 4 lignes & demie, quantité ordinaire. On aura aussi $n\theta\theta = 11664$ lignes, d'Esprit de vin dans un Tuyau d'un diametre $= V\frac{1}{2}$ ligne ou 5832 lignes dans un Tuyau d'une ligne de diametre, qui sont 40 lignes & demie dans la Boëte inférieure, dont le diamettre est supposé de 12 lignes. C'est la quantité d'Esprit de vin que M. Amontons prenoit pour détruire l'erreur du Barometre.

En substituant dans l'égalité *C* ces valeurs données, on trouvera $x = o$; c'est-à-dire, que la hauteur de l'Esprit de vin dans le grand froid sera à niveau de la Boëte, ou de l'entrée dans le petit Tuyau.

Mais en substituant ces mêmes valeurs dans l'égalité *E* du grand chaud, on trouvera $x = 3$ lignes $+ \frac{2303}{4968000}$; c'est-à-dire, que dans le grand chaud, la hauteur de l'Esprit de vin

dans le petit Tuyau, sera d'un peu plus de 3 lignes; ce qui ne donne pas une erreur de $\frac{1}{4}$ de ligne de Mercure.

PROBLEME III.

Toutes les grandeurs données dans le précédent, étant encore données dans celui-ci, excepté le volume de la liqueur; trouver ce volume requis pour que l'équilibre se conserve à la même hauteur dans le grand froid, & dans le grand chaud.

SOLUTION.

En mettant dans les égalités A & B, les valeurs données; on tirera deux valeurs de x en n par la supposition : ces deux valeurs étant égales, leur comparaison donnera la valeur de n; cette valeur étant mise dans l'une ou dans l'autre des deux égalités A & B, on en tirera la valeur de x.

Si l'on prend le même volume de Mercure qu'auparavant $=2908$ lignes & $\frac{1}{2}$, & que la liqueur soit encore de l'Esprit de vin, on trouvera $n\theta\theta$ qui en exprime le volume requis, $=5848+\frac{1}{2}+\frac{8081497}{28733440}$, valeur qui donnera celle de x $=6$ & un peu moins de $\frac{11}{18}$; c'est-à-dire, que le volume d'Esprit de vin que l'on demande, est de $5848+\frac{1}{2}+\frac{8081497}{28733440}$, & que la hauteur d'Esprit de vin est hors de la Boête de 6 lignes & un peu moins de $\frac{11}{18}$.

A présent si l'on vouloit trouver une valeur d'Esprit de vin qui donnât la même hauteur dans le grand froid & dans le grand chaud, en prenant x dans la Boête, il faudroit former deux nouvelles égalités. Pour cet effet, soit la surface superieure de l'Esprit de vin en NN, & soit VN ou EF appellée x, on aura $CPPC=aah-n\theta\theta-aax$; $KOOK$ $=aad-aac+aah-n\theta\theta-aax$ & $OAAO$ $=\frac{f}{g}\times n\theta\theta$; d'où l'on tirera l'égalité F du grand froid. Fig. 2.

$$F\ldots\ x=\frac{2gaah+gaad+gbtt+gctt+fn\theta\theta-2gn\theta\theta-gmtt-gaac}{2gaa}.$$

Sur cette égalité on formera celle du grand chaud, & en

faiſant enſuite les ſubſtitutions, & toutes les opérations requiſes, on trouvera $n\theta\theta$ qui exprime le volume de l'Eſprit de vin, $=$ 5431 lignes $\frac{1}{2}$, & quelque choſe de plus, valeur qui donnera celle de $x = 2$ lignes $\frac{3}{4}$ environ, c'eſt-à-dire, que le volume cherché d'Eſprit de vin eſt de 5431 lign. $\frac{1}{2}$ & un peu plus dans un Tuyau d'une ligne de diametre, & que la hauteur de l'Eſprit de vin eſt dans la Boëte au deſſous de l'entrée du Tuyau *ER* 2 lign. $\frac{3}{4}$ environ.

PROBLEME IV.

Tout ce qui regarde les Boëtes, les Tuyaux & les Peſanteurs, étant encore donné, déterminer le volume du Mercure & celui de la liqueur néceſſaire, pour que l'équilibre, dans le grand froid & dans le grand chaud, ſe faſſe à une même hauteur donnée.

SOLUTION.

Nous ſuppoſons toûjours que la liqueur eſt de l'Eſprit de vin. Les valeurs données étant ſubſtituées dans les égalités *C* & *D*, on n'aura d'inconnuës que *m* & *n*. Prenant donc deux valeurs, ou de *n*, ou de *m*, c'eſt-à-dire, de l'inconnuë qu'on voudra dégager la premiére, & cette valeur étant ſubſtituée dans l'une ou dans l'autre des deux égalités, donnera la valeur de l'aure inconnuë.

Soit, par exemple, la hauteur donnée $= 0$; c'eſt-à-dire, ſi l'on veut que la ſurface ſupérieure de la liqueur ſoit à niveau de la ſurface ſupérieure de la Boëte, dans le grand froid & dans le grand chaud, on trouvera par les opérations preſcrites, que le volume du Mercure doit être de 3913 lignes $+ \frac{15497}{23311}$, & celui de l'Eſprit de vin, de $5151 + \frac{1}{2} + \frac{25}{63} + \frac{8470}{23311} \times 30$ environ 5152 lignes.

PROBLEME V.

Les deux Boëtes Q *&* T *ont un diametre égal, & ce diametre est à celui du Tuyau* ER :: a . θ. *Il y a du Mercure dans les Boëtes & dans le Tuyau recourbé depuis* CC *jusqu'à* AA. *Le Mercure est soûtenu à la hauteur* DA, *au dessus du niveau, par le poids de l'Athmosphere, joint à celui de la liqueur contenuë dans la Boëte* T, *& dans le Tuyau depuis* CC *jusqu'à* EF. Fig. 3.

On demande la hauteur R, *telle que la liqueur y étant en équilibre, la colonne de Mercure soûtenuë par le poids seul de l'Athmosphere, soit moindre qu'elle n'étoit de la quantité donnée* l.

Appellant DA, d; la hauteur CF donnée e, la pesanteur specifique du Mercure g, & celle de la liqueur f soit $FR = x$, la liqueur ne peut monter dans le Tuyau, que le Mercure ne descende dans la Boëte Q, & ne monte par conséquent dans la Boëte T. Supposons qu'il soit descendu de A en I dans l'une, & monté de C en M dans l'autre, il est évident que la descente AI du Mercure dans la Boëte Q, où la hauteur CM à laquelle il est monté dans la Boëte T, doit être à FR (x) en raison réciproque de AA^2 ou CC^2, (aa) à FF^2 $(\theta\theta)$; on aura donc AI ou $CM = \frac{\theta\theta x}{aa}$; on a $IM = AD - AI - DM$ ou $CM = d - \frac{2\theta\theta x}{aa}$; on a aussi $FR - CM = x - \frac{\theta\theta x}{aa}$.

Cela posé, la colomne IM n'étant plus petite que la colomne AD, que de la quantité $AI + CM$, c'est-à-dire de deux AI ou de deux CM $\left(\frac{2\theta\theta x}{aa}\right)$ & n'étant pas diminuée de toute la quantité l, il s'ensuit que la hauteur $l - 2AI$ est soûtenuë par $FR - CM$ $\left(x - \frac{\theta\theta x}{aa}\right)$ ainsi on aura $g . f :: x - \frac{\theta\theta x}{aa} . l - \frac{2\theta\theta x}{aa}$; ce qui donne, en

multipliant les moyens & les extrêmes $fx - \frac{f\theta\theta x}{aa} = gl - \frac{2g\theta\theta x}{aa}$, ou $aafx - f\theta\theta x + 2g\theta\theta x = aagl$, & $x = \frac{aagl}{aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta}$. Si l'on fait $aa = 288$, $\theta\theta = 1$; $g = 16$, $f = 1$, on aura $aagl = l \times 288 \times 16 = 4608l$, & $aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta = 288 - 1 + 32 = 319$; donc $x = \frac{aagl}{aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta} = \frac{4608}{319} l = l \times \overline{14 + \frac{142}{319}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

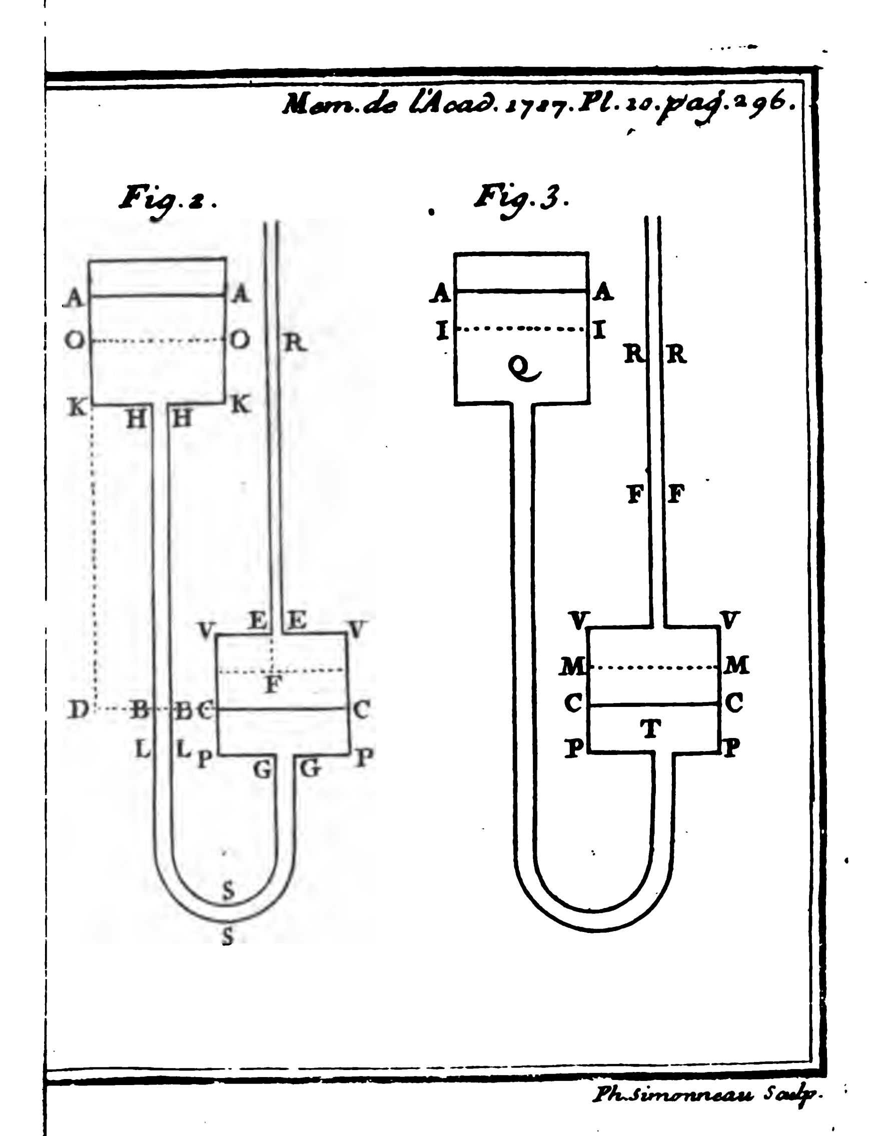
On trouvera pour le grand chaud, en faisant $g = 33$ & $f = 2$, $x = l \times \overline{14 + \frac{563}{575}} = l \times \overline{15 - \frac{12}{575}}$.

Dans le chaud moyen où $g = 65$, & $f = 4$, il viendra $x = l \times \overline{14 + \frac{1162}{1633}}$.

Ainsi pour avoir dans le Barometre double dont il s'agit, la quantité de lignes de Mercure, dont le poids de l'Athmosphere est diminué ou augmenté, il n'y a qu'à multiplier la quantité des lignes de diminution ou d'augmentation que donne la liqueur par 319, & diviser le produit par 4608 dans le grand froid. Pour le grand chaud, il faut multiplier par 575, & diviser par 8623. Dans ce dernier cas on peut, sans aucune multiplication, diviser seulement par 15, l'erreur n'étant par ligne de Mercure que de $\frac{1}{48}$ de ligne d'Esprit de vin; de sorte que si la différence entre la plus petite pesanteur & la plus grande n'étoit que de 24 lignes de Mercure, l'erreur totale ne seroit que d'une demi-ligne d'Esprit de vin, ce qui ne donne que $\frac{1}{30}$ de ligne de Mercure. Pour le grand froid, on peut aussi sans aucune erreur sensible multiplier par 2 au lieu de 319, & diviser par 29 au lieu de 4608; l'erreur totale n'ira pas à deux lignes d'Esprit de vin, ce qui donne moins de $\frac{1}{7}$ de ligne de Mercure.

✠

REMARQUES


Mem. de l'Acad. 1727. Pl. 20. pag. 296.
Fig. 2.
Fig. 3.
A A O O K K H H R E E V V F D B B C C L L P P G G S S
A A I I Q R R F F V V M M C C T P P
Ph. Simonneau Sculp.

REMARQUES SUR LES POLYGONES REGULIERS INSCRITS ET CIRCONSCRITS.

Par M. DU FAY.

THEOREME I.

La différence de deux Polygones semblables (PFHZ *&* EGBT) *l'un inscrit & l'autre circonscrit au Cercle* (TBGE) *est égale à un Polygone semblable inscrit au Cercle* (KFRH) *dont le diametre* (FH) *est égal au côté du Polygone* (PH) *circonscrit, ou circonscrit au Cercle* (LN) *qui a pour diametre une ligne égale au côté* (EG) *du Polygone inscrit.* Fig. 1.

ON inscrira & on circonscrira à un Cercle deux Polygones semblables, & on les disposera de façon, que les Angles de l'inscrit touchent le milieu des côtés du circonscrit. On tirera la ligne *AF* du centre qui partagera *EG* en deux également. Sur un des côtés *FH*, comme diametre, on décrira un Cercle, dans lequel on inscrira un Polygone semblable, dont on appliquera un des côtés sur la ligne *AF*. Je dis que ce petit Polygone est égal à la différence du Polygone circonscrit au Polygone inscrit. 6 Déc. 1727.

DÉMONSTRATION.

La différence du Polygone inscrit au circonscrit étant égale à la somme des Triangles *EFG*, *GHB*, &c. & le petit Polygone qui doit être égal à cette différence, étant composé d'un pareil nombre de Triangles égaux à *KGF*, il s'agit seulement de prouver que *KGF* est égal à *GFE*. Le Triangle *GFL* leur est commun, *EL* est égal à *LG* par la construction,

KG eſt égal à *EF*, puiſque *KG* eſt un rayon du Cercle, & que *EF* eſt moitié de *PF*, ou de *FH*, diametre de ce même Cercle; les Angles *KLG* & *ELF* ſont droits; donc le Triangle *ELF* eſt égal au Triangle *KLG*; donc le Polygone entier *FKMSR* eſt égal à la différence du Polygone inſcrit au circonſcrit.

On voit que ce Polygone qui exprime la différence, eſt égal à celui qui ſeroit circonſcrit au Cercle, dont le diametre ſeroit un des côtés du Polygone inſcrit; car chacun des Triangles qui le compoſent, a pour hauteur *GL*, qui eſt un rayon de ce Cercle, & moitié du côté du Polygone inſcrit. On tire de cette ſeconde partie du Théorême le Corollaire ſuivant, qui eſt une propoſition déja connuë, mais qui ſervira dans la ſuite.

COROLLAIRE I.

Les Cercles inſcrits & circonſcrits aux Polygones réguliers ſont entr'eux comme les Polygones ſemblables inſcrits & circonſcrits au Cercle, puiſqu'ils peuvent être regardés comme ayant pour diametres les côtés des Polygones alternativement inſcrits & circonſcrits au Cercle; ainſi le Cercle circonſcrit au Quarré, eſt au Cercle inſcrit, comme le Quarré circonſcrit au Cercle, eſt au Quarré inſcrit, & ainſi des autres.

COROLLAIRE II.

Il ſuit de-là que ſi deux Cercles ſont, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit à un Polygone régulier, le Cercle qui aura pour diametre l'un des côtés de ce Polygone, ſera égal à la différence des deux Cercles, c'eſt-à-dire, à la couronne compriſe entre deux.

Fig. 2.

COROLLAIRE III.

Si au lieu de deux Cercles, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit, ce ſont des Polygones ſemblables entr'eux, mais différens de celui du milieu, ils ſeront en même rapport que les Cercles, & ſeront auſſi renfermés dans la même propoſition

générale : c'est-à-dire, que si deux Octogones sont, l'un inscrit, & l'autre circonscrit au Quarré, l'Octogone inscrit au Cercle, qui aura pour diametre l'un des côtés du Quarré, sera égal à la différence des deux Octogones, ou à l'espece d'Anneau angulaire *ABCD*. Fig. 3.

Il faut remarquer qu'alors les Polygones inscrits & circonscrits à un autre Polygone, sont entr'eux en même rapport que le Polygone du milieu considéré comme inscrit au Cercle, seroit à un Polygone semblable circonscrit au même Cercle ; car puisque les Cercles inscrits & circonscrits aux Polygones sont entr'eux comme des Polygones semblables inscrits & circonscrits au Cercle, il est évident que les Polygones inscrits & circonscrits à un autre, sont aussi en même rapport, puisqu'ils peuvent être considérés comme inscrits à ces mêmes Cercles.

COROLLAIRE IV.

Dans les Polygones pairs, si l'on tire des lignes *AB, CD; AE, FD,* &c. par l'extrémité de tous les côtés paralleles *AC, BD, AF, ED,* &c. du Polygone inscrit, ces lignes formeront par leur interfection un Polygone semblable *(HIKL)* Fig. 4. égal à la différence, puisqu'il sera renfermé entre les mêmes paralleles que celui qui auroit pour hauteur l'un des côtés du Polygone inscrit qu'on a vû lui être égal par le Théorême.

Dans les Polygones impairs, il faut tirer une perpendiculaire sur l'une des extrémités de chaque côté du Polygone inscrit, & ces lignes formeront de même un Polygone semblable & égal à la différence ; la démonstration est la même. On remarquera seulement que comme dans le Triangle la différence est plus grande que le Triangle inscrit, ces lignes ne se rencontrent point au dedans de l'inscrit comme dans les autres Polygones, mais forment par leur prolongation des deux côtés, un Triangle plus grand que l'inscrit, & moindre que le circonscrit, comme on le voit *Fig. 5*. Fig. 5.

Dans le Quarré les lignes tirées par l'extremité des côtés paralléles du Quarré inscrit, réforment ce même Quarré,

parce que le Quarré circonſcrit eſt double de l'inſcrit, & que par conſéquent la différence eſt égale au Quarré inſcrit.

COROLLAIRE V.

Dans les Polygones impairs, le Trapeze *BMNH* eſt égal au Triangle *GMN*, car on a vû que *GMS* eſt égal
Fig. 1. à *GBH*; or *GMN* eſt moitié de *GBH*, dont le Trapeze qui en eſt l'autre moitié, eſt égal à *GDH*.

On peut auſſi trouver dans les Polygones pairs un Trapeze ſemblable, ſi l'on diſpoſe le Polygone qui exprime la différence, en ſorte que le côté du circonſcrit coupe deux de ſes côtes à Angles droits.

On peut déduire du 3ᵉ Corollaire le Problême ſuivant.

PROBLEME.

Décrire deux Polygones ſemblables, qui ſoient en même rapport qu'un autre Polygone quelconque circonſcrit, à un ſemblable inſcrit, & dont la différence ſoit exprimée par un Polygone ſemblable au premier.

Fig. 6. Si l'on veut avoir deux Triangles (*ABC, DEF*) qui ſoient l'un à l'autre comme 4 à 3, ou comme l'Hexagone circonſcrit à l'Hexagone inſcrit; on inſcrira & circonſcrira à l'Hexagone deux Cercles, & à chacun de ces Cercles on inſcrira un Triangle; ces deux Triangles ſeront dans le rapport que l'on demande. Si on veut avoir un Triangle qui en exprime la différence, on l'inſcrira dans un Cercle qui aura pour diametre l'un des côtés (*HB*) de l'Hexagone.

DÉMONSTRATION.

On a vû par le premier Corollaire, que les Cercles inſcrits & circonſcrits à un Polygone, ſont entre eux comme ce Polygone inſcrit au Cercle, eſt au circonſcrit, & qu'alors le Cercle décrit ſur l'un des côtés de ce Polygone comme diametre eſt égal à la différence; il eſt évident qu'il en eſt de même des Polygones ſemblables qui ſont par la conſtruction inſcrits à ces mêmes Cercles.

Cette proposition est vraye dans tous les cas; car si le Polygone auquel les deux autres sont, l'un inscrit, & l'autre circonscrit, est d'un moindre nombre de côtés, & que ce nombre soit une partie aliquote du nombre des côtés des deux autres, il n'y a nulle difficulté à les inscrire, ni à les circonscrire au Polygone du milieu, puisqu'alors pour circonscrire le Polygone du plus grand nombre de côtés à celui qui en a moins, il n'y a qu'à les circonscrire au même cercle; ainsi l'Hexagone circonscrit au Triangle, est circonscrit au même Cercle que le Triangle : mais si le Polygone du milieu a un plus grand nombre de côtés, ou que l'un de ces nombres ne soit pas un multiple de l'autre, on ne pourra pas les inscrire réguliérement : ils n'en seront cependant pas moins renfermés dans la proposition générale, car il faudra toûjours les inscrire aux Cercles qui seront, l'un inscrit & l'autre circonscrit à ce Polygone, & considérer alors le plus grand, comme s'il étoit effectivement circonscrit au Polygone du plus grand nombre de côtés, comme on le voit dans l'exemple que nous avons pris des deux Triangles, dont j'ai considéré le plus grand *(ABC)* comme circonscrit à l'Hexagone, parce qu'il est inscrit au Cercle qui est circonscrit à l'Hexagone.

Si l'on circonscrivoit réellement un Triangle à l'Hexagone, c'est-à-dire, au Cercle dans lequel l'Hexagone est inscrit, on auroit de nouveaux rapports qu'il est aisé de découvrir ; ainsi dans cet exemple, le rapport du Triangle *KLM* au Triangle *DEF*, est composé du rapport du Triangle circonscrit à l'inscrit, & du rapport de l'Hexagone circonscrit à l'Hexagone inscrit, c'est-à-dire, du rapport de 4 à 1 & de celui de 4 à 3, donc ils sont entr'eux comme 16 à 3, & ainsi des autres.

THEOREME II.

Soit un Polygone régulier inſcrit au Cercle, ſoient tirées des lignes du centre à tous les Angles, & ſur le milieu des côtés de ce Fig. 7. *Polygone; ſi l'on prend la moitié* (BC) *d'un des côtés du Polygone, que de ce point* C *on abaiſſe une perpendiculaire ſur la ligne* AD, *au point* D, *que de ce point on en abbaiſſe une autre ſur la ligne* AE, *du point* E *une autre ſur la ligne* AF, *& ainſi de ſuite juſqu'à la derniére, qui ſera abbaiſſée ſur la ligne* AB, *on aura une eſpece de Polygone ſpiral, dont le nombre des côtés ſera double plus un du nombre de ceux du Polygone régulier, & dont la valeur ſera exprimée par cette formule:*

$$s = \frac{a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}bb + a^{n-4}b^3}{a^{n-2}}, \text{\&c.}$$

DÉMONSTRATION.

On peut conſidérer cette figure comme formée par autant de Polygones moins un qu'elle a de côtés, & chacun de ſes côtés comme étant moitié de celui de chacun de ces Polygones pris ſucceſſivement, en commençant par le plus grand, car la ligne *CD*, perpendiculaire à la ligne *AB*, eſt moitié du côté d'un Polygone ſemblable inſcrit au premier, & ainſi des autres: par conſéquent le Triangle *ABC* eſt au Triangle *ACD*, comme le Polygone circonſcrit dont il fait partie eſt au Polygone inſcrit; il eſt clair que le même rapport regne dans tous les autres Triangles, ainſi on aura une Progreſſion géométrique continuë, dont le nombre des termes ſera égal à celui des Triangles, c'eſt-à-dire, à deux fois le nombre des côtés du Polygone régulier, & le rapport ſera celui du Polygone circonſcrit au Polygone inſcrit.

Soit le premier Triangle $= a$, le ſecond $= b$, le troiſiéme ſera $\frac{bb}{a}$, le quatriéme $\frac{b^3}{aa}$, &c. & le Polygone ſpiral, ou la ſomme de tous les Triangles ſera égale à $a + b + \frac{bb}{a}$

$+\frac{b^3}{aa}$, &c. ainſi mettant n pour le nombre des côtés, & réduiſant les fractions à même dénomination, on aura

$$ſ = \frac{a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}bb+a^{n-4}b^3}{a^{n-2}}, \&c.$$

On peut auſſi ſe ſervir de la formule ſuivante, dont le nombre des termes eſt fini.

$$ſ = \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - a^{n-2}b}.$$

DÉMONSTRATION.

Le premier terme de la progreſſion étant a, le ſecond b, le troiſiéme $\frac{bb}{a}$, le dernier ſera $\frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}$, la ſomme des antécédents ſera $ſ - \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}$, la ſomme des conſéquents ſera $ſ - a$, donc on a cette proportion $ſ - \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}} . ſ - a :: a . b$, d'où l'on tire $bſ - \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}} = ſa - aa$, & ôtant la fraction : $a^{n-2}bſ - b^{n-1} = ſa^{n-1} - a^n$. faiſant paſſer $ſ$ dans un membre, $ſa^{n-1} - a^{n-2}bſ = a^n - b^n$, enfin dégageant $ſ$,

$$ſ = \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - a^{n-2}b}.$$

COROLLAIRE I.

Ayant décrit le Polygone ſpiral $ABFH$, &c. ſi l'on porte ſur AC la longueur de la ligne CB au point D, ſur CB la longueur de la ligne CF au point E, ſur CE la longueur CH au point G, & ainſi de ſuite, & qu'on tire les côtés DE, EG, GK, &c. paralléles aux côtés correſpondants du Polygone ſpiral, on en décrira un ſemblable, qui ſera au premier, comme le Polygone régulier inſcrit, que j'appellerai *Générateur*, eſt au Polygone ſemblable circonſcrit. Fig. 8.

DÉMONSTRATION.

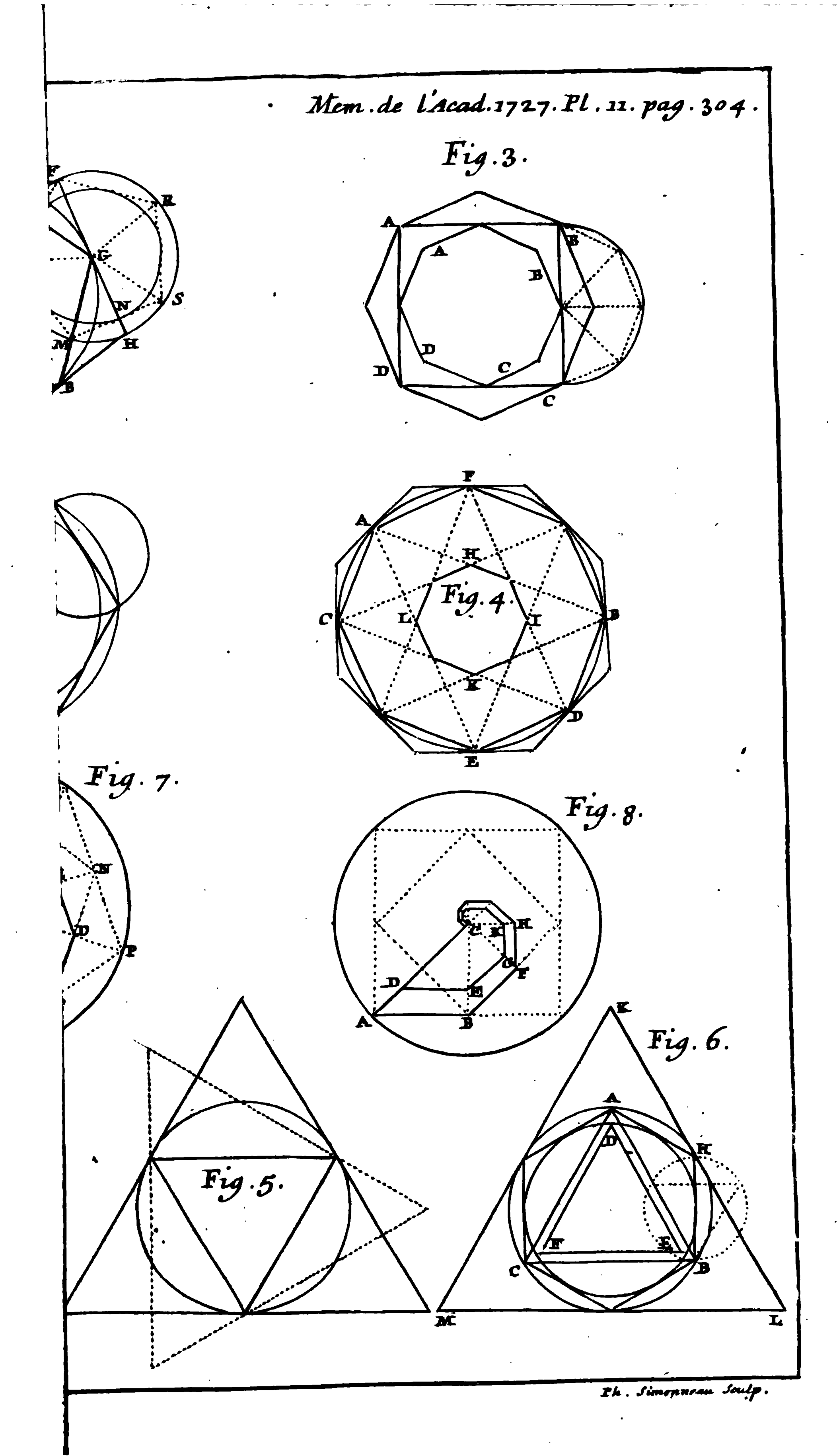
Le Polygone ſpiral intérieur eſt au Polygone ſpiral extérieur, comme le Triangle *CDE*, eſt au Triangle *CAB*; or le Triangle *CDE* eſt égal au Triangle *CBF*, puiſqu'ils ont chacun un Angle droit, & que par la conſtruction *CD* eſt égal à *CB*, & *CE* eſt égal à *CF*; il eſt évident que *CAB* eſt à *CBF*, comme le Polygone generateur circonſcrit, eſt au Polygone ſemblable inſcrit; donc *CDE* eſt à *CAB*, comme le Polygone régulier inſcrit eſt au circonſcrit; donc les Polygones ſpiraux ſont entre eux comme les Polygones generateurs, & le crochet *AD*, *BE*, *FG*, &c. en exprime la différence.

COROLLAIRE II.

Il ſuit de-là que dans les Polygônes réguliers, dont le rapport du circonſcrit à l'inſcrit eſt exprimé par des nombres poſſibles, on aura la valeur du crochet: ainſi dans le Triangle, le crochet eſt quadruple du Polygone ſpiral intérieur; dans le Quarré, il lui eſt égal; dans l'Hexagone, il lui eſt comme 4 à 3, &c.



MEMOIRE



Ph. Simonneau Sculp.

MEMOIRE
SUR
LES DENTS ET AUTRES OSSEMENS DE L'ELEPHANT, TROUVÉS DANS TERRE.

Par M. le Chevalier HANS SLOANE.

C'EST une chose très-remarquable, que parmi cette grande variété de corps hétérogenes, qu'on trouve dans la terre, souvent à des profondeurs si considérables, qu'il est absolument impossible qu'ils eussent pû s'y former & y croître, il y ait beaucoup moins de productions de la terre que de la mer. On observe même, que parmi celles qui ne peuvent qu'avoir été originaires de la terre, le nombre des Végétaux excede celui des Animaux terrestres & de leurs parties. Neantmoins l'Histoire des siécles les plus reculés, & les rélations particuliéres de divers Auteurs, tant anciens que modernes, nous apprennent que de tout temps, & presque dans toutes les parties du monde, on a trouvé sous terre des Dents, des Ossemens, & même quelquefois des Squeletes entiers : Et il ne doit pas paroître surprenant, que ceux qui étoient remarquables pour leur figure, & plus encore pour leur grandeur extraordinaire, ayent aussi par-là même mérité une attention plus particuliére. En Irlande, par exemple, on a trouvé sous terre le Bois, les Ossemens, & des Squeletes presque entiers d'une très-grande espece de Cerf, qu'on prend communément pour le *Mouse Deer*, comme les Anglois l'appellent, Cerf d'une grandeur extraordinaire, & dont l'espece, à ce qu'on prétend, subsiste encore dans quelques parties du continent de l'Amerique. Mais de tous les animaux terrestres, dont on trouve les os, ou les dépouilles sous terre, je me bornerai

10 Déc. 1727.

dans ce Mémoire à l'Eléphant seul, & je me contenterai de parler des *Dentes exerti*, ou des Dents d'Yvoire, des Dents molaires, & d'autres Ossemens fossiles de cet animal.

Je commencerai par quelques morceaux assés curieux & singuliers, que j'ai dans mon propre Cabinet, & je passerai ensuite à ceux dont il est parlé dans divers Auteurs, qui sont venus à ma conoissance.

N.° 116 (de mon Cabinet) est une Dent longue (*Dens exertus*,) ou Défense, pour me servir de ce terme, d'un Eléphant. Elle fut trouvée à douze pieds sous terre dans une Carriére de gravier au bout de *Grays-Innlane*, au Nord-Oüest de la ville de Londres. M. Conyers, fameux Apothicaire, il y a environ quarante ans, & qui se plaisoit beaucoup à ramasser toutes sortes de curiosités, eut soin de la conserver, en attachant de petits rubans, & de buscs de Baleine autour de ce qui en étoit resté entier. Comme la plus grande partie étoit tombée en morceaux, on ne sçauroit déterminer rien de précis par rapport à sa longueur. La piéce la plus remarquable, & aussi la plus entiére, a 5 pouces & $\frac{8}{10}$ de long, & 9 pouces $\frac{6}{10}$ de circonférence, ce qui donne un peu plus de 3 pouces de diametre. Cette piéce forma la base de la Dent, je veux dire cette partie par laquelle la Dent est articulée dans la tête de l'Eléphant. Ceci est évident, par une cavité en forme de cone, qui se trouve communément dans la base des Dents d'Yvoire, & qui dans celle-ci est remplie du sable graveleux de la Carriére d'où elle fut tirée. (Fig. 1.)

L'état où l'on trouva cette Dent, me donne occasion de faire les deux remarques suivantes.

En premier lieu, son extrême fragilité, la facilité avec laquelle elle tomboit en piéces presqu'au simple toucher, j'ajoûterai encore une qualité astringente, lorsqu'on l'approche de la langue, montrent combien les vapeurs souterraines sont capables de calciner des substances de cette nature. Plusieurs autres exemples confirment cette observation. Le grand Squelette d'un prétendu Géant, qu'on trouva proche de *Drapani* en Sicile, & dont *Boccace*, dans sa Généalogie des Dieux,

nous a laiſſé une relation aſſés ample, ce remarquable Squelete éléphantin, qui fut tiré d'une Carriére proche de *Toma* en Thuringe, & pour la deſcription duquel nous ſommes obligés au célébre M. *Tentzelius*, enfin deux autres Dents d'Eléphant, l'une longue, l'autre molaire, qui furent trouvées dans le Comté de Northampton, & dont je parlerai plus au long ci-après, avoient tous ſubi le même changement. Il ne s'enſuit pourtant pas de-là, que toutes les Dents ou tout Yvoire, qu'on trouve foſſiles, ſoient calcinés de cette maniére, il y en a au contraire qui ont acquis dans les entrailles de la terre une dureté ſuffiſante pour prendre une fine *politure*. *Thomas Bartholin* entr'autres, parle d'une Dent foſſile qui lui fut envoyée d'Iſlande, & qui ſe trouva tout-à-fait changée en caillou.

Elle peut ſervir, en ſecond lieu, pour montrer que la ſtructure de ces ſortes de Dents, & conſéquemment de l'Yvoire en général, eſt une compoſition de différentes couches, lames ou membranes qui s'enveloppent entr'elles, & ſont arrangées les unes ſur les autres, à peu-près comme les peaux d'un Oignon, ou les cercles annuels qu'on obſerve dans les troncs des Arbres, en les coupant horiſontalement. En effet, ces différentes couches paroiſſent viſiblement dans la plus grande piéce de la Dent en queſtion; cette piéce, comme j'ai remarqué ci-deſſus, formoit la baſe de la Dent, & on y peut compter juſqu'à neuf couches, dont quelques-unes ont plus d'une ligne d'épaiſſeur. Vers le bout de la Dent, où elle ſe termine en pointe, ces différentes couches auſſi ſe réüniſſoient dans trois ou quatre principales, & d'une épaiſſeur aſſés conſidérable. Avec un peu de ſoin, toutes ces couches pourroient ſe diviſer dans un nombre beaucoup plus grand de couches plus minces, dont quelques-unes ne paſſeroient pas peut-être l'épaiſſeur du parchemin. D'ailleurs, la maniére même dont cette Dent tomba en piéces, eſt une preuve aſſés évidente de ſa ſtructure, les morceaux étant concaves par dedans, & convexes par dehors, mais de telle maniére, que les arcs de convexité & de concavité ſont de véritables frag-

Fig. 1. Fig. 2.

mens des cercles concentriques que ces couches formoient; lorsqu'elles étoient entiéres. Le sçavant *Thomas Bartholin* nous apprend dans son Traité *de la Licorne*[a], qu'une partie de la Licorne fossile ayant été calcinée par ordre de *Chrétien IV*, Roi de Dannemarck, on la trouva pareillement composée de couches fort minces, qui se couvroient l'une l'autre. Il conclut de-là, avec beaucoup de raison, que la Licorne n'étoit pas, comme on prétendoit, la Corne d'un Animal, mais bien la Dent, & peu de temps après il eut une excellente occasion de vérifier cette conjecture, quand *Thorlacus Scutonius*, Evêque d'Islande, envoya au fameux *Vormius* la Tête d'une espece singuliére de Baleine des Mers du Nord, appellée *Narvhal*, où une de ces Dents, qui ressembloit si bien à la Licorne fossile, qu'on ne pouvoit douter que l'une & l'autre ne fussent la même chose, étoit actuellement jointe au Crâne. Cependant on ne sçauroit regarder cette structure comme un effet de la calcination, soit par les vapeurs soûterraines, soit par une opération chimique : une coupe horisontale d'une Dent d'Eléphant (N.° 1181 de mon Cabinet) montre qu'elle est naturelle à l'Yvoire; mais cela paroît encore plus évidemment par une autre piéce (marquée 731) où ces couches, par quelque maladie particuliére, se trouvent actuellement séparées les unes des autres, & ressemblent à des feüilles de parchemin, tandis que l'autre bout de la même piéce est un morceau d'Yvoire uni & sain. Les Dents d'un jeune Eléphant, qui mourut dans ce Pays-ci, il y a quelque temps, prouvent la même chose, la couche extérieure, qui étoit un peu humide, s'étant cassée en divers endroits, à mesure que les Dents se séchoient, & s'étant ensuite détachée vers le bout.

[a] *De Unicornu observationes novæ, p. 102.*

Fig. 5. N.° 750 (de mon Cabinet) est partie d'une autre Dent d'Eléphant; elle me fut envoyée du Comté de Northampton, par le Révérend M. *Morton*, qui dans son Histoire naturelle de ce Comté[b] en donne la description suivante : En creusant, dit-il, il y a quelque temps, dans *Bowdon parvu* champ, on trouva une Dent d'Eléphant fort extraordinaire ; c'étoit

[b] *Natural history of Northampton-shire, p. 252.*

une de celles qui ſortent de la Mâchoire ſupérieure de cet ani- «
mal, & qui, à cauſe de leur grandeur & de leur longueur, «
ont été priſes par quelques Ecrivains pour des Cornes. Il y «
avoit juſqu'à ſa couleur naturelle, qui s'étoit conſervée en «
quelque maniére: mais elle étoit devenuë fort fragile, pour «
avoir été long-temps ſous terre; des ouvriers, en la tirant «
dehors, l'avoient caſſée en trois ou quatre morceaux, dont «
deux des plus grands, ayant été heureuſement venus entre «
les mains de M. *Haldſord*, il eut la bonté de m'en faire pré- «
ſent. Le plus grand de ces morceaux avoit un peu plus d'une «
aulne d'Angleterre de long, & le plus petit à peu-près deux «
pieds. A en juger par ce qui étoit reſté, la Dent entiére ne «
pouvoit pas avoir eu moins de ſix pieds de longueur. La «
partie la plus épaiſſe du plus grand morceau dans ma poſſeſ- «
ſion avoit ſeize pouces de tour. On trouva la Dent à plus de «
cinq pieds ſous terre, & les *ſtrata*, ou couches, depuis la «
ſurface de la terre juſqu'à l'endroit où elle fut trouvée étoient «
diſpoſés de la maniére ſuivante. 1. Treize ou quatorze pouces «
de terre noire labourable. 2. Un pied & demi de terre graſſe. «
3. Deux pieds & demi de grands cailloux avec un petit «
mêlange de terre. 4. Argile bleüâtre, dans la partie ſupé- «
rieure de laquelle la Dent fut trouvée. Juſques-là la deſcrip- «
tion de M. *Morton*. J'ajoûterai ſeulement que le morceau, qui eſt entre mes mains, a des marques fort viſibles, non ſeulement de la calcination que la Dent avoit ſubie ſous terre, mais encore de ſa ſtructure *ſ*, *ſ*, *ſ*, ou par couches, telle que je l'ai décrite ci-deſſus.

N.° 1185, eſt le *Dens exertus*, Dent longue, ou Dent d'Yvoire d'un Eléphant, remarquable pour ſa grandeur, & pour s'être ſi bien conſervée. Elle fut trouvée ſous terre en Sibérie. M. *Bell*, habile Chirurgien, l'apporta de de-là, & me la donna. Il l'avoit euë en preſent de la femme du Gouverneur Général de la Siberie, qu'il avoit guerie en paſſant par le pays avec la Caravane qui alloit de Moſcou à la Chine. Elle eſt fort entiére, d'une couleur approchante du brun, & on y remarque fort diſtinctement la cavité en forme Fig. 6.

de Cone, qui se trouve ordinairement à la base de ces sortes de Dents, comme aussi à celle de la Licorne. D'ailleurs, on n'a qu'à la regarder, pour être convaincu que c'est une Dent d'Eléphant. Par dehors, depuis la base *B* par *c* jusqu'au bout *E*, elle a 5 pieds 7 pouces de long, & 4 pieds 10 pouces par dedans en *AdE*. Le bord intérieur de la base *A* est eloigné de l'extrêmité *E* de 3 pieds 10 pouces & $\frac{1}{2}$ en ligne droite. Tout proche de la base, dans l'endroit le plus épais, elle a 1 pied 6 pouces de circonférence, & 6 pouces de diametre. Elle pese 42 livres, poids d'Angleterre, à 16 onces la livre.

On trouve beaucoup de ces Dents, & d'autres ossemens de ce même animal, c'est-à-dire de l'Eléphant, en divers endroits de la Sibérie; & il se fait même un assés gros commerce avec les Dents qu'on vend pour de l'Yvoire par toute la Russie. *Henri Guillaume Ludolf* dans l'Appendice à sa Grammaire Russienne, imprimée à Oxford, en fait mention [a] parmi les Minéraux de la Russie, sous le nom de *Mammotoroikost*, & il rapporte que, selon l'opinion de la plûpart des Russiens, ce sont les Dents & les ossemens d'un Animal qui vit sous terre, & qui surpasse de beaucoup en grandeur tous ceux qui vivent sur terre. Les Médecins s'en servent au lieu de la Licorne, & dans les mêmes maladies; & M. *Ludolf* ayant eu une piéce en présent d'un de ses amis, qui disoit l'avoir reçûë d'un Russien, homme de qualité, retourné depuis peu de la Sibérie, il trouva que c'étoit du véritable Yvoire: il ajoûte pourtant que ceux parmi les Russiens, qui ont plus de sens, soûtiennent que ce sont des Dents d'Eléphant, apportées dans ce pays, & laissées là par les eaux du temps du Déluge Universel.

Everardt Isbrants Ides, que le feu Czar envoya en ambassade à la Cour de la Chine, donne une description si ample & si circonstanciée de ces Dents, & d'autres ossemens fossiles de cet animal qu'on trouve en Sibérie, que j'ai cru devoir la transcrire toute entiére, telle qu'elle se trouve dans la Relation de son Voyage de Moscou à la Chine [b]: C'est dans les
» Montagnes, dit-il, qui sont au Nord-Est de cette Riviére,

[a] *Pag. 92.*

[b] *Recüeil des Voyages au Nord, tome 8. p. 48.*

la *Keta*, qui arrose *Makofskoi*, & va ensuite se perdre dans « l'*Oby*, qu'on trouve les Dents & les os des *Mammuts*. On en « trouve aussi sur les rivages du Fleuve *Jenizea*, des Riviéres « de *Trugan*, *Mangasea*, *Lena*, aux environs de la ville de « *Jakutskoy*, & jusqu'à la Mer Glaciale. Toutes ces Riviéres « passent au travers des Montagnes dont nous venons de parler; « & dans le temps du dégel elles ont un cours de glace si im- « pétueux, qu'elles arrachent les Montagnes, & roulent avec « leurs eaux des piéces de terre d'une grosseur prodigieuse, ce « qui découvre au milieu de ces Montagnes les Dents de « *Mammuts*, & quelquefois des *Mammuts* tout entiers. Un « Voyageur, qui venoit avec moi à la Chine, & qui alloit « tous les ans à la recherche des Dents de *Mammuts*, m'assûra « qu'il avoit trouvé une fois dans une piéce de terre gelée la « Tête entiére d'un de ces animaux, dont la chair étoit cor- « rompuë; que les Dents sortoient hors du museau, droites « comme celles d'un Eléphant, & que lui & ses compagnons « eurent beaucoup de peine à les arracher, aussi bien que « quelques os de la tête, & entr'autres celui du cou, lequel « étoit encore comme teint de sang; qu'enfin ayant cherché « plus avant dans la même piéce, il y trouva un pied gelé « d'une grosseur monstrueuse, qu'il porta à la ville de *Trugan*: « ce pied avoit, à ce que ce Voyageur me dit, autant de cir- « conférence qu'un homme d'une taille médiocre au milieu du « corps. Les gens du pays, *continuë M. Ides*, ont diverses opi- « nions au sujet de ces Animaux. Les Idolâtres, comme les « *Jakutes*, les *Tungutes*, & les *Ostiakes*, disent que les *Mammuts* « à cause du grand froid, se tiennent dans des soûterrains fort « spacieux, dont ils ne sortent jamais, qu'ils peuvent aller çà & « là dans ces soûterrains; mais que lorsqu'ils passent dans un « lieu, le dessus de la caverne s'éleve, & s'abîmant ensuite, « forme dans cet endroit un précipice profond, ainsi que ces « Sauvages assûrent l'avoir vû souvent. Ils sont aussi persuadés « qu'un *Mammut* meurt aussitôt qu'il voit, ou qu'il respire l'air « du jour, & ils soûtiennent que c'est ainsi que périssent ceux « qu'on trouve morts sur les rivages des Riviéres voisines de «

» leurs soûterrains, où ces animaux s'avancent quelquefois in-
» considérément. Telles sont les fictions de ce peuple, qui au
» reste n'a jamais vû de *Mammuts*. Les vieux Russes de Sibérie
» disent & croyent que les *Mammuts* ne sont autre chose que
» des Eléphants, quoique les Dents qu'on trouve, soient un
» peu plus recourbées, & un peu plus serrées dans la mâchoire,
» que celles de ces derniers animaux. Voici quels sont là-dessus
» leurs raisonnemens: Avant le Déluge, disent-ils, leur pays
» étoit fort chaud; il y avoit quantité d'Eléphans, lesquels ayant
» été noyés comme toutes les autres créatures, flotérent sur les
» eaux jusqu'à l'écoulement, s'enterrérent ensuite dans le limon.
» Le climat étant devenu froid après cette grande révolution,
» le limon gela, & avec lui les corps d'Eléphans, lesquels se
» conservent ainsi sans corruption jusqu'à ce que le dégel les
» découvre. Cette opinion n'a rien d'absurde, si l'on en ex-
» cepte le changement du climat, puisqu'il peut fort bien être
» arrivé que les eaux du Déluge qui couvroient tout l'Univers,
» ayent transporté dans ce pays des corps d'Eléphans, qui s'y
» sont ensuite congelés avec la terre. Quoiqu'il en soit, il est
» certain qu'on trouve en Eté des Dents de *Mammuts*, dans
» les endroits que j'ai nommés. Il y en a qui sont noires &
» cassées, vrai-semblablement pour avoir resté sur les rivages
» exposées à l'air pendant tout l'Eté : celles-ci ne servent à
» aucun usage; mais les belles valent autant que l'Yvoire, &
» on les transporte en Moscovie, où l'on en fait des peignes,
» & d'autres ouvrages fort estimés. Le Voyageur dont j'ai
» parlé plus haut, me dit qu'il avoit autrefois trouvé dans une
» tête, deux Dents pesant ensemble 12 livres de Russie, qui
» font environ 400 livres d'Allemagne. Le *Mammut* à qui ces
» Dents ont appartenu, devoit avoir été d'une grosseur extra-
» ordinaire; car les Dents qu'on trouve communément sont
» beaucoup moindres que celles dont nous venons de parler.
» Au reste de toutes les personnes à qui je parlai des *Mammuts*,
» aucune ne put m'assûrer d'en avoir vû en vie, ni m'apprendre
» de quelle figure ils sont faits. Jusqu'ici c'est la description de
M. *Ides*. Je n'ai qu'une remarque à faire là-dessus, qui est
que

que ce qu'il rapporte des Dents noires & caſſées, pourroit ſervir de Commentaire ſur le paſſage ſuivant de Pline : [a] *Theophraſtus autor eſt, & Ebur foſſile candido & nigro colore inveniri, & oſſa è terrâ naſci, invenirique lapides oſſeos.*

[a] *Hiſt. Nat. lib. 36. c. 18.*

Laurence Lang, dans le Journal de ſon voyage à la Chine, où il fut envoyé par le feu Czar dans l'année 1715, fait pareillement mention de ces os [b], & dit, qu'on les trouve aux environs de la riviére *Jeniſei* & proche de *Mangaſea*, le long des rivages & dans les creux que laiſſent dans les montagnes des grands morceaux de terre, que le cours impétueux des riviéres emporte dans le temps du dégel. Il les appelle *os de Maman*, & rapporte deux autres opinions des habitans du pays là-deſſus. Les uns prétendent, à ce qu'il dit, que ce ne ſont pas des véritables Dents, ou os, mais bien une eſpece de Corne foſſile qui a cru dans la terre : d'autres au contraire ſoûtiennent que ce ſont les os du *Behemoth*, & que la deſcription que Job nous a laiſſée de cet animal dans le quarantiéme chapitre, s'accorde parfaitement bien avec leur *Maman*, & que ſur-tout un prétendu paſſage, où il eſt dit *que le* Behemoth *eſt attrapé par ſes propres yeux*, a beaucoup de rapport à la tradition commune des habitans idolâtres de la Sibérie, que le *Maman* ou *Mammut* meurt auſſi-tôt qu'il voit la lumiére du jour. M. *Lang* ajoûte ſur le rapport, à ce qu'il dit, de gens dignes de foi, qu'on a trouvé quelquefois de ces Dents, des os de la Mâchoire & des Côtes, où il y avoit encore du ſang & de la chair toute fraîche. *Jean Bernard Muller* dans ſa relation des mœurs & des uſages des *Oſtiakes* [c], confirme cette obſervation, & nous aſſûre poſitivement qu'on a remarqué que ces « Cornes (comme il les appelle) étoient ſanglantes, lorſqu'on les « caſſoit à la racine où elles ſont creuſes, & que cette cavité « étoit remplie d'une matiére ſemblable à du ſang caillé. Le « même Auteur, entr'autres particularités, rapporte qu'on a ſouvent trouvé avec ces Cornes, des Crânes, & des Mâchoires avec les Dents mâcheliéres, qui y tenoient encore, le tout d'une prodigieuſe grandeur; qu'il en a vû lui-même avec ſes amis, & qu'il en a trouvé une qui peſoit 20 ou 24 livres & davan-

[b] *Etat préſent de la Ruſſie, vol. 2. p. 14. de l'Edition Angloiſe.*

[c] *Ibid. p. 52. &c. Recüeil des Voyages au Nord, tome 8. p. 284.*

tage. Il donne aussi la description de ce *Maman*, sur le rapport de plusieurs personnes qui l'assûroient qu'elles avoient vû de ces animaux dans les cavernes de hautes montagnes au de-là de *Beresowa*. Mais comme cette description paroît fort fabuleuse, & que d'ailleurs l'Auteur lui-même n'a pas crû devoir y ajoûter foi, je n'ai pas jugé à propos de l'inserer ici. Au reste il nomme *Iakatskoy, Beresowa, Mangasea & Obder*, & en général les parties les plus froides de la Sibérie, parmi les endroits où l'on trouve de ces os de *Maman*, dont les gens du pays font diverses sortes d'ouvrages.

L'Auteur de l'Etat présent de la Russie [a], remarque que quelques-uns des prisonniers Suédois que le Czar avoit exilés en Sibérie, gagnoient leur vie dans ce pays-là, en faisant de tabatieress, & d'autres petits ouvrages en yvoire de ces mêmes Dents, & dans un autre endroit [b] il en fait mention parmi les marchandises de la Sibérie, dont le Czar s'étoit reservé le monopole.

[a] Vol. 1. p. 12. de l'Edition Angloise.

[b] Pag. 78.

La plûpart des observations que je viens de rapporter sur les os & les Dents du Mamout (au moins les plus essentielles) se confirment par une Lettre de *Basile Tatischou*, Directeur général des Mines de Sibérie, & Conseiller de Sa Majesté Czarienne au Conseil Métallique, écrite au célébre *Elrick Benzelius*, à present Evêque de Gotheburg, & imprimée dans les *Acta Litteraria Sueciæ* [c], où il fait mention des piéces suivantes, qu'il avoit euës dans sa propre possession: Une grande Corne, comme il l'appelle, qui pesoit 183 livres, & qu'on garde à present à Petersburg dans le Cabinet de Curiosités de Sa Majesté Czarienne, à laquelle il avoit eu l'honneur de la présenter: une autre grande Corne qu'il avoit présenté à l'Académie Imperiale de Petersburg: une autre Corne beaucoup plus grande qu'aucune des deux précédentes, & dont l'yvoire étoit d'un fort bon grain & d'une belle blancheur; il avoit fait couper celle-ci en morceaux & l'avoit travaillée lui-même: une partie du Crâne de l'animal gâtée par le temps, mais qui lui paroissoit être de la grandeur de la tête d'un grand Eléphant; l'os du Crâne étoit fort épais, & avoit une petite

[c] 1725. Trimestre secund. p. 36.

excreſcence à chaque côté, à l'endroit d'où les Cornes ſortent ordinairement; (excreſcence pourtant qui ne paroiſſoit pas aſſés conſidérable à l'Auteur pour oſer affirmer qu'il y eut jamais eu des Cornes attachées,) la cavité qui contenoit la cervelle étoit fort petite à proportion de la grandeur de la tête : il avoit trouvé en outre un os ſpongieux, long d'un pied & demi, large de trois pouces, & attaché à une partie du Crâne; la figure de cet os étoit telle, que M. *Tatiſchou* jugea qu'il avoit ſervi de baſe à une des Cornes, ce qu'on obſerve auſſi dans d'autres animaux qui portent des Cornes : enfin une Dent molaire longue de dix pouces, large de ſix. L'Auteur paſſe ſous ſilence, pluſieurs des Côtes, les os de la Cuiſſe, les os de la Jambe, & quelques autres os qu'il avoit trouvés de temps en temps. Quant aux cavités que, ſelon le rapport des habitans Payens de la Sibérie, ces animaux font en ſe promenant ſous terre, M. *Tatiſchou* prit beaucoup de ſoin de s'en informer, & il trouva que c'étoient des cavernes formées par des torrens, & des cataractes ſoûterraines qui rongeoient tellement les endroits par où ils paſſent, qu'enfin le terroir qui eſt par-deſſus s'enfonce. Voilà ce que j'ai trouvé de remarquable dans la Lettre de M. *Tatiſchou*. Je ne puis m'empêcher d'ajoûter que quoique l'Auteur aye laiſſé la queſtion ſur l'origine de ces os indéciſe, ſes obſervations ne laiſſent pas de confirmer l'opinion de ceux qui croyent que ce ſont des os des Eléphans noyés dans un déluge univerſel, & que ce qu'il appelle des Cornes ſont des Dents d'yvoire. On peut eſperer que cette matiére s'éclaircira encore davantage, après les ordres qu'il a plû à feu Sa Majeſté Czariene de donner au Gouverneur général de la Sibérie, de n'épargner ni ſoin, ni dépenſe pour trouver un Squelete entier de ce Mamout, & pour l'envoyer à M. *Tatiſchou*.

J'ajoûterai encore, avant que de paſſer outre, une obſervation de Corneille le Brun, tirée de ſes voyages par la Ruſſie aux Indes Orientales, où il nous informe qu'on avoit trouvé aux environs de *Veronitz* pluſieurs Dents d'Eléphant preſque ſur la ſurface de la terre. On étoit en ſuſpens de quelle

maniére elles pouvoient être venuës là, mais le Czar conjectura qu'Alexandre le Grand après avoir passé le *Tanaïs* ou *Don*, s'étoit avancé jusqu'à *Kostinka*, petite ville à huit werstes de Veronitz, ce devoient être probablement les Dents de quelques-uns de ses Eléphans qui avoient péri là, en quoi personne ne s'avisa de le contredire.

N.° 764 de mon Cabinet, est une des Dents molaires d'un Eléphant. Elle fut trouvée pareillement dans le Comté de Northampton, & elle a été si bien décrite par le Reverend M. *Morton* dans son Histoire naturelle de ce Comté, que je ne sçauroit mieux faire que de traduire sa description. Au Nord, » dit-il [a], c'est-à-dire, au Nord de l'endroit où l'on avoit trouvé » la Dent d'yvoire, dont nous avons parlé ci-dessus) à 50 » verges ou environ, on trouva aussi une Dent molaire d'un » Eléphant, peut-être du même à qui la Dent d'yvoire avoit » appartenu. Toute la Dent, au moins toutes les piéces, que » j'en pouvois trouver, (car on l'avoit cassé en trois ou quatre » morceaux en la tirant dehors,) étant mises ensemble de la » maniére qu'elles devoient l'avoir été naturellement, faisoient » un composé de treize ou quatorze lames paralléles, chacune » desquelles égaloit la Dent en longueur & presque aussi en » épaisseur. Ces lames ne sont pas si visibles dans les Dents » naturelles, entiéres & saines d'un Eléphant en vie, étant alors » couvertes d'une espece de croute blanche & osseuse, qui s'étoit » presque entiérement consumée dans cette Dent fossile, en » sorte que les lames dont elle étoit composée devenoient par-» là plus exposées à la vûë. Elle n'étoit pas pourtant d'une égale » longueur ou hauteur, mais proche du milieu où elle étoit » plus longue que vers les deux extrémités, elle avoit exacte-» ment sept pouces depuis la base jusqu'à la racine. Dans l'endroit » le plus épais de la racine, qui étoit aussi proche du milieu, elle » avoit près de trois pouces d'épaisseur; sa largeur d'une extré-» mité à l'autre, étoit d'un peu plus de huit pouces, & c'est cette » largeur qui renferme tout le rang des lames. Au reste ces » lames ne sont pas immédiatement contiguës, mais il y a une » autre lame plus mince, d'une couleur plus blanche, & d'une

[a] *Natural Hist. of Northamptonshire, c. 3. §. 135. p. 252.*

contexture moins compacte entre deux. Trois ou quatre des « lames, principalement de celles qui sont à une extrémité de la « Dent, sont comme ondées en haut ; celles-ci sont presque « aussi larges au haut qu'en bas vers la racine de la Dent, où « elle sont fort émoussées. Les autres se terminent insensi- « blement en pointe, & deviennent plus petites à mesure qu'elles « s'approchent de l'autre extrémité : celles-ci sont aussi un peu « recourbées les unes sur les autres. Chacune de ces lames se « divise vers le haut comme dans une des Dents plus petites, « & c'est par-là qu'elles se terminent de ce côté-là. La Dent que « nous venons de décrire, fut trouvée à la profondeur de douze « pieds, les couches depuis la surface jusqu'à l'endroit, où l'on « la trouva, étoient disposées de la maniére suivante. 1. Seize « pouces de terre grasse noirâtre. 2. Cinq pieds de terre sablon- « neuse avec un mêlange de cailloux. 3. Un pied de sable noir « avec un mêlange de petites pierres blanches. 4. Espece de « gravier mince & plus sablonneux, un pied. 5. Gravier « meilleur, deux pieds. C'est dans cette couche de gravier que « l'on trouva la Dent à la profondeur d'un pied & demi. Plus « bas il y avoit une terre bleuë. Ici finit la description de M. « *Morton*. On n'a qu'à regarder cette Dent, pour être convaincu du changement qu'elle a subi dans la terre, & qui l'a réduite au même état que nous avons remarqué ci-dessus dans la Dent d'Yvoire qui fut trouvée pas loin de de-là dans *Browdon parva* champ.

N.° 119, 120, sont deux fragmens d'une grande Dent molaire, qui paroît aussi avoir appartenu à un Eléphant. Ces deux morceaux sont tout-à-fait changés en caillou fort dur.

N.° 121, est une partie d'une Dent molaire d'un Eléphant, remarquable pour ses lames ondées, qui se serrent de fort près.

N.° 122, est une autre partie d'une Dent molaire, différente un peu des Dents molaires de l'Eléphant. L'une & l'autre ont des marques fort évidentes d'avoir été tirées de la terre ; & celle-ci a cela de particulier, qu'une matiére pierreuse s'étoit engagée entre les lames, ce qui les a un peu séparées l'une de l'autre.

N.° 427 de mon Cabinet, des Quadrupedes & de leurs parties, eſt une piéce du Crâne d'un Eléphant, qui fut trouvé à Glocefter quelque temps après l'an 1630. On avoit trouvé quelques Dents au même endroit, dont les unes avoient cinq, les autres ſept pouces de circonférence, à ce qui paroît par une courte inſcription ſur cette même piéce.

Je viens à la ſeconde partie de ce Mémoire, où je me propoſe de faire quelques remarques ſur les Relations que divers Auteurs, tant anciens que modernes, nous ont laiſſé de grandes Dents & autres grands oſſemens trouvés ſous terre preſque dans toutes les parties du Monde, ce qui me donnera occaſion d'examiner un peu les Squeletes, ou parties des Squeletes qu'on montre par-ci par-là pour des monumens indubitables de l'exiſtence de prétendus Géans.

On peut bien conjecturer en général, que la plûpart de ces Dents ou os de prétendus Géans, ne ſont en effet que les Dents & les os des Eléphans, des Baleines, de l'Hippopotame, ou de quelque autre bête, quand même d'ailleurs leur deſcription ne feroit pas aſſés étenduë pour faire voir précisément à quel animal elles avoient appartenu. C'eſt un grand préjugé en faveur de cette conjecture, qu'il y a de ces os & de ces Dents, qui après avoir paſſé long-temps pour des os & des Dents de Géans, ont été à la fin, après un examen plus circonſpect, reconnuës pour des Dents & os des Eléphans ou de Baleines. J'aurai occaſion d'en donner des exemples. Il n'y a pas long-temps qu'on montra les os de la Nageoire du devant d'une Baleine pour le Squelete de la Main d'un Géant. J'ai dans mon propre Cabinet (N.° 1027 de la collection des Animaux & de leurs parties) la Vertebre d'une grande Baleine, qu'on m'apporta du Comté d'Oxford, où elle fut trouvée dans une Carriére, & avoit ſervi pendant quelque temps d'eſcabeau au poſſeſſeur. Il eſt très-certain que ſi l'on avoit fait paſſer cette Vertebre pour la Vertebre d'un Homme, & ſi l'on s'étoit ſervi de la proportion qu'elle a aux Vertebres & à d'autres parties du Squelete humain pour le fondement d'un calcul, pour déterminer la grandeur du

Fig 7.

Squelete entier, on auroit trouvé un beaucoup plus grand que n'étoit peut-être aucun de ceux dont il est parlé dans l'Histoire. Je ne sçaurois m'empêcher de remarquer ici, que ce seroit un objet fort digne de l'attention des habiles Anatomistes, que de faire une espece d'Anatomie comparative des os ; je veux dire, d'observer avec un peu plus d'exactitude qu'on n'a fait jusqu'ici, quel rapport ont entr'eux les Squeletes & les diverses parties des Squeletes de l'Homme & des Animaux, soit par rapport à leur grandeur, ou à leur figure, ou à leur structure, ou enfin à toute autre qualité. Cela nous meneroit certainement à un grand nombre de belles découvertes, & c'est d'ailleurs une de ces choses qui paroissent encore manquer à la perfection où l'on a porté l'Anatomie de nos jours. La même Vertebre, dont nous venons de parler, me fournit une preuve de l'utilité qu'on pourroit tirer de ces sortes d'observations. Elle différe en bien des choses des Vertebres de l'Homme & des Animaux terrestres, comme sont les Vertebres de Baleines & de Poissons Cétacées en général ; & pour peu qu'on y fasse d'attention, on pourra aisément les distinguer les unes des autres. Le corps de la Vertebre est fort considérable, & beaucoup plus grand à proportion. Les *Processus* ou Apophyses transversales sortent du milieu du corps à chaque côté à une distance considérable des autres. Les Apophyses obliques descendantes y manquent entiérement. Le trou par où passe la moëlle est formé par les Apophyses obliques ascendantes & l'Apophyse épineuse ; & comme dans l'Homme ce trou est presque au milieu de la Vertebre, il est ici comme à une des extrémités. Le devant du corps de la Vertebre est fort raboteux, rempli de creux & des éminences qui répondent ou reçoivent les creux & les éminences d'un os rond, ensorte qu'il y a deux os ronds placés entre chaque Vertebre, qui sont articulés entre eux-mêmes par le moyen d'un cartilage fort, & assés épais, & cela vrai-semblablement pour faciliter le mouvement de ces animaux, & particuliérement la fléxion.

Mais pour revenir de cette petite digression, il y a plusieurs

Squeletes qui furent trouvés sous terre dans diverses parties du Monde, & dont il est parlé dans les Auteurs qui nous en ont laissé quelque Relation, comme des Squeletes des Géans, & des preuves de leur existence, que je soupçonnerois plûtôt, comme je viens de remarquer ci-dessus, avoir été les Squeletes des Eléphans, de Baleines, ou de quelque autre grande bête marine ou terrestre. Il me paroît que les Squeletes suivans sont de ce nombre : les Squeletes de Géans de 12, de 20 & 30 *cubiti* de hauteur, dont il est parlé dans Philostrate[a] : le Squelete haut de 46 *cubiti*, qu'on trouva, selon Pline[b], dans la Caverne d'une Montagne en Créte, lorsqu'elle fut renversée par un tremblement de terre : le Squelete de 60 *cubiti* de hauteur, dont parle Strabon dans sa Géographie[c], qui fut trouvé aux environs de *Tingis* (aujourd'hui *Tanger*) en Mauritanie, & qu'on prit pour le Squelete d'*Anteus* : le prétendu Squelete de Pallas, qu'on trouva à Rome l'an 1500, & qui étoit plus haut que les murailles de cette Ville : enfin le Squelete, qui, selon *Simon Majolus*, fut trouvé en Angleterre l'an 1171 : *Longè antè Fulgosi sæculum* (ce sont les propres paroles de cet Auteur[d]) *annis plus trecentis, anno scilicet 1171, in Angliâ, illuvione fluminis, retecta sunt humati olim Hominis ossa adhuc ordine composita : longitudo totius corporis inventa est longa ad pedes quinquaginta.*

Il y en a d'autres Squeletes, ou parties de Squeletes, dont on pourroit dire, à n'en juger que par leur description, que non seulement elles n'avoient jamais appartenu à l'Homme, mais avec beaucoup de probabilité à l'Eléphant, quoique d'ailleurs on ne sçauroit l'assûrer positivement. S.t Augustin[e], en parlant de l'éxistence & de grandes actions de Géans avant le Déluge, rapporte pour preuve de ce qu'il y avance, que lui-même avec plusieurs autres personnes avoit vû à Utique sur le bord de la mer la Dent molaire d'un homme, si grande que si on l'avoit coupée dans des Dents molaires d'un homme de taille ordinaire, on en auroit pu faire pour le moins une centaine. *Hierome Magius*[f], quoique lui-même fût rempli de préjugé en faveur de l'existence de Géants, conjecture néantmoins

[a] *In suis Heroicis.*
[b] *Hist. Nat. lib. 7. c. 16.*
[c] *Lib. 17.*
[d] *Dierum Canicularium, colloq. 2. p. 36.*
[e] *De Civit. Dei, lib. 15. c. 9. citatus per Cassanionem & Lambecium.*
[f] *Miscellaneorum, l. 1. c. 2. p. 17.*

moins que cette Dent, dont S.t Auguſtin parle; pourroit bien avoir été la Dent d'un Eléphant, ou de quelque bête marine plûtôt que celle d'un homme. Mais *Loüis Vives* dans ſon Commentaire ſur ce paſſage de S.t Auguſtin, rapporte que dans l'Egliſe de S.t Chriſtophe à Hiſpella, on lui avoit montré une Dent plus grande que ſon poignet, & qu'on prétendoit que c'étoit la Dent de ce grand Saint, peut-être avec autant de raiſon, qu'on montroit dans une Egliſe à Veniſe un os d'épaule d'une grandeur extraordinaire, pour l'os de l'Epaule du même Saint, ſelon ce qu'en rapporte *Hierome Magius* [a].

[a] *l. c. p. 20. b.*

Il y a bien de l'apparence que le Squelete d'un prétendu Géant qu'on trouva en creuſant les fondemens d'une maiſon proche de *Trapani*, Château en Sicile, & dont Boccace, dans ſa Généalogie des Dieux [b], nous a laiſſé une relation, étoit un Squelete éléphantin. Car quoique la plûpart des os par la longueur du temps & la force des vapeurs ſoûterraines fuſſent tellement conſumés, qu'après avoir été expoſés à l'air, le ſimple toucher preſque les fit tomber en piéces, on trouva néantmoins trois Dents entiéres, qui peſoient cent onces, & que les habitans de Trapani ſuſpendirent dans une de leurs Egliſes en mémoire de cet événement. On trouva auſſi une partie du Crâne, qui avoit aſſés de capacité pour tenir quelques boiſſeaux de grains, & un os de la jambe ſi grand, que l'ayant comparé avec l'os de la jambe d'un homme de taille mediocre, on trouva que ce grand Géant, que quelques-uns prirent pour *Erich*, d'autres pour *Ethellus*, d'autres pour un des *Cyclopes*, d'autres enfin pour le fameux *Polypheme* lui-même, ne pouvoit pas avoir eu moins de deux cens coudées de hauteur. C'eſt ſur le pied de ce calcul qu'il eſt figuré par le P. *Kircher* [c], comme le plus grand d'une petite compagnie de Géans, qu'après celui-ci il range dans l'ordre ſuivant.

[b] *Lib. 4. ſur la fin.*

[c] *Mund. ſubt. lib. 8. ſect. 2.*

	Coudées.
Le Géant de Strabon dont le Squelete fut trouvé proche de Tingis en Mauritanie, & qui, ſelon le rapport de cet Auteur, étoit haut de	60.

	Coudées.
Le Géant de Pline trouvé dans une montagne en Créte, haut de	46.
Le Squelete d'Afterius, fils d'Anacte, haut de . .	10.
Le Squelete d'Orefte, qu'on tira de fon tombeau par ordre exprès de l'Oracle, haut de	7.
Le Géant, dont on trouva les os fous un grand Chêne, proche du Monaftere de *Reyden*, dans le Canton de Lucerne en Suiffe, haut de . . .	9.
Enfin Goliath, dont la hauteur eft fixée par l'Ecriture fainte, à	6 ½.

Le cas eft moins douteux par rapport aux os qu'on trouva en France l'an 1456 fous le regne de Charles VII, près d'une Riviére, dans la Baronie de Cruffol (qui fut enfuite érigée en Comté) pas loin de Valence. *Jean Marius (in Libris de Galliarum Illuftrationibus) Calamæus (in fuis de Biturigibus Commentariis) Fulgofius* dans fes Annales, & *Jean Caffanio de Monftræuil* dans fon Traité *des Géants* [a], parlent de ces os, qui étoient fi grands, qu'on conjectura que le Géant, à qui on crut qu'ils avoient appartenu, & que quelques-uns prirent pour le Géant *Briatus*, ne pouvoit pas avoir eu moins de 15 coudées. Le Crâne feul étoit large de 2 coudées, & l'os de l'Epaule large de 6. Quelque temps après, on trouva davantage de ces os dans la même Baronnie, & proche du même endroit. *Caffanio*, qui en vit quelques-uns lui-même, donne une defcription fi circonftanciée d'une Dent, qu'on ne peut prefque pas douter que ce n'eut été une grande Dent molaire, & conféquemment les autres os, les os d'un Eléphant. Je rapporterai fes propres paroles : [b] *Miræ magnitudinis Dentem multi ibi confpicientes, longitudine unius pedis, pondere librarum octo; multò autem oblongior quàm craffus vifus eft, radicefque aliquot habere, quibus gingivæ inhærebat. Vifa eft infuper ea pars, quâ cibus terebatur, aliquantulum concava latitudine digitorum quatuor.* Il ajoûte qu'on montroit de fon temps une Dent pareille au Château de Charmes, dans le voifinage de

[a] Pag. 57. & feq.

[b] Pag. 62.

cet endroit; qu'il avoit meſuré la longueur de l'endroit d'où l'on avoit tiré ces os, & qu'il l'avoit trouvé de 9 pas; que quelque temps après on découvrit quelques autres os au même endroit; enfin que tout le pays d'alentour étoit fort montagneux, c'eſt-à-dire, tel que les Géans vrai-ſemblablement le choiſiſſoient, comme très propre pour eux d'y demeurer. Ce qui me confirme dans mes conjectures ſur l'origine de ces os, c'eſt que j'en vis quelques-uns trouvés-là dans le voiſinage, qu'un Marchand François, homme fort curieux, apporta dans ce pays-ci, & qui me ſembloient être les os d'un Eléphant. Il y avoit entr'autres une partie du Crâne, où l'on voyoit diſtinctement les cellules entre les deux tablatures, telles qu'elles ſe trouvent dans le Crâne de cet animal. On remarqua la même choſe dans le Crâne du Squelete éléphantin, trouvé proche de *Tonna* en Thuringe, dont nous parlerons ci-après.

Hieroſme Magius [a] fait mention d'un Crâne très-grand, qui avoit onze empans de circonférence, & de quelques autres grands os, vrai-ſemblablement du même Squelete, que deux Eſclaves Eſpagnols trouvérent dans un champ près de *Tunis* en Afrique, en labourant la terre. *Magius* en fut informé par *Melchior Guilandinus*, qui avoit vû le Crâne lui-même, ayant eu le malheur d'être pris priſonnier par les Corſaires, & mené en eſclavage à cette ville l'an 1559. Je ſuis d'autant plus porté à croire que ce Crâne & ces os faiſoient partie d'un Squelete éléphantin, parce que, comme nous verrons, on trouva quelque temps après un autre grand Squelete proche de la même ville, dont on envoya une Dent molaire à M. *Peiresk*, que cet illuſtre Sçavant trouva occaſion de reconnoître pour la Dent molaire d'un Eléphant.

[a] *Miſcellaneorum, l. 1. c. 2. p. 19. b.*

Je paſſe à ces Os, Dents molaires & Dents d'Yvoire (ou Cornes, comme quelques-uns les appellent) trouvés ſous terre en différentes parties du Monde, qui ont été reconnuës, par les Auteurs qui en ont parlé, pour des parties des Squeletes éléphantins, ou qui paroiſſent l'être indubitablement, à n'en juger que par leur figure & leur deſcription.

Jean Goropius Becanus [a], quoiqu'il vêcut dans un temps où les fables des Géans étoient beaucoup accréditées, & avoient trouvé leurs partisans, même parmi des personnes d'ailleurs célébres par leur jugement & leur sçavoir, se hazarda pourtant d'affirmer que la Dent qu'on garda & montra à Anvers pour la Dent de ce Géant cruel & sanguinaire, qui fut défait, à ce qu'on prétend, par *Brabo*, fils de Jules César, Roi des Arcades, & dont la défaite, si l'on en croit l'Histoire fabuleuse de l'origine d'Anvers, a donné occasion de bâtir cette Ville & son Château; il s'est hazardé, dis-je, d'affirmer que la Dent de ce prétendu Géant, n'étoit autre chose que la Dent molaire d'un Eléphant. Assertion, comme il prévoyoit lui-même, qui ne pouvoit que déplaire à des gens qui se plaisent dans ces sortes de contes fabuleux & ridicules; mais aussi se flatoit-il, & avec beaucoup de raison, que des personnes judicieuses la regarderoient d'un tout autre œil. Ce qui arriva quelque temps avant qu'il écrivit ce Livre, le confirma beaucoup dans son sentiment. C'est qu'en creusant un Canal, de Bruxelles à la Rupelle, pour mettre cette Ville, & les Pays circonvoisions, à l'abri des incursions de ceux de Mechlen, on trouva proche de Vilvorde les Squeletes entiers de deux Eléphans, avec les Dents molaires, & les Dents longues, ou Dents d'Yvoire. *Goropius* conjecture que ces Eléphans pouvoient avoir été amenés dans ce pays-là par les Romains, du temps de l'Empereur Galien ou Posthume.

[a] *Originum Antuerpianarum lib. 2. quem* Gigantomachiam *appellavit, p. 178.*

Un grand Squelete, pareillement d'un Géant, à ce qu'on prétendoit, fut trouvé proche de *Tunis* en Afrique, autour de l'an 1630. Un Gentilhomme, nommé *Thomas Darcos,* qui demeuroit alors à Tunis, en envoya une relation, avec une des Dents, au sçavant M. *Peiresk.* Le Crâne étoit si grand, qu'il contenoit huit meilleroles (mesure de vin en Provence) ou, selon *Gassendi,* dans sa vie de *Peiresk* [b], un muid, une pinte & demie, mesure de Paris. Quelque temps après, un Eléphant en vie ayant été montré à Toulon, M. *Peiresk* donna ordre de l'amener à sa Maison de campagne, dans le dessein d'en examiner à loisir les Dents, dont il fit

[b] *Lib. 4. l'an 1632.*

prendre l'impreſſion en cire, & trouva par-là que la prétenduë Dent de Géant qui lui fut envoyée de Tunis, étoit la Dent molaire d'un Eléphant. Voici le ſecond grand Squelete trouvé proche de Tunis en Afrique; & comme il parut évidemment par la Dent qu'on envoya à Peiresk, que c'étoit le Squelete d'un Eléphant, on en peut inférer, avec beaucoup de probabilité, quelques autres circonſtances favoriſant la conjecture, que le premier dont on a parlé, c'eſt-à-dire, celui dont *Guilandin* vit une partie, étoit le Squelete d'un Eléphant, plûtôt que celui d'un Géant.

Thomas Bartholin [a] fait mention de la Dent molaire d'un Eléphant, qui fut trouvée ſous terre en Iſlande, & qui lui fut envoyée par *Pierre Reſenius*. Elle étoit tout-à-fait changée en caillou, de même que la Dent longue ou Défenſe d'un Roſmare qu'on trouva dans la même Iſle.

[a] *Act. Medic. & Philoſ. Hafn. tom. 1. obſ. 46. p. 83.*

Une grande Dent dont la forme montre aſſés que c'eſt la Dent molaire d'un Eléphant, a été décrite & figurée par *Lambecius* [b]. Il l'avoit vûë dans la Bibliotheque de l'Empereur à Vienne; mais il ne put rien apprendre, ni où elle fut trouvée, ni comment elle vint à être gardée dans cette Bibliotheque. Elle peſoit 28 onces, & on la prit communément pour la Dent d'un Géant. *Antoine de Pozzis*, premier Médecin de l'Empereur, dans une Lettre écrite à *Lambecius* [c], l'aſſûra pourtant que c'étoit la Dent d'un Eléphant, & lui fit part de ſes conjectures là-deſſus, qui étoient qu'elle fut trouvée à Baden, à quatre milles de Vienne, où, peu d'années avant la date de cette lettre, on avoit trouvé auſſi l'os de la jambe & l'os de la cuiſſe d'un Eléphant.

[b] *Biblioth. Cæſar. Vindob. lib. 6. p. 311.*

[c] *Ibid. l. 6. p. 315.*

Le même *Lambecius* [d] a donné la deſcription & la figure d'une autre Dent dans la Bibliotheque de l'Empereur, qui paroît auſſi être la Dent d'un Eléphant. Elle peſoit 23 onces, & fut trouvée l'an 1644 à *Krembs* dans la baſſe Autriche, en creuſant autour de cette ville pour en augmenter les Fortifications.

[d] *Ibid. l. 6. p. 313.*

L'année ſuivante, lorſque les Suédois vinrent aſſiéger cette même ville de Krembs, on trouva le Squelete entier d'un

Géant, à ce qu'on prétendoit, au haut d'une montagne voisine, proche d'une vieille Tour. Les assiégans vouloient y faire un retranchement, mais se trouvant fort incommodés de l'eau qui couloit de la montagne, ils creusérent une fosse profonde de trois à quatre brasses pour la détourner d'un autre côté : & c'est dans cette fosse qu'on déterra ce Squelete, qui fut admiré pour sa remarquable grandeur. Beaucoup des os, principalement de la Tête, tomboient en morceaux après avoir été exposés à l'air ; quelques autres furent rompus en piéces par la négligence des ouvriers : quelques-uns pourtant échappérent, & furent envoyés à des gens sçavans en Suéde & en Pologne. Il y avoit parmi ceux-ci une Omoplate, avec une cavité assés grande pour contenir un boulet de canon. La tête fut comparée par rapport à sa grandeur à une table ronde, & les os du bras approchoient de l'épaisseur d'un homme. Une Dent molaire qui pesoit 5 livres, est aux Jésuites de Krembs : une autre est figurée par Happelius dans ses *Relationes curiosæ* [a], d'où j'ai tiré ce que je viens de rapporter, & il paroît évidemment par la figure, que c'étoit une Dent d'Eléphant. Cette derniére pesoit 4 livres moins 3 onces, poids de Nuremberg.

[a] *Tom. 4. p. 47. 48.*

Dans le VIII.e volume des Commentaires de *Lambecius* sur la Bibliotheque Imperiale de Vienne [b], il y a la description & deux figures d'une Dent d'Eléphant très-grande, qui pesoit quatre livres & trois quarts. Elle fut envoyée de Constantinople à Vienne l'an 1678, & on l'offrit de la vendre à l'Empereur pour deux mille écus. On prétendoit que pour sa grandeur & son antiquité, elle avoit été estimée ci-devant à 10000 écus, & qu'on l'avoit trouvée aux environs de Jérusalem dans une Caverne soûterraine fort spacieuse, où il y avoit le tombeau d'un Géant, avec cette inscription en caractéres Chaldaïques : *Ci git le Géant Hog ;* d'où l'on voulut conjecturer que ç'avoit été la Dent de *Hog*, Roi de *Basan*, qui fut défait & assujeti avec tout son peuple par Moïse, qui *étoit demeuré seul de reste de Rephaims*, dont *le lit étoit un lit de fer : sa longueur* étoit *de neuf coudées, & sa largeur de*

[b] *Biblioth. Cæsar. Vindob. lib. 6. p. 652.*

quatre coudées, de coudée d'homme [a]. Comme le tout avoit l'air d'une imposture, l'Empereur ordonna qu'on renvoyât cette Dent à Constantinople.

[a] Deuteron. ch. 3. v. 11.

Hierosme Ambroise Langenmantel, Membre de l'Académie Impériale des Sciences, fit insérer dans les Ephémérides de cette Académie [b], un Extrait d'une Lettre qui lui avoit été écrite par le sçavant *Jean Ciampini* de Rome, touchant quelques Os d'une grandeur extraordinaire; à sçavoir, l'os de la Cuisse, l'os de l'Epaule, & cinq Vertebres, du nombre desquelles étoit une des Vertebres du Col, qui furent trouvés sous terre, aux environs de *Vitorchiani*, dans le Diocese de Viterbe, l'an 1687. Tous ces os ensemble, qui pesoient plus de 180 livres Romaines, excédoient de beaucoup en grandeur les os les plus grands qui se trouvoient dans divers Cabinets à Rome, particuliérement dans celui de la famille de *Chisi*. La plûpart de ceux qui les virent, les prirent pour des os de Géant, mais *Ciampini*, & quelques autres, soupçonnant que ce pouvoit être plûtôt les os d'un Eléphant, ou de quelque autre grande bête, & sçachant qu'il y avoit dans le Cabinet du Grand Duc de Toscane un Squelete entier d'un Eléphant, il en obtint un dessein exact, & trouva, en le comparant avec ces os, une correspondance si parfaite, qu'il n'avoit plus raison de douter qu'ils n'eussent fait partie d'un Squelete éléphantin.

[b] Decur. 2. annus 7. s. 1688. obs. 234. p. 446.

Le Squelete éléphantin, qui fut trouvé dans une Carriére de sable aux environs de *Tonna* en Thuringe, l'an 1698, est un des plus curieux, & aussi des plus complets dans ce genre: car il y avoit toute la Tête, avec quatre Dents molaires & les deux Dents longues ou d'Yvoire, les os des pieds de devant & de derriére, un os de l'Epaule, les os de l'Epine du Dos, quelques côtes, & plusieurs des Vertébres du Col. *Guillaume Erneste Tentzelius*, Historiographe des Ducs de Saxe, a si bien décrit toute l'histoire de ce Squelete dans une Lettre à l'illustre *Magliabechi*, qui fut réimprimée dans les Transactions philosophiques [c], qu'il seroit inutile d'y ajoûter quelque chose. Quelques-uns de ces os furent envoyés par M.

[c] N.° 234. p. 737.

Tentzelius à la Société Royale de Londres; à sçavoir, partie du Crâne, où l'on voyoit distinctement les cellules, qui rendent le Crâne de cette bête remarquable, quelques-unes des Dents molaires, & une partie des Dents d'Yvoire; & ayant été examinés dans une des assemblées de la Société, on les trouva parfaitement conformes à la description qu'il en avoit donné dans la Lettre, & l'on ordonna qu'ils fussent soigneusement gardés dans leur repositoire, comme des choses aussi rares que curieuses & singuliéres. Au reste les *strata* ou couches, depuis la surface de la terre jusqu'à l'endroit où l'on trouva ce Squelete éléphantin, étoient, selon le rapport de *Tentzelius*, disposées de la maniére suivante : quatre pieds de terre noire labourable : deux pieds & demi de gravier; le milieu de cette couche à la hauteur de deux pieds étoit composée de l'osteocolla & des pierres : autre demi-pied de l'osteocolla & des pierres : six pieds de sable avec environ deux pouces de l'osteocolla au milieu : un pied de l'osteocolla & de cailloux : six pieds de gravier : un sable blanc & fin, dont la profondeur resta inconnuë; & c'est dans ce dernier lit qu'on trouva le Squelete.

M. le Comte *Marsilli*, dans le 2.e Volume de *son Danube*, où il traite des Antiquités remarquables qu'il avoit observé le long de cette Riviére, fait mention de plusieurs os & Dents d'Eléphans, qu'il trouva tant en Hongrie qu'en Transylvanie, & qu'on garde à présent à Bologne dans son célébre Cabinet des Curiosités naturelles & artificielles. Selon le rapport des gens du pays, ces Dents & ces os furent trouvés dans des Riviéres, dans des Lacs & des Etangs. Il eut, par exemple, une Vertebre, une Dent molaire, & partie d'une Dent d'Yvoire du Lac ou Etang de *Hiulia;* deux fragmens de l'os de la jambe, qui étoient un peu rongés par dedans, furent tirés d'un Etang proche de *Fogheras* en Transylvanie, autrefois la résidence des Princes du pays : toute la Mâchoire inférieure avec deux Dents molaires dedans, lui fut présentée par des Pêcheurs, qui disoient l'avoir trouvée dans les Etangs
aux

aux environs de *Tibiscus*, un peu plus haut que le *Romerskaatz*, c'est-à-dire, le Fort Romain.

J'ai rapporté ci-dessus l'opinion de *Goropius* sur l'antiquité de deux Eléphans, dont on trouva les Squeletes proche de *Wilvorde*. Cet Auteur prétend qu'ils ne sont venus là que du temps des Romains, & de leurs expéditions dans les Pays-bas, principalement sous les Empereurs Galien ou Posthume. M. le Comte *Marsilli* est du même sentiment, par rapport à ceux dont il trouva les Dents, & quelques autres ossemens, en Hongrie & en Transylvanie. Il remarque qu'il ne doit pas du tout paroître étrange, qu'on trouve des os d'Eléphans dans les pays Septentrionaux, où certainement il n'y a jamais eu de ces bêtes; il remarque, dis-je, que cela ne doit pas paroître étrange à quiconque sçait les grands usages que les Romains en tiroient dans la guerre ; & comme ce qu'il a trouvé en Hongrie & en Transylvanie des Dents & ossemens de cet animal, a été tiré des Lacs & des Etangs, il se sert de cette observation pour appuyer son sentiment sur leur antiquité, la coûtume des Romains ayant été de jetter les carcasses des Eléphans morts dans des eaux, ce qui se fait encore aujourd'hui avec les carcasses des Chevaux, & autres bêtes, pour prévenir par-là les maladies & autres inconvéniens que leur putréfaction pourroit causer dans une Armée. De l'autre côté, il y a un grand nombre d'argumens, tirés entre autres de la grandeur des Animaux dont on a trouvé les Squeletes sous terre, qui quelquefois surpasse de beaucoup tout ce qu'on en a pû amener de vivant en Europe, de l'état dans lesquels on les a trouvés, de la situation particuliére des os, & de l'état des couches des terres par dessus les endroits où on les a trouvés, qui prouvent, presque jusqu'à démonstration, que quelques-uns au moins de ces Squeletes (si on ne les comprend pas tous) doivent être d'une antiquité plus grande, & qu'il en faut absolument revenir à la force des eaux d'un Déluge universel, pour résoudre un phénomene aussi extraordinaire pris dans toute son étenduë. Pour n'insister que sur le dernier de ces argumens, il est évident que si on les avoit

enterré à une profondeur si considérable, cela n'auroit pû se faire sans creuser par les différentes couches de terre, & conséquemment sans en changer la disposition. Or si on trouve toutes ces couches dans leur état naturel, il s'ensuit nécessairement, que ce qu'on trouve au dessous, doit avoir été logé là, avant, ou du temps que ces couches furent formées. Mais il y a encore un argument, qui me semble d'un grand poids, pour prouver que les Eléphans, dont on trouve les Squeletes sous terre, n'ont pas été du temps des Romains, comme le conjecturent *Goropius* & M. le Comte *Marsilli*. *Tentzelius* s'en est servi dans sa Lettre à *Magliabechi*, & il est pris de la grande valeur de l'Yvoire depuis les temps les plus reculés, & principalement aussi parmi les Romains. Plusieurs Auteurs font foi de cela : il suffira de citer un passage de Pline [a], où il dit que parmi d'autres presents d'un très grand prix, que les Ethiopiens furent obligés de faire aux Rois de Perse, au lieu d'un tribut, il y avoit vingt grandes Dents d'Eléphans, (sans doute les *Dentes exerti*, ou Dents d'Yvoire) & il remarque là-dessus, *tanta Ebori auctoritas erat.* On ne sçauroit s'imaginer que, vû le prix de l'Yvoire, les Romains eussent négligé d'ôter les Dents des Eléphans morts, avant que de jetter leurs carcasses dans l'eau; mais il n'y a presqu'aucun de ces Squeletes, que je sçache, où l'on n'aye trouvé les Dents avec; & même parmi les ossements éléphantins figurés par M. le Comte *Marsilli*, il y a trois Dents molaires, & une partie considérable d'une Dent d'Yvoire.

[a] *Hist. Nat. l. 12. c. 4.*

Robert Plot, dans son Histoire naturelle du Comté de Stafford [b], dit, que *Guillaume Leveson Gower* de Trentham lui avoit fait présent de la Mâchoire inférieure d'un grand Animal, avec des grandes Dents qui y étoient encore enchassées. On l'avoit trouvé dans une marniére sur une de ses terres, & M. *Plot* l'ayant comparée avec la Mâchoire inférieure d'une tête d'Eléphant, dans le Cabinet de M. *Ashmole* à Oxford, il y trouva une exacte conformité.

[b] *Natural history of Staffordshire, ch. 7. S. 78. p. 78.*

Il y a dans le Cabinet de la Société Royale de Londres deux os de la Jambe de l'Eléphant. L'un fut présenté à la Société

par le Chevalier *Thomas Broun* de Noruich. L'autre fut apporté de la Syrie pour l'os de la Jambe d'un Géant. M. *Grew* [a] fait voir par une supputation exacte, qu'il est impossible que ce puisse être l'os de la Jambe d'un Homme, n'étant que trois fois aussi long sur vingt-deux fois d'épaisseur qu'il a de plus, il a une aune d'Angleterre, & demi-pied de long, & environ un pied de circonférence dans l'endroit le plus mince. M. *Grew* remarque, que la figure fait voir que c'étoit un os de la Jambe & non pas de la Cuisse, & il conjecture que l'Eléphant, à qui il avoit appartenu, devoit avoir été haut d'environ cinq aunes.

[a] *Musæum Regalis Societatis, p. 32.*

J'en ai quelques-uns à ajoûter. *Gessner* dans son Traité *de Figuris Lapidum* [b], fait mention d'une Dent quatre fois plus grande que celle qu'il avoit figurée sous le titre d'*Hippopotamus*, dans son ouvrage *de Aquatilibus.* Un noble Polonois la lui envoya en présent, & on l'avoit trouvé sous terre en creusant les fondemens d'une maison, avec une grande urne, (comme on disoit) que quelques-uns prirent pour la Corne de la Licorne, quoique faussement, comme le même *Gessner* conjecture, étant beaucoup plus épaisse que la Licorne, & outre cela courbée. Il est fort probable que cette prétenduë Corne ait été la Dent d'Yvoire d'un Eléphant.

[b] *Pag. 137.*

Le même Auteur [c] parle d'une Caverne soûterraine proche d'Elbingeroda, où l'on trouvoit des Dents & d'autres Ossemens des Hommes & des Animaux d'une grandeur si extraordinaire, qu'on ne pouvoit s'imaginer qu'avec peine, qu'il y en ait jamais eu de si grands.

[c] *l. c.*

On garde la Dent molaire d'un Eléphant pétrifiée dans le Cabinet du Roy de Danemarck à Copenhague, comme il paroît par le Catalogue [d]; mais on n'y fait pas mention, ni de l'endroit où elle fut trouvée, ni comment elle passa dans ce Cabinet.

[d] *Musæum Regium, part. 1. sect. 7. n.° 109. de la nouvelle édition.*

Il y a dans le même Cabinet un os de Cuisse très-grand, qui pese près de vingt livres Danoises, & qui a plus de trois pieds en longueur. Il est d'une si grande antiquité, comme le remarque l'Auteur du Catalogue [e], qu'il en est presque

[e] *Ibid. part. 1. sect. 1. n.° 73.*

pétrifié. Le même Auteur fait mention, à cette occasion, d'un autre grand os long de 4 pieds, & pesant 25 livres, qui se trouvoit alors dans le Cabinet du célébre *Otho Sperling;* & il rapporte, sur la foi de *Sperling*, qu'on l'avoit déterré à *Bruges* en Flandre, dans la place de la prison publique, l'an 1643, en présence de *Bernhard de Arauda* & du Pere de *Sperling*, qui y avoit vû tout le Squelete, dont la longueur étoit de 9 aunes de Brabant. On ne sçauroit déterminer rien de précis, ni sur l'un, ni sur l'autre de ces os.

On trouva une piéce d'Yvoire, dans un champ, sur les bancs de la Vistule, à six milles de Varsovie, & on la montra à Dantzick à *Gabriël Rzaczynski*, auteur de l'Histoire Naturelle de Pologne, imprimée à Sandomir dans le Collége des Jésuites [a], qui crut y reconnoître la Dent d'Yvoire d'un Eléphant.

[a] *Pag.* 2.

Dans les Notes sur la *Cynosura Medica* de Paul Herman, de la nouvelle édition publiée par M. *Boëcler* de Strasbourg [b], sous le titre *de la Licorne fossile,* il est fait mention d'une piéce d'Yvoire fossile, ou plûtôt d'une Dent d'Eléphant fort remarquable, dans la possession de M. le Chevalier *Jaques Samson de Rathsamhausen de Ehenweyer,* Sieur *de Nonnenwyer.* Elle fut trouvée dans le Rhin proche de Nonneville, sur une de ses Terres. Elle étoit longue de trois pieds de Paris, trois pouces & demi, & avoit près d'un pied de circonférence à la base, dans l'endroit le plus épais, & environ huit pouces & demi vers l'autre extrémité. Elle étoit remplie par dedans d'une espéce de Marne, mais par dehors elle étoit pierreuse dans quelques endroits, & osseuse dans d'autres. Elle sentoit l'Yvoire quand on en racloit, ou brûloit la partie osseuse : la raclure bouillie dans de l'eau en faisoit une espéce de gelée. L'Auteur des Notes ajoûte, qu'on trouve la Licorne fossile dans diverses parties de l'Europe, dans la forêt d'Hercynie en Moravie, en Saxe, & dans le Duché de Wirtemberg proche de Canstad.

[b] *1726. in 4.° pag. 133. part. 3.*

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. LE plus grand morceau, ou la base de la Dent d'Yvoire trouvée proche de Londres, dont le diametre & la longueur ne sont ici qu'à la moitié de la grandeur naturelle. *A*, Cone de sable qui remplissoit la cavité en forme de Cone, qui se trouve au bas des Dents d'Yvoire. *b*, le bout de ce Cone, tronqué & environné de couches, qui composent la Dent, marquées *c*, *c*, *c*, &c.

Fig. 2. Le bout de la même Dent, diminué un peu moins de la moitié de sa grandeur naturelle, & composé de couches marquées *a*, *a*, *a*.

Fig. 3. Coupe horisontale d'une Dent d'Yvoire, dans laquelle les lignes rondes autour du centre *a*, *a*, *a*, &c. marquent les différentes couches dont la Dent étoit composée. Le diametre de cette piéce est ici moitié plus petit que dans sa grandeur naturelle. Le grain de l'Yvoire en est d'ailleurs très-beau & fort uni.

Fig. 4. Partie d'une Dent d'Yvoire, dont les couches se sont séparées l'une de l'autre d'un côté par quelque maladie, tandis que l'Yvoire de l'autre est fort sain & bon. *a*, est la partie saine de l'Yvoire. *b*, *b*, *b*, &c. les couches couvertes de chaque côté d'une matiére blanche très-fine, la couleur de l'Yvoire même approchant un peu au jaune.

Fig. 5. Fragment de la Dent d'Yvoire fossile, trouvée dans le Comté de Northampton, long d'un pied onze pouces, mesure d'Angleterre.

Fig. 6. La Dent d'Yvoire fossile, trouvée en Sibérie.

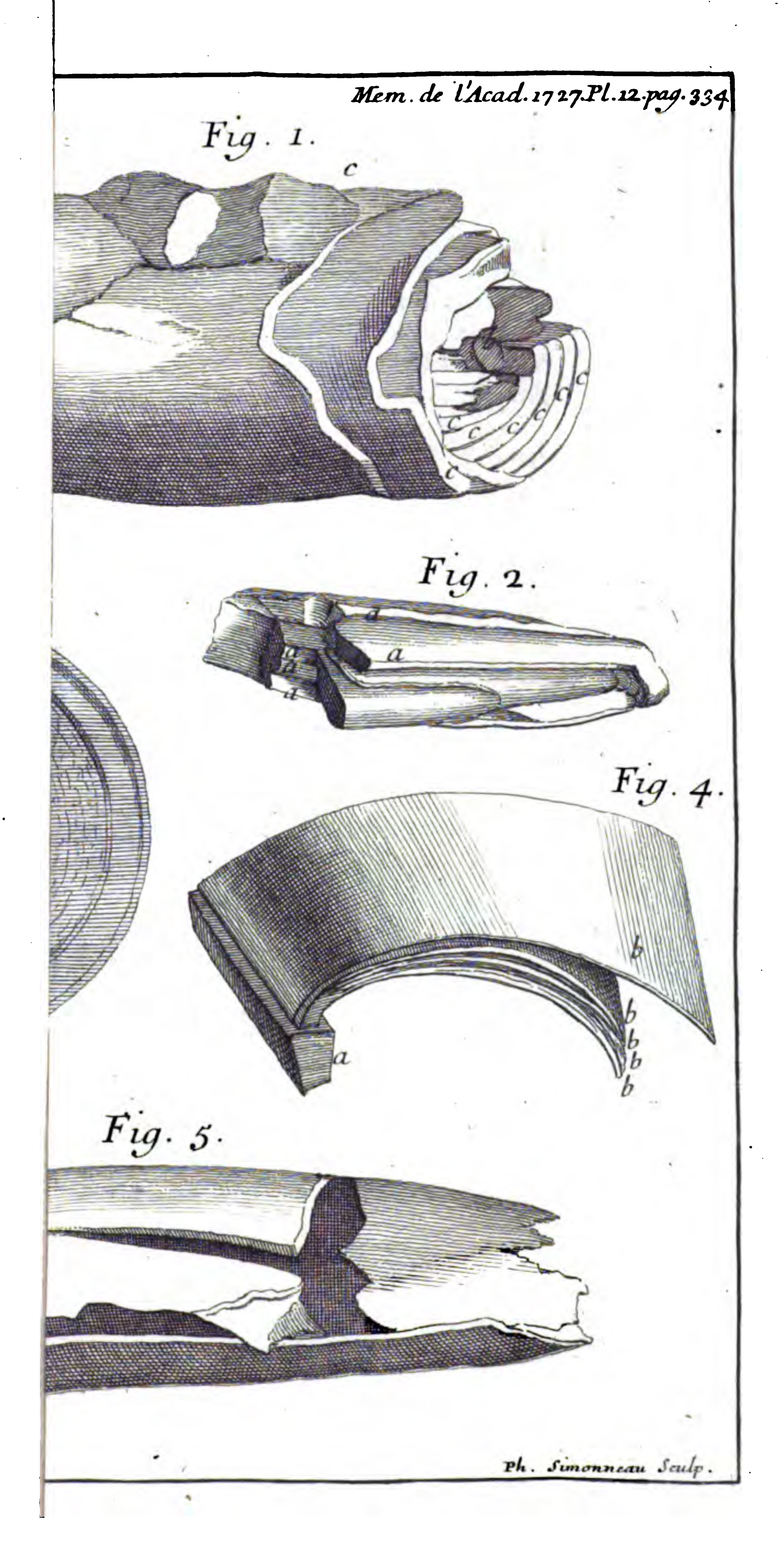
Fig. 7. Vertebre fossile d'une Baleine, trouvée dans le Comté d'Oxford. *A*, est le corps de la Vertebre. *b*, *b*, les endroits d'où sortoient les Apophyses transversales qui manquent dans celle-ci. *c*, l'Apophyse épineuse. *d*, *d*, les deux Apophyses obliques. *e*, le Trou entre l'Apophyse épineuse & le corps de la Vertebre, par où passe la moëlle. La hauteur de cette Vertebre, depuis la base jusqu'au bout de ce qui

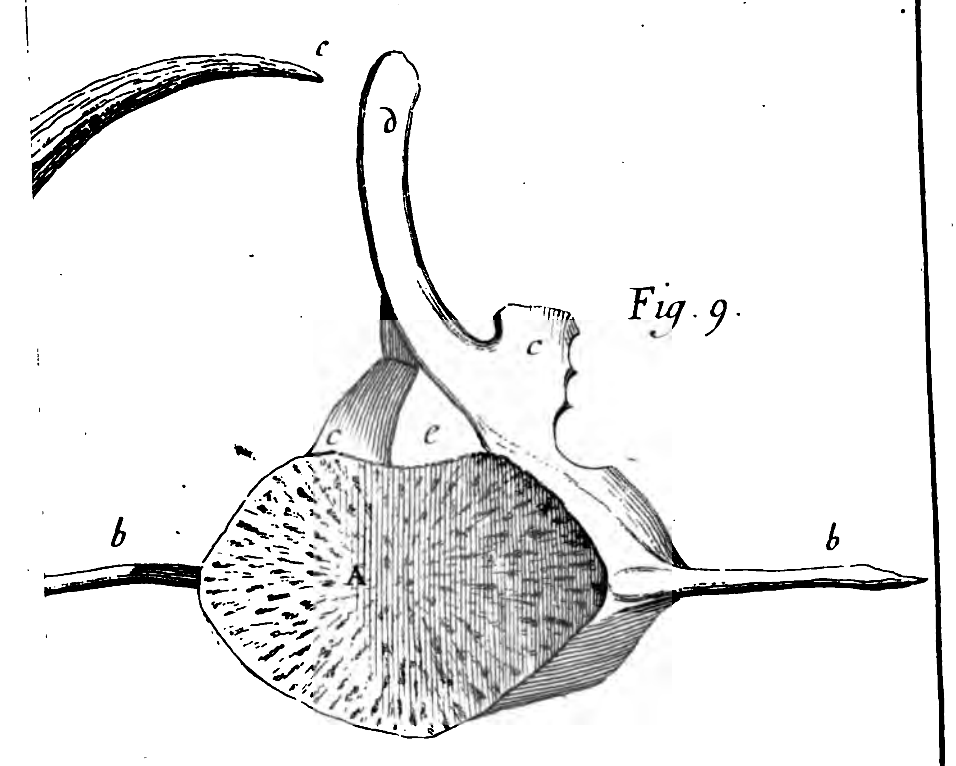
reſte de l'Apophyſe épineuſe, eſt d'un pied cinq pouces, la largeur du corps de la Vertebre eſt d'un pied.

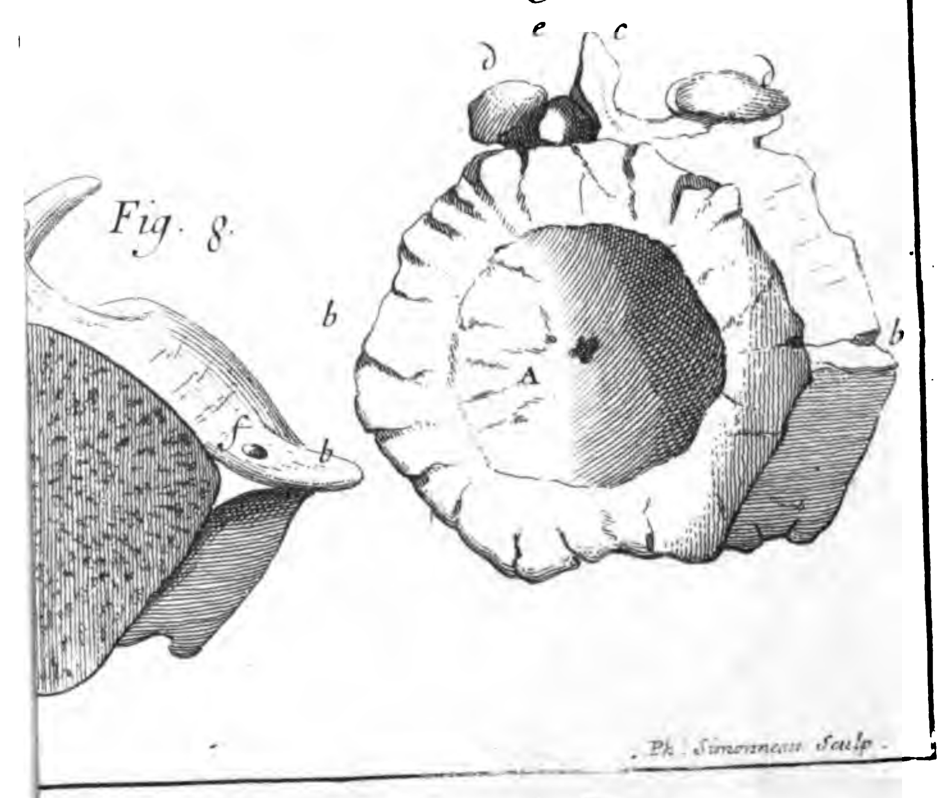
Fig. 8. Vertebre naturelle du Squelete d'une Baleine, qui répond à la foſſile *(Fig. 7.) A,* eſt le corps de la Vertebre. *b, b,* les Apophyſes tranſverſales, dans chacune deſquelles il y a un trou *f. c, c,* les Apophyſes obliques. *d,* l'Apophyſe épineuſe. *e,* le Trou par où paſſe la moëlle. C'eſt une des Vertebres les plus grandes, par rapport à ſon corps, mais ſes Apophyſes ſont moindres à proportion. Elle a un pied trois pouces de hauteur depuis la baſe juſqu'au bout de l'Apophyſe épineuſe, & le corps a onze pouces & demi de largeur.

Fig. 9. Autre Vertebre du Squelete d'une Baleine. *A,* le corps de la Vertebre. *b, b,* les Apophyſes tranſverſales. *c, c,* les Apophyſes obliques. *d,* l'Apophyſe épineuſe. *e,* le Trou par où paſſe la moëlle. Il y a deux pieds ſix pouces du bout d'une Apophyſe tranſverſale au bout de l'autre, & un pied huit pouces & demi de la baſe du corps au bout de l'Apophyſe épineuſe.




Fig. 1.
c
c
c
c
c
c
c
c
Fig. 2.
a
a
a
a
a
Fig. 4.
b
b
b
b
b
b
a
Fig. 5.
Ph. Simonneau Sculp.





Ph. Simonneau Sculp.

OBSERVATION

Touchant une Végétation particuliére qui naît sur l'E'corce du Chêne battuë, & mise en poudre, vulgairement appellée DU TAN.

Par M. MARCHANT.

ON sçait en général que tout est en mouvement dans la Nature, & ce qui nous paroît quelquefois une substance entiérement détruite par un dérangement de ses parties, produit au contraire, par le secours de la fermentation, de nouvelles Végétations qu'il seroit difficile de prévoir; & il n'y a que les observations qui pourroient faire connoître combien la combinaison de différentes matiéres contribuë souvent à faire naître des Phénoménes, ou inconnus, ou peu examinés. 3 Déc. 1727.

Pendant le mois de Juillet dernier étant dans l'Attelier d'un Marchand Tanneur, je fus agréablement surpris en voyant plusieurs touffes d'une espece de gazon de très-belle couleur jaune-matte, dispersées en différens endroits sur le haut d'un gros monceau de Tan, qui avoit servi plusieurs mois à tanner & couvrir des Cuirs de Bœuf, qu'on range par lits l'un sur l'autre dans des fosses faites à cette usage, puis ce Tan est après retiré des mêmes fosses & mis en gros tas.

Ce Tan, après avoir ainsi servi, est alors appellé par les ouvriers *de la Tannée;* & cette matiére ne sert plus qu'à faire des mottes, dont on sçait que les pauvres se servent (faute de bois) pendant l'hiver.

Les touffes en maniére de gazon dont on vient de parler, sont une Végétation connuë chés les Tanneurs, sous le nom de *Fleurs de la Tannée.* Mais comme je ne sçais point qu'aucun Physicien ait observé, ni fait mention de ces sortes de fleurs, nous les décrirons ici, telles que j'eus l'honneur de les faire voir à l'Académie il y a quelque temps, & ainsi qu'elles

étoient, lorſque nous les fimes déſſiner d'après nature.

Pour faire connoître cette Végétation dès ſa naiſſance, je dirai que j'ai obſervé qu'elle ſort de la ſubſtance de la Tannée, *(Fig. 1. a, a, a.)* en une eſpece d'écume, qui peu à peu s'épaiſſit en conſiſtence de pâte molle, de couleur jaune-citron, & de l'épaiſſeur de ſix à huit lignes. A meſure que cette pâte végéte *(Fig. 11 vûë à la Loupe)* ſa ſurface devient poreuſe & ſpongieuſe, boüillonnée, remplie d'une infinité de petits trous de différent diametre, dont les interſtices forment une eſpece de rézeau plus ou moins regulier, & ſouvent interrompu par des boüillons, qui s'élevent un-peu au-deſſus de la ſuperficie de cette matiére, qui étant à ſon dernier point d'accroiſſement, a plus de rapport à la ſurface d'une éponge platte & fine, qu'à toute autre végétation. Sa couleur augmente toûjours juſques enfin au jaune-doré, & alors elle devient un peu plus ſolide en ſe deſſéchant à l'air. Nous n'avons pû appercevoir dans la matrice de cette Végétation, qui vrai-ſemblablement eſt la Tannée, aucunes fibres qu'on pût ſoupçonner être ou faire les fonctions de racines pour la production de cette Végétation, qui a d'abord une légére odeur de bois pourri, laquelle augmente par la ſuite. Sa ſaveur a quelque choſe du ſtiptique.

La Tannée ſur laquelle elle croit, *(Fig. 1 & 11, bb.)* eſt alors de couleur fort brune, dure, foulée & plombée quoique fort humide; & dans l'inſtant de cette production, la Tannée a une chaleur auſſi conſidérable depuis ſa ſurface juſqu'à un demi-pied de profondeur, que ſi elle avoit été récemment abbreuvée d'eau tiéde.

Pendant le premier jour de la naiſſance de nôtre Végétation, elle paroît fort agréable à la vûë, légére & comme fleurie, lorſque les portions de gazon qu'elle forme s'étendent circulairement en façon de lobes juſqu'à dix ou douces pouces de diametre; mais ſi par hazard elle ſe trouve naître en un lieu expoſé au Midi (ce qui lui eſt favorable pour ſa production, & non pour ſa durée) les rayons du Soleil la réſoudent dès le ſecond jour en une liqueur blanc-jaunâtre, laquelle en peu de temps ſe condenſe, & ſe convertit entiérement eu une croûte ſéche,

ſéche, épaiſſe d'environ deux lignes. La Végétation ayant ainſi diſparu, on trouve quelques jours après ſous cette croûte, une couche ou lit de pouſſiére noire très-fine, qui a aſſés de rapport à la pouſſiére qu'on découvre dans le *Lycoperdon*, & qui ici pourroit être de la Tannée diſſoute, puis deſſéchée, & enfin convertie en une eſpece de terreau réduit en poudre impalpable.

La fleur de la Tannée paroît tous les ans vers le commencement du mois de Juin, ou quelquefois plûtôt, ſuivant la chaleur du Printemps, particuliérement s'il a fait quelques pluyes chaudes; & lorſqu'elle paroît dans les grandes chaleurs de l'Eté, elle marque du changement de temps, ou même ſouvent de l'orage, ſelon le dire des ouvriers.

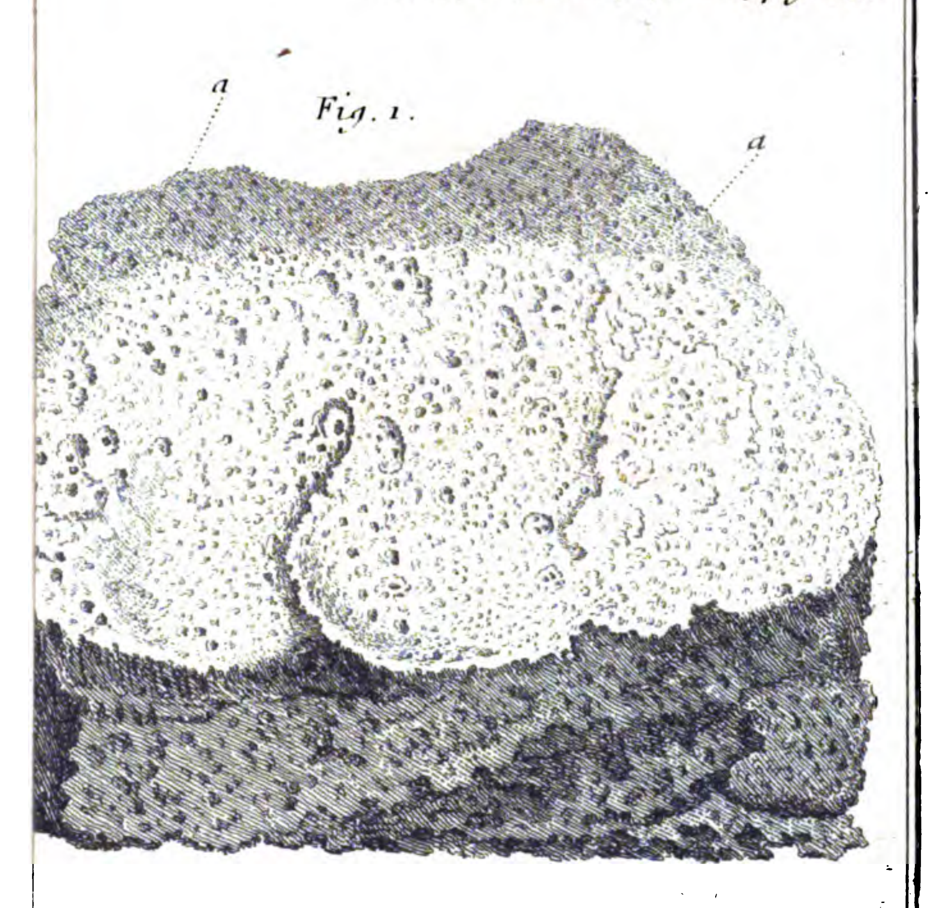
Suivant ce que nous venons de rapporter, il eſt aſſés vraiſemblable que le Tan qui a ſervi à tanner les Cuirs, eſt la matrice de cette Végétation. Car en effet la Chaux qu'on employe pour faire tomber le poil des Cuirs, les ſels, les huiles, & les ſoufres contenus dans les Cuirs, joints à l'acide du Tan, macérés enſemble dans des foſſes pendant pluſieurs mois, & dont le Tan a été parfaitement imbibé, contient des ſubſtances, qui aidées de l'air, ſont toûjours prêtes à fermenter, & par conſéquent à produire la Végétation dont il s'agit.

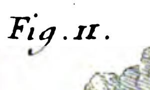
On ſçait auſſi qu'entre les arbres que nous connoiſſons, le Chêne eſt celui qui produit une plus grande diverſité d'excroiſſances, de Végétations, ou d'excrements, ainſi que Jean Bauhin, l'un de nos plus ſçavants Botaniſtes, appelle ces ſortes de productions, & dont il a donné un excellent Traité dans ſon Hiſtoire générale des Plantes. On trouve encore un autre petit ouvrage particulier ſur les productions du Chêne, compoſé par Jean du Choul, & intitulé *De variâ Quercûs hiſtoriâ*, imprimé à Lyon en 1555; mais il paroît par les écrits de ces Auteurs, que de leur temps on n'avoit point obſervé la fleur de la Tannée, ni connu les deux productions extraordinaires vûës ſur le Chêne, & rapportées dans les Mémoires de l'Academie Royale des Sciences en l'année 1692, dont

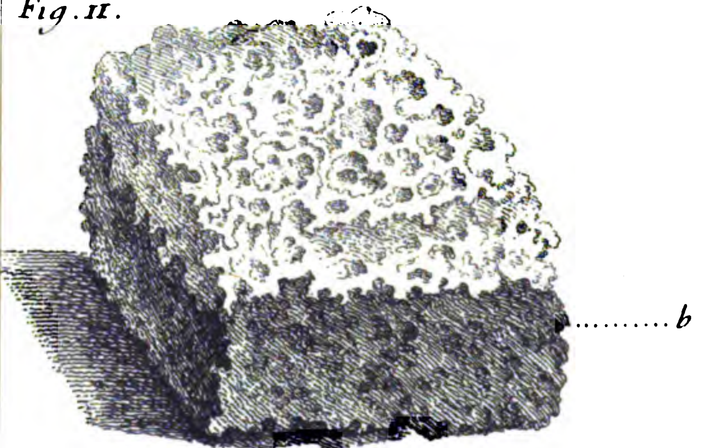
ces Historiens auroient sans doute fait mention, ou depuis eux d'autres Physiciens, s'ils en avoient eu connoissance.

Pour donner une plus grande intelligence de ces anciens Mémoires de 1692, je me servirai par occasion de celui-ci, quoiqu'il n'ait du rapport aux précédentes observations, qu'à cause que les unes & les autres sont faites sur le Chêne. Pour cet effet nous ferons d'abord remarquer, qu'on doit bien prendre garde de ne pas confondre ces deux productions extraordinaires avec celles qui sont causées par des picqueures que les insectes font quelquefois en déposant leurs œufs sur des Plantes, lesquelles picqueures nous étoient parfaitement connuës, lorsque nous fîmes ces observations, ainsi qu'on pourra le voir par la lecture desdits Mémoires. L'attention particuliére que nous eûmes ensuite à examiner ce fait dans le temps, prouve ce que j'ai avancé à l'égard de ces productions, ayant alors bien observé la consistance des globules formés par les Végétations, où nous avons précisément dit dans cet article, que nous ne trouvâmes dans ces deux productions aucune apparence ni d'œufs, ni de vers, ni de moucherons, ni d'aucun autre corps étrange. On doit aussi considérer comme chose particuliére à ce fait, les petites feüilles que nous remarquâmes sur les filets qui soûtenoient les globules, lesquels filets n'étoient point certainement des chatons ou fleurs du Chêne, puisque les chatons du Chêne ne portent point de feüilles, & qu'ils ne paroissent jamais qu'au Printemps, & tombent incontinent après; & que ce fut au contraire dans la saison de l'Automne que nous fîmes les deux observations citées ci-dessus, & dans lesquelles j'ai rapporté les faits tels que je les ai cueillis & examinés sur les Chênes, ce qui est enfin plus amplement énoncé & figuré, ainsi qu'on le pourra voir dans ces anciens Mémoires.

Pour revenir à ce qui fait le principal objet du présent Mémoire. Je dirai que j'ai balancé avant de me déterminer, pour sçavoir sous quel genre de Plante on devoit ranger cette Végétation, parce que je n'y ai pu remarquer les parties essentielles qui ordinairement caractérisent les Plantes. Mais







mollis, flava et amoena, in pulvere coriario nascens.

Ph. Simonneau Sculp.

quoique quelques Botaniſtes modernes appellent abuſivement ces ſortes de productions, des Plantes imparfaites, cependant nôtre Végétation comparée à l'Eponge reconnuë pour Plante, & dans laquelle on n'apperçoit preſque ni racines, ni feüilles, ni fleurs, ni même de graines, non plus que dans notre Plante, qui par ſon port & par ſa ſtructure, tant extérieure qu'intérieure, a infiniment plus de reſſemblance à l'Eponge qu'à toute autre Plante connuë. Je me ſuis enfin déterminé à la ranger ſous le genre de l'Eponge, & ainſi nous la nommerons *Spongia fugax, mollis, flava & amœna, in pulvere coriario naſcens.*

Je tâcherai de continuer cette obſervation, ſuivant que nôtre Plante paroîtra; laquelle d'ailleurs les Tanneurs m'ont aſſûré n'avoir jamais vû croître ſur du Tan neuf: Et ſi par la ſuite nous pouvons faire quelques nouvelles expériences ſur la génération de ce Phénoméne botanique ſi paſſager, mais toutefois conſtant & régulier dans ſa maniére de naître, nous en rendrons compte à la Compagnie.



NOUVELLE MANIÉRE DE DÉVELOPPER LES COURBES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

Fig. 1. SOIT la Courbe OMF enveloppée d'un fil : si l'on dévelope cette Courbe, soit vers la concavité, soit vers la convexité, de maniére que la partie MF du fil soit toûjours appliquée sur la Courbe; & que tirant le bout du fil à travers l'anneau mobile M, la partie du fil ML, $M\Lambda$ qui quitte la Courbe lui soit toûjours perpendiculaire, l'extrémité du fil L ou Λ décrira dans ce mouvement une nouvelle Courbe OL, $O\Lambda$; & si le fil est plus long que la Courbe d'une quantité donnée LL^2, $\Lambda\Lambda^2$, l'extrémité du fil décrira les Courbes AL^2, ou $\alpha\Lambda^2$. Voilà une nouvelle maniére de développer les Courbes, d'où resulte une infinité de Courbes nouvelles, dont nous allons examiner les propriétés générales; celles qui sont indépendantes de la nature de la Courbe qu'on dévelope, soit que ce développement se fasse sur des Courbes géométriques ou transcendentes, rectifiables ou non.

Pour plus grande généralité, je suppose que le fil est plus long que la Courbe, de la quantité a; lorsqu'il sera égal à la Courbe, il n'y aura qu'à effacer les termes où se trouvera a.

Fig. 2. Soit MC un rayon de la Développée à l'ordinaire de la Courbe OMm, & mC un autre rayon infiniment proche, qui rencontre le premier au point C: ces deux rayons rencontrent les Courbes AL, $\alpha\Lambda$ aux points Ll, $\Lambda\lambda$. Ayant décrit du centre C de l'intervalle CL, $C\Lambda$, les petits Arcs LB, $\Lambda\beta$, par la nature de nôtre développement, l'on aura toûjours $Bl = Mm = \beta\lambda$; & nommant le rayon de la Développée à l'ordinaire $MC = r$

l'Arc $OM = u$

l'on aura $r : du :: r - u - a : \frac{\overline{r-u-a}}{r} du = BL$

$$r : du :: r + u + a : \frac{\overline{r+u+a}}{r} du = \beta\Lambda.$$

Et à cauſe des Triangles ſemblables BLL, MTl, l'on aura pour le développement vers la concavité

$lB : BL :: LM : MT$

$du : \frac{\overline{r-u-a}}{r} du :: u + a : \frac{ru - uu - 2au + ar - aa}{r} = MT$

ſoutangente de la Courbe qui reſulte du développement, priſe ſur la tangente de celle qu'on développe. L'on voit donc que cette ſoutangente eſt la quatriéme proportionnelle aux trois lignes; le rayon de la Développée à l'ordinaire MC : ſa partie CL terminée par la Courbe qui réſulte du développement :: & le reſte de ce rayon LM compris entre les deux Courbes.

Si le développement ſe fait vers la convexité, l'on aura, à cauſe des Triangles ſemblables $\lambda\beta\Lambda$, $\Lambda M\tau$,

$\lambda\beta : \beta\Lambda :: \Lambda M : M\tau$

$du : \frac{\overline{r+u+a}}{r} du :: u + a : \frac{ru + uu + 2au + ar + aa}{r} = M\tau.$

La ſoutangente eſt la quatriéme proportionnelle à ces trois lignes; le rayon de la Développée MC : ce rayon prolongé juſqu'à la Courbe qui reſulte du développement $C\Lambda$ :: & le prolongement de ce rayon ΛM compris entre les deux Courbes.

Et la différence $T\tau$ des deux ſoutangentes, eſt $2 \cdot \frac{\overline{u+a}^2}{r}$, c'eſt-à-dire, double de la troiſiéme proportionnelle au rayon MC de la Développée à l'ordinaire : & à la partie ML ou $M\Lambda$ du fil qui a quitté la Courbe.

Faiſant toûjours $MC = r$, l'on a trouvé $BL = \frac{\overline{r-u-a}}{r} du$.

L'on aura donc vers la concavité, le petit Trapeze $MmBL$

$$= \frac{\overline{Mm + BL} \times ML}{2} = \frac{du + \frac{\overline{r-u-a}}{r} du \times \overline{u+a}}{2} =$$

$$= \frac{2ru - 2au - uu + 2ar - aa}{2r} du.$$

Vers la convexité, l'on a trouvé $\beta\Lambda = \frac{\overline{r+u+a}}{r}\,du$.

L'on aura donc le petit Trapeze $Mm\beta\Lambda =$

$= \frac{\overline{du+\frac{r+u+a}{r}du} \times \overline{u+a}}{2} = \frac{\overline{2ru+2au+uu+2ar+aa}}{2r}\,du$.

L'intégrabilité de chaque espace compris entre les Courbes qui résultent du développement & celle qu'on développe, dépendra de la nature de celle qu'on développe, & aucun de ces deux espaces n'est quarrable généralement, pas même en supposant la rectification de la Développée. Cependant les deux espaces pris ensemble, celui qui résulte du développement vers la concavité, & celui du développement vers la convexité, ont une quadrature absoluë, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe.

Car joignant les deux Trapezes $MmBL$, $Mm\beta\Lambda$, l'on a $\frac{\overline{4ru+4ar}}{2r}\,du = \overline{2u+2a}\,du$, dont l'intégrale est $uu + 2au$ pour l'espace $AL\Lambda\alpha$.

Fig. 3. Voici pourquoi les deux espaces pris ensemble, sont toûjours quarrables, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe.

Si l'on suppose que la ligne qu'on développe, soit la droite OM, les rayons de la Développée MC devenant paralleles, il est clair que l'on a $BL = Bl = Mm = \beta\Lambda = \beta\lambda = du$; les lignes OM, ΛL, croissent l'une & l'autre en progression arithmétique; l'espace $\alpha AL\Lambda$ sera égal à la somme de tous les petits rectangles $\Lambda LB\beta$, ou au quarré de $OM + 2\,\overline{OA} \times OM$. Aussi alors a-t-on pour le petit rectangle, qui est l'élément de cet espace, $Mm \times \Lambda L = du \times \overline{2u+2a}$, dont la somme est $uu + 2au$; celle que nous venons de trouver pour l'espace $\alpha AL\Lambda$.

Fig. 4. Mais si la droite OM vient à se courber, alors λl & ΛL n'étant plus paralleles, Mm devient plus petit que $\Lambda\beta$, & plus grand que LB, & est précisément autant moindre que $\Lambda\beta$, qu'il est plus grand que LB, à cause de $ML = M\Lambda$:

le rayon ϵE venant dans la situation βB, change le petit rectangle en Trapeze, & diminuë ce petit rectangle vers la concavité, de ce qu'il l'augmente vers la convexité. Car on voit assés que le petit Triangle mBE est égal à $m\beta\epsilon$, à cause de mB, ou $ml = m\beta$, ou $m\lambda$. L'on peut donc considérer le petit Trapeze $\Lambda\beta BL$, comme si c'étoit le rectangle $\Lambda\epsilon EL$, & que la ligne ΛL parcourût la ligne OM, faisant toûjours des Angles droits avec elle; & l'une & l'autre croissant en proportion arithmétique, la courbure de la ligne OM ne change plus rien, & l'on a la même aire que l'on auroit, si la ligne OM étoit redressée.

Si maintenant on développe la Courbe OM à l'ordinaire, Fig. 4.
c'est-à-dire, par un fil touchant, & plus long que la Courbe, de la même quantité a, le petit secteur Sms formé par le développement d'un côté Mm de la Courbe considérée comme Polygone, sera toûjours égal au petit Triangle BmE ou $\beta m\epsilon$. Car à cause des secteurs semblables MCm, Sms, l'on aura $MC : Mm :: MS : Ss$.

$$r : du :: u+a : \frac{\overline{u+a}}{r} du = Ss.$$

Et pour le petit Triangle Sms, $\frac{Ss \times MS}{2} = \frac{\frac{\overline{u+a}}{r} \times \overline{u+a}}{2} du$ $= \frac{\overline{uu+2au+aa}}{2r} \times du$, qui est la moitié de la différence des deux Trapezes $MLBm$, $M\Lambda\beta m$, élémens des deux espaces, l'intérieur & l'extérieur. Ce que l'on voit aussi sans calcul, par l'égalité des angles BmE, & des côtés mB, mS.

Donc l'espace formé par le développement à l'ordinaire, c'est-à-dire l'espace GMS, est la moitié de la différence des deux espaces de nôtre développement.

Mais de plus les petits Triangles BmE $(\frac{\overline{uu+2au+aa}}{2r} du)$ sont ce qui empêche que les espaces de nôtre développement ne soient généralement quarrables, pris séparément, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe. Car si l'on ajoûte BmE au Trapeze du développement intérieur

MLBm, ou qu'on l'ôte du Trapeze du développement extérieur *MΛβm*, ces Trapezes deviendront des rectangles, dont les hauteurs *ML*, *MΛ* croissant comme les parties de la Courbe *OM* qui sont les bases, formeront de chaque côté un espace quarrable.

Donc l'espace intérieur de nôtre développement *OALM* plus l'espace du développement de M. *Huguens*, *GMS*, c'est-à-dire, l'espace *OALMSGOM*; comme aussi l'espace extérieur *OαΛM* moins l'espace *GMS* sera toûjours quarrable, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe. Ce que l'on voit aisément par les élémens de ces espaces.

L'on a trouvé pour le Trapeze de l'espace intérieur, $MLBm = \frac{\overline{2ru + 2ar - 2au - uu - aa}}{2r} du$. Pour le Triangle, élément de l'espace du développement de M. *Huguens*, $SMs = \frac{\overline{uu + 2au + aa}}{2r} du$.

Si l'on ajoûte ensemble ces deux élémens, l'on aura $\overline{u + a}\, du$, & $\frac{1}{2}uu + au$ pour la somme des deux espaces $OALM + GMS$.

De même l'on a trouvé pour le Trapeze de l'espace extérieur, $M\Lambda\beta m = \frac{\overline{2ru + 2ar + 2au + uu + aa}}{2r} du$.

Si de ce Trapeze l'on ôte le Triangle *SMs*, l'on aura $\overline{u + a}\, du$, & $\frac{1}{2}uu + au$ pour la différence des deux espaces $O\alpha\Lambda M - GMS$.

Toutes ces propriétés sont indépendantes de la nature de la Courbe qu'on développe, & subsistent, soit qu'elle soit géométrique, ou méchanique; rectifiable, ou non.

Voici maintenant quelques applications à des Courbes particuliéres.

I.

Fig. 5. Si la Courbe que l'on développe est un Cercle, l'on a trouvé pour l'élément de l'espace intérieur *OALM*, $\frac{\overline{2ru + 2ar - 2au - uu - aa}}{2r} du$; Et pour l'élément de l'espace extérieur

extérieur $O\alpha\Lambda M$, $\frac{2ru + 2ar + 2au + uu + aa}{2r} du$. Et le rayon de la Développée à l'ordinaire étant constant, chacun de ces élémens sera intégrable, en supposant la rectification du Cercle.

Et faisant le rayon du Cercle $r = b$, l'on aura pour l'espace du développement vers la concavité,

$$OALM = \frac{bu^2 + 2abu - au^2 - \frac{1}{3}u^3 - aau}{2b}.$$

Et pour l'espace du développement vers la convexité,

$$O\alpha\Lambda M = \frac{bu^2 + 2abu + au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{2b}.$$

Et pour la somme des deux espaces, ou l'espace entier, $AL\Lambda\alpha = uu + 2au$.

Et pour leur différence, $\frac{au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{b}$.

Et comme nous avons trouvé que la moitié de cette différence est égale à l'espace formé par le développement de M. *Huguens*, l'on aura l'espace $GMS = \frac{au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{2b}$; & lorsque le fil n'excéde point l'arc, $GMS = \frac{u^3}{6b}$. D'où l'on voit que dans la Courbe qui résulte du développement du Cercle à la maniére de M. *Huguens*, lorsque le fil est égal à l'arc, l'espace OMS est égal au cube de l'arc OM divisé par le triple du diametre. Fig. 6.

Et supposant la circonférence du Cercle $= c$, l'on aura l'espace total $OSBOMO = \frac{c^3}{6b}$, qui est à l'espace total circulaire, comme le quarré de la circonférence est au triple du quarré du rayon.

Car l'aire du Cercle $= \frac{cb}{2}$, & $\frac{c^3}{6b} : \frac{cb}{2} :: c^2 : 3bb$.

II.

Si l'on développe la Cycloïde par son sommet; faisant le rayon du Cercle générateur $= b$, $OP = x$, l'on aura la corde $OK = \sqrt{2bx}$ & l'arc de la Cycloïde $OM = u$ Fig. 7.

$= 2\sqrt{2bx}$; & comme l'on a trouvé pour la somme des deux espaces, $uu + 2au$.

l'on aura l'espace entier $AL\Lambda\alpha = 8bx + 4a\sqrt{2bx}$. & lorsque $x = 2b$, c'est-à-dire, lorsqu'on a développé la demie Cycloïde OMF, l'on a l'espace,

$$AL\Lambda\alpha = 16bb + 8ab.$$

Fig. 8. 2.° Si l'on développe la Cycloïde par son extrémité; & que faisant toûjours le rayon du Cercle $= b$, l'on fasse $FI = x$, $FK = \sqrt{2bx}$, l'on aura l'arc $OM = u = 4b - 2\sqrt{2bx}$; & substituant cette valeur de u dans la somme des 2 espaces; l'on aura pour l'espace entier $AL\Lambda\alpha = 16bb - 16b\sqrt{2bx} + 8bx + 8ab - 4a\sqrt{2bx}$; & lorsque $x = o$, c'est-à-dire, lorsqu'on a développé la demi-Cycloïde, l'on a l'espace,

$$AL\Lambda\alpha = 16bb + 8ab.$$

Les 2 espaces du développement entier de la demi-Cycloïde sont donc égaux, soit qu'on commence le développement par le sommet ou par l'extrémité; & dans l'un & l'autre cas, lorsque le fil n'excéde point la Courbe, ces espaces sont égaux au Quarré du double du diametre du Cercle générateur.

III.

Fig. 9. Si l'on développe la seconde parabole cubique dont l'Equation est $(qxx = y^3)$ par un fil qui excéde la Courbe de $\frac{8q}{27}$, c'est-à-dire $a = \frac{8q}{27}$; l'on a, comme l'on sçait, l'Arc

$$OM = u = \frac{1}{27q^{\frac{1}{2}}} \times \overline{4q + 9y}^{\frac{3}{2}} - \frac{8q}{27};$$ & substituant dans $uu + 2au$, expression générale de l'espace $AL\Lambda\alpha$ parcouru par le fil, pour u & pour a leurs valeurs, l'on trouvera

$$AL\Lambda\alpha = \frac{48qy}{81} + \frac{108y^2}{81} + \frac{y^3}{q} = \frac{16qy}{27} + \frac{4yy}{3} + \frac{y^3}{q}.$$

Voici maintenant la maniere de trouver la nature des Courbes produites par nôtre développement.

Soit dans la Courbe OM que lon développe; Fig. 10.

$OP = x$	$AN = t$	ou	$\alpha\nu = t.$
$PM = y$	$LN = z$		$\Lambda\nu = z.$
$OA = a$	$MD = y - z$		$M\Delta = z - y.$
$OM = u$	$DL = a + t - x$		$\Delta\Lambda = a + t + x.$

$ML = a + u = M\Lambda.$

Soient par les points L, Λ, que décrit le fil, tirées les lignes LD, $\Lambda\Delta$, paralleles à AP; l'on aura à cause des Triangles semblables MRm, MDL, $M\Delta\Lambda$.

$$MR : Rm :: \begin{cases} MD & : DL \\ M\Delta & : \Delta\Lambda \end{cases}$$

$$dx : dy :: \pm y \mp z : a + t \mp x$$

$$Rm : Mm :: \begin{cases} DL & : ML \\ \Delta\Lambda & : M\Lambda \end{cases}$$

$$dy : du :: a + t \mp x : a + u.$$

D'où l'on tire

$$\overline{a + t \mp x}.\, dx = \overline{\pm y \mp z}.\, dy.$$

$$\overline{a + t \mp x}.\, du = \overline{a + u}.\, dy.$$

Ces Equations expriment le rapport des coordonnées de la Courbe qu'on développe, aux coordonnées de la Courbe qui résulte du développement; soit vers la concavité, soit vers la convexité.

Il est clair qu'afin que la Courbe qui résulte du développement soit géométrique, il faut que celle qu'on développe soit géométrique, & de plus rectifiable. Dans tous les autres cas, la Courbe qui résulte du développement sera méchanique.

JE ne sçaurois finir sans appliquer ce développement à la Spirale logarithmique; & ce sera un exemple du développement des Courbes dont les ordonnées partent d'un pôle.

Fig. 11. Soit la Spirale logarithmique AM, dont l'ordonnée $AM = y$; & dont l'Equation est $n\,dx = m\,dy$. $m < n$.

L'on sçait qu'ayant tiré par A la droite TC perpendiculaire à AM, la tangente MT est égale à la Courbe AM ; & le rayon MC de la Développée à l'ordinaire va rencontrer son infiniment proche mC au point C sur cette perpendiculaire, & y forme un des points de la Développée de M. *Huguens* qui est la même Spirale logarithmique.

Si l'on développe maintenant la Courbe AM vers la concavité par un fil perpendiculaire, & égal à l'arc AM ; ayant tiré par L point que le fil trace, la ligne LD paralléle à AC, il est évident que les Triangles MRm, MTA, MAC, MDL sont semblables : mais MDL est égal à ATM à cause de $ML =$ l'arc $AM = MT$.

L'on a donc $AM = y = DL$.

$$Mm = \frac{dy}{n}\sqrt{m^2+n^2} = Bl.$$

L'arc $AM = \frac{y}{n}\sqrt{m^2+n^2} = ML$.

$$MC = \frac{y}{m}\sqrt{m^2+n^2}.$$

$$LC = \frac{ny-my}{mn}\sqrt{m^2+n^2}.$$

$$AD = \frac{ny-my}{n}.$$

Et à cause des secteurs semblables,

$$CM : Mm :: CL$$

$$\frac{y}{m}\sqrt{m^2+n^2} : \frac{dy}{n}\sqrt{m^2+n^2} :: \frac{\overline{ny-my}}{mn}\sqrt{m^2+n^2}$$

$$: LB.$$

$$: \frac{\overline{n-m}\,dy}{n^2}\sqrt{m^2+n^2}.$$

Et faisant $AL = z$.

$LP = dt$.

L'on aura

$LB^2 + lB^2 = LP^2 + lP^2$, qui donne l'Equation

$$(A)\ \overline{m^4 - 2m^3n + 3m^2n^2 - 2mn^3 + 2n^4}.\ dy^2 = n^4.\ \overline{dz^2 + dt^2}$$

L'on a de plus, à cauſe de $AD^2 + DL^2 = AL^2$

$$\overline{2n^2 - 2mn + m^2} . y^2 = n^2 z^2.$$

D'où l'on tire

$$\overline{2n^2 - 2mn + m^2} . dy^2 = n^2 dz^2.$$

Et ſubſtituant cette valeur de dy^2 dans l'Equation A, l'on trouvera

$$m dz = n dt.$$

qui fait voir que la Courbe qui reſulte de nôtre développement, eſt la même Spirale logarithmique; qui ſe trouve ici placée entre celle qu'on développe, & la Développée à la maniére de M. *Huguens*.

Il peut arriver différens cas; lorſque $m > n$, le fil ſe croiſe auparavant de décrire la Courbe qui réſulte du développement; qui cependant eſt encore la même ſpirale Logarithmique. Fig. 12.

Enfin lorſque $m = n$ les points L & C ſe réuniſſent & la nouvelle Spirale logarithmique tombe ſur la Développée de M. *Huguens*.

Dans tous ces cas, ſi l'on développe la Spirale logarithmique AM par la convexité, la nouvelle Spirale $A\Lambda$ ſera toûjours la même que celle qu'on développe.

Voilà encore une nouvelle merveille ajoûtée à une Courbe, à qui ſes ſinguliéres propriétés avoient déja fait donner le nom de *Spirale merveilleuſe*.



EXPLICATION DES TABLES DU PREMIER SATELLITE DE JUPITER;

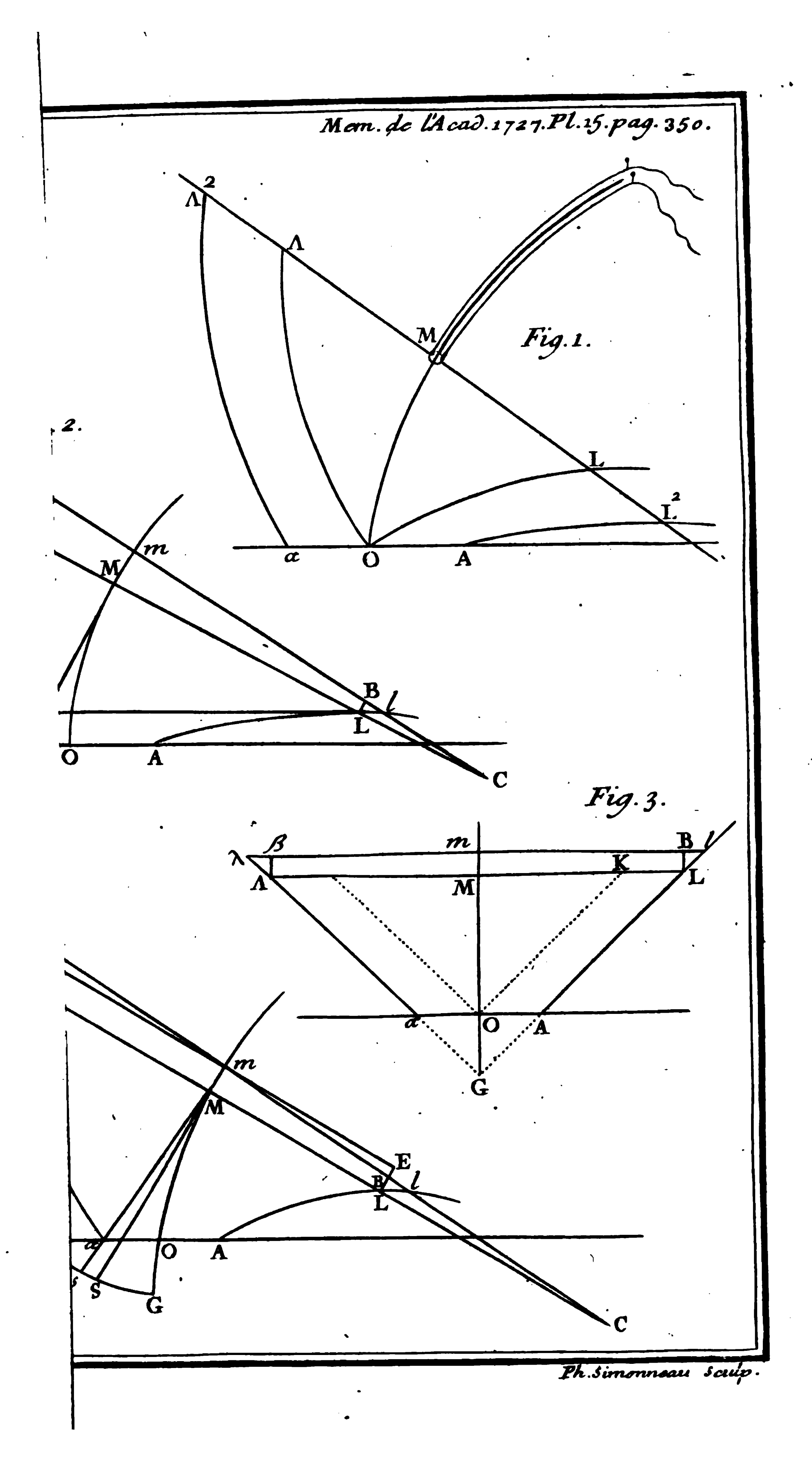
Avec des Réfléxions sur le mouvement de ce Satellite.

Par M. MARALDI.

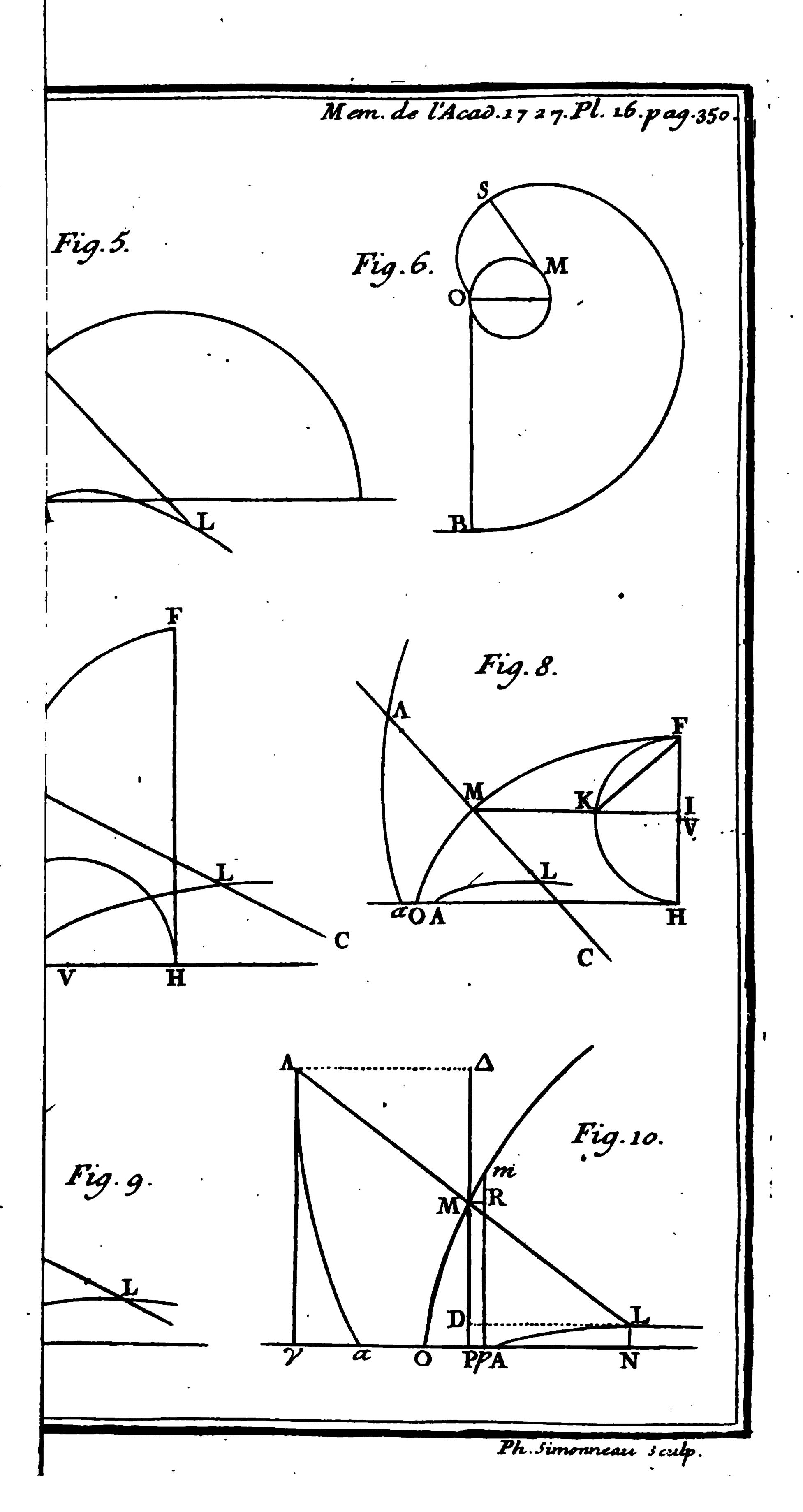
15 Janv. 1727.

LES Tables des Satellites de Jupiter que feu M. Cassini a publiées en 1693, contiennent deux Méthodes de calculer leurs Eclipses. Dans l'une, il employe les moyens mouvemens; & dans l'autre, il se sert de leurs révolutions. Dans la premiére, il suppose l'orbe de chaque Satellite à peu près concentrique à Jupiter, autour duquel le Satellite se meut également, parcourant des parties égales en temps égaux. Il considére une ligne droite, qui partant du centre de leurs moyens mouvemens, est paralléle à celle qui étant tirée du centre du moyen mouvement de Jupiter, va au commencement d'*Aries*. Cette ligne qui part du centre de Jupiter, marque dans l'orbe de chaque Satellite un point qui sera le premier point d'*Aries*. C'est de ce point que commence la division de leurs cercles en douze Signes du même nom que ceux du Zodiaque, & qui est pris pour terme des moyens mouvemens de chaque Satellite, comme l'on fait communément à l'égard de tous les mouvemens célestes; ainsi un Satellite aura fait le cercle entier, ou le tour du Zodiaque à l'égard du centre de Jupiter, quand il sera retourné à ce point de son orbite après en être parti.

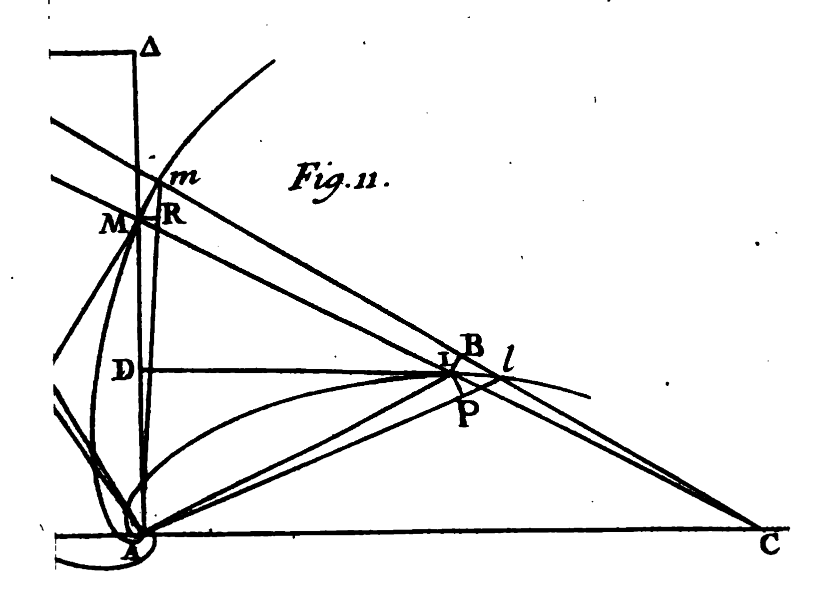
Quand donc Jupiter par son mouvement sera au premier degré d'*Aries*, & qu'un Satellite se trouvera avec Jupiter dans sa conjonction supérieure, le Satellite aura la même

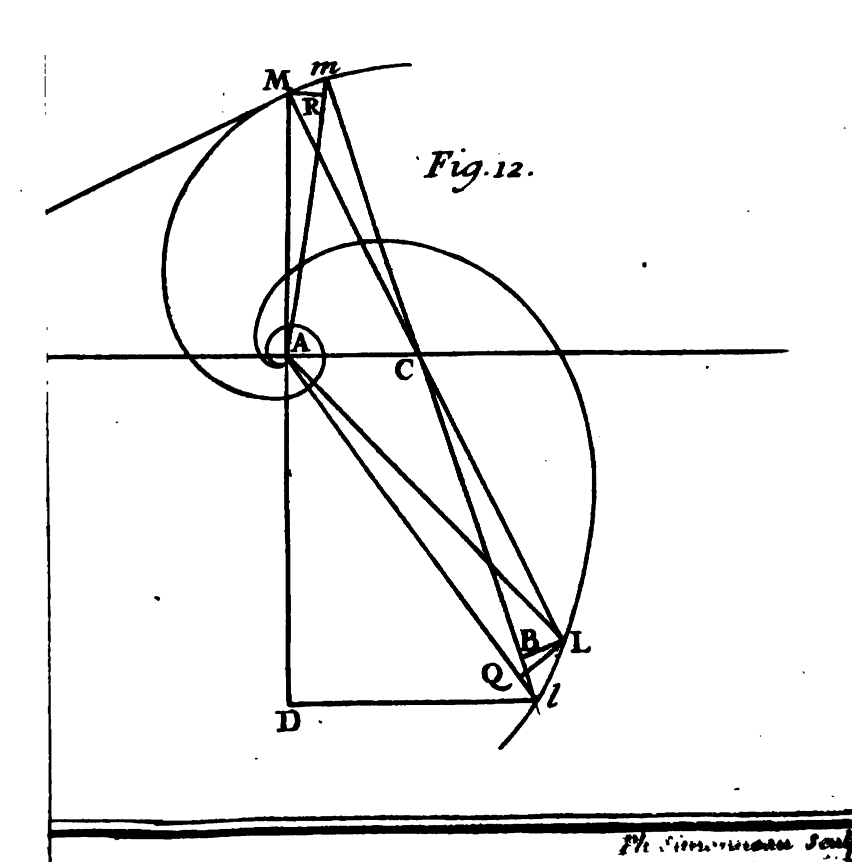


Ph. Simonneau Sculp.



Ph. Simonneau sculp.


Δ
m
Fig. 11.
M
R
D
B
L
l
P
A
C


M
m
R
Fig. 12.
A
C
B
L
Q
l
D

longitude que Jupiter; le Satellite ſera en *Cancer*, quand à l'égard du même point, il aura parcouru la quatriéme partie de ſon cercle, & en *Libra* quand il en aura parcouru la moitié, ainſi des autres. On conſidére donc les moyens mouvemens des Satellites à l'égard du centre de leurs cercles, comme l'on fait les moyens mouvemens des autres Planetes à l'égard du point où ce fait ce mouvement.

Je ne m'arrêterai point à faire voir les principes ſur leſquels eſt fondée la méthode de calculer leurs Eclipſes par les moyens mouvemens, il ſuffira d'expoſer ceux que ſuppoſe la ſeconde méthode, qui eſt beaucoup plus facile que la premiére, & qui ſe fait par l'addition & par la ſouſtraction de certains nombres, dont on ne voit pas d'abord la raiſon. L'explication de la ſeconde méthode ſervira à faire voir les principes qu'on ſuppoſe dans la premiére, & qui ſont les mêmes dans l'une & dans l'autre, quoiqu'on les employe d'une maniére un peu différente.

Dans la ſeconde méthode de calculer les Eclipſes du premier Satellite, on employe ſes révolutions au tour de Jupiter, qui ſont conſiderées d'une maniére un peu différente que les moyens mouvemens. Car on prend les révolutions, non pas à l'égard du point d'*Aries*, comme l'on fait les moyens mouvemens, mais à l'égard de la ligne qui va du Soleil à Jupiter; & comme cette Planete ſe meut par ſon mouvement propre d'Occident en Orient, il en réſulte que le retour du Satellite à l'égard de cette ligne qui va du Soleil à Jupiter, eſt un peu plus long qu'à l'égard de la ligne qui eſt dirigée au commencement d'*Aries ;* car afin que le Satellite faſſe ſa révolution à l'égard de la ligne qui va du Soleil à Jupiter, il faut qu'il parcoure ſon cercle entier, & de plus une portion de ſon cercle égale à celle que Jupiter a parcouru dans l'eſpace d'une révolution du Satellite. Le temps que le Satellite employe à parcourir ſon cercle, & de plus une portion de ſon cercle égale à celle que Jupiter parcourt en même temps ſur ſon orbite eſt donc appellée révolution du Satellite.

On diſtingue ces révolutions en moyennes qui ſont égales entr'elles, & en véritables ou apparentes qui ſont inégales, & on ſe ſert des moyennes pour trouver les véritables.

M. Caſſini prend les révolutions moyennes à l'égard de la ligne qui marque le moyen mouvement de Jupiter; cette ligne part d'un point pris ſur l'Axe de l'orbite de Jupiter éloigné du Soleil de l'excentricité de Jupiter, & va au centre de cette Planete. Cette ligne ſe meut de ſorte qu'elle fait avec l'Axe de l'orbite un angle, qui depuis l'Aphélie augmente toûjours également en temps égaux juſqu'au Périhélie, & en fait de même depuis le Périhélie juſqu'à l'Aphélie.

Cette même ligne du moyen mouvement de Jupiter prolongée juſqu'à la partie ſupérieure de l'orbe du Satellite, fait le même angle avec la ligne tirée par le centre de Jupiter, parallélement à celle de l'Axe de ſon orbite. L'Axe de l'ombre de Jupiter où arrivent les Eclipſes des Satellites, ſe rencontre dans la ligne du vrai mouvement, & elle fait un angle au centre de Jupiter avec la ligne du moyen mouvement, qui eſt appellé Angle de l'Equation périodique ou de premiére Equation; il augmente depuis l'Aphélie ou depuis le Périhélie juſqu'à la moyenne diſtance entre l'un & l'autre terme, & il diminuë, Jupiter allant des moyennes diſtances juſqu'à l'Aphélie, ou juſqu'au Périhélie, où il ſe réduit à rien.

La portion de l'orbe du Satellite compris entre la ligne du moyen mouvement de Jupiter & celle du vrai qui ſe croiſent au centre de Jupiter, eſt la meſure de l'angle de l'Equation de Jupiter; il meſure encore l'inégalité du mouvement de l'ombre de Jupiter dans l'orbe du Satellite qui eſt la diſtance entre la ligne du moyen mouvement, qui ſe meut également dans l'orbe du Satellite, & l'ombre même de Jupiter. Les révolutions du Satellite qui ſe prennent à l'égard de la ligne du moyen mouvement de Jupiter ſeront donc égales entr'elles, & les révolutions qui ſe terminent à la ligne du vrai mouvement ſeront inégales, & la différence qu'il y a entre les unes & les autres eſt meſurée par le temps que le Satellite employe à parcourir l'arc compris entre ces deux lignes; ce temps

ayant

ayant la même proportion au temps d'une révolution entiére du Satellite, que cet arc a au Cercle entier. Par les révolutions moyennes on trouve les conjonctions moyennes du Satellite, & les conjonctions moyennes servent à trouver les véritables par la différence du temps qu'il y a entre les unes & les autres.

Dans l'Aphélie & dans le Périhélie, les véritables conjonctions concourrent avec les moyennes. Quand Jupiter quitte son Aphélie & va vers le Périhélie, ce temps se soustrait de l'heure de la conjonction ou Eclipse moyenne, parce que le Satellite dans sa révolution rencontre l'ombre de Jupiter, où se fait l'Eclipse, avant que de rencontrer le lieu où se termine la conjonction moyenne; mais lorsque Jupiter va du Périhélie à l'Aphélie, la différence du temps s'ajoûte au temps de la moyenne conjonction, parce qu'en ce cas le Satellite rencontre la ligne du moyen mouvement avant que d'arriver à l'ombre; par cette Equation les conjonctions véritables accelérent, & les révolutions du Satellite sont plus courtes que les moyennes depuis l'Aphélie jusqu'aux moyennes distances; mais depuis ce terme jusqu'au Périhélie, les conjonctions retardent & les véritables révolutions sont plus longues que les moyennes; depuis le Périhélie jusqu'à l'Aphélie, il arrive le contraire de ce qui a été remarqué dans le premier demi-cercle.

Pour distribuer cette inégalité aussi-bien que les autres qui se trouvent dans le mouvement du premier Satellite, M. Cassini a cru que la maniére la plus commode pour le calcul des Eclipses, étoit de donner dans des Tables la partie de ces inégalités qui convient à chaque révolution; car comme les Eclipses sont ce qu'il y a de plus important à observer dans le mouvement des Satellites, il n'y a rien aussi qui facilite davantage le calcul de ces Eclipses, que d'avoir ces Equations calculées pour le temps de chaque Eclipse; par-là on n'a pas besoin de prendre des parties proportionnelles; on voit aussitôt la différence de chaque révolution moyenne à l'égard de la véritable, & on tire la vraye révolution suivante de la précédente.

Pour cet effet, il s'est avisé par un art très-ingenieux de diviser l'Orbe de Jupiter en autant de parties qu'il y a des révolutions ou d'Eclipses du premier Satellite dans le temps que Jupiter employe à parcourir son Orbe, après avoir déterminé par la comparaison des observations des plus anciennes Eclipses avec les modernes, le nombre des révolutions comprises entre les unes & les autres. Voici de quelle maniére il s'y est pris.

On trouve qu'en 12 années Juliennes 22^h 42′ 12″ le premier Satellite fait 2477 retours à l'ombre de Jupiter, comme il paroît par la Table des révolutions des années:

En 12 années Juliennes Jupiter fait une révolution par le Zodiaque & de plus 4° 21′ 24″, comme il est constant par les Tables les plus exactes de cette Planete; en 22^h 42′ 12″, temps que 2477 révolutions surpassent 12 années Juliennes, Jupiter par son moyen mouvement fait 4′ 42″; donc en 12 années Juliennes 0 jours 22^h 42′ 12″ égales à 2477 révolutions du premier Satellite, Jupiter parcourt son cercle entier & de plus 4° 26′ 6″; mais le mouvement de l'Aphélie de Jupiter en 12 années est 10′ 6″, suivant l'ordre des Signes; donc en 12 années Juliennes 22^h 41′ égales à 2477 révolutions du premier Satellite, le mouvement de Jupiter à l'égard de son Aphelie, outre le cercle entier, est de 4° 16′.

Maintenant le premier Satellite de Jupiter fait 29 révolutions en 51 jours 7^h 49′ 24″, comme il paroît par la Table des mois. Dans cet intervalle le moyen mouvement de Jupiter est 4° 16′, égal par conséquent à l'excès que le mouvement de Jupiter fait en 2477 révolutions. Si l'on ôte ces 29 révolutions de 2477, on aura 2448 révolutions précisément égales au temps d'une révolution de Jupiter à l'égard de son Aphélie.

Supposant donc que le Satellite acheve ce nombre de révolutions dans le retour de Jupiter à son Périhélie, on donne calculée dans la Table qui commence à la page 21 & finit à la page 38, la partie de l'Equation de Jupiter qui convient

à chaque révolution, en commençant du Périhelie, & passant successivement par toutes les révolutions jusqu'à l'Aphélie.

Ce nombre de 2448 par une rencontre heureuse se trouve commode pour cette distribution, à cause du grand nombre des parties aliquotes qu'il contient, car puisque 2448 représente le Cercle entier de l'anomalie de Jupiter, 1224 en donne le demi-Cercle, 612 en donne le quart ou trois Signes, 408 deux Signes, 204 un Signe, 34 révolutions, 5 degrés, ainsi des autres comme l'on peut voir dans la Table qui est à la page 20.

Pour calculer l'Equation qui convient à chaque révolution du Satellite, on a supposé celle qui se trouve dans les Tables qui représentent mieux les observations de Jupiter; différentes Tables la faisant un peu différente. Pour cette recherche on a préféré les Tables Rudolphines qui supposent cette Equation dans les moyennes distances, où elle est plus grande, de 5.° 30', & sa distribution par l'Orbe de Jupiter comme elle est supposée par Kepler; ayant donc calculé l'Equation de Jupiter qui convient à chaque révolution du premier Satellite à commencer du Périhelie, on l'a convertie en temps, en raison d'un jour 18 heures 28 minutes 36 secondes pour 360 degrés. Ce temps calculé pour chaque révolution, qui marque la différence entre les Eclipses moyennes & véritables, va en augmentant depuis le Périhélie jusques aux moyennes distances, où il est 39' 8", comme l'on peut voir par la Table qui commence à la page 21, où le nombre premier qui est dans la premiére colomne, marque le nombre des révolutions à commencer du Périhelie; & les minutes & secondes qui y répondent dans la seconde colomne, sont ce qu'il faut ajoûter aux révolutions moyennes pour avoir les véritables depuis o jusqu'au nombre 1224, & ce qu'il faut ôter des moyennes pour avoir les véritables depuis le nombre 1224 jusqu'à 2448; ainsi le nombre premier marque le nombre des révolutions du premier Satellite depuis le Périhelie de Jupiter, & les minutes & secondes qui répondent au nombre premier sont l'Equation de Jupiter

convertie en temps qui convient aux mêmes révolutions. Voilà l'explication du nombre premier & de l'Equation qui se prend par le moyen de ce nombre; on donnera dans la suite l'explication du nombre second qui est dans la troisiéme colomne de la même Table.

Après avoir cherché la premiére inégalité des révolutions, il est nécessaire de sçavoir en quel endroit du Ciel cette inégalité doit commencer, ce qui dépend du lieu où se trouve le Périhelie de Jupiter dans le Zodiaque, & du temps auquel cette Planete y passe.

Les Astronomes ne s'accordent pas dans la situation du périhélie de Jupiter à cause de la grande difficulté de le déteminer avec précision, & la différence qu'il y a dans cette détermination entre divers Astronomes est si grande, qu'elle peut produire une erreur de 4 ou 5 minutes de temps dans le calcul des Eclipses du premier Satellite. Dans cette diversité d'hypothéses, M. Cassini a suivi celle qui s'approchoit le mieux de ce qu'il avoit déterminé lui-même, & qui en même temps représentoit plus précisément les Eclipses du premier Satellite. Il suppose donc le lieu du périhélie de Jupiter en 1700 au 10° 20′ de *Libra*, d'où il résulte que Jupiter passa par cet endroit l'an 1702 le 13 d'Octobre; ainsi ce jour-là de l'an 1702, le nombre premier fut 2448 ou zero. Pour trouver quel étoit le nombre premier en 1700 qui est l'époque qu'il a prise dans ses calculs, il faut considérer que depuis le commencement de l'année 1702 jusqu'au 13 d'Octobre il y a 162 revolutions du premier Satellite, & qu'en deux années Juliennes comprises depuis 1700 jusqu'en 1702 il y a 413 révolutions, donc depuis le commencement de l'année 1700. jusqu'au 13 d'Octobre 1702 il y a 575 revolutions du premier Satellite, qui étant ôtées de 2448 on aura 1873, époque du nombre premier pour le commencement de l'année commune 1700, telle qu'elle est dans les préceptes : par un semblable raisonnement on trouvera le nombre premier pour l'année 1600, ou pour toute autre époque que l'on voudra.

Après l'explication du nombre premier qui ſert à trouver la premiére inégalité des révolutions du premier Satellite, il faut rendre raiſon du nombre ſecond, qui ſert à connoître la ſeconde inégalité; car les Eclipſes du premier Satellite ne ſont pas ſeulement ſujettes à l'inégalité qui dépend du mouvement de Jupiter, elles en ont encore une ſeconde dont la période s'acheve au retour de Jupiter à la même ſituation du Soleil vûë de la Terre.

Le temps du retour de Jupiter à ſon oppoſition, ou à ſa conjonction avec le Soleil eſt inégal par deux cauſes différentes; l'une dépend de l'inégalité du mouvement de Jupiter ſur ſon orbite; l'autre du mouvement du Soleil au tour de la Terre, ou de la Terre au tour du Soleil: mais le temps dans lequel ſe fait une revolution moyenne qui n'eſt pas ſujette à ces inégalités, eſt d'une année commune 34 jours & près de deux heures, ou de 399 jours & près de deux heures. Dans l'intervalle d'une année 33 jours $5^h\,16'$ il y a 225 revolutions du premier Satellite, donc entre le retour moyen de Jupiter à l'oppoſition & 225 revolutions du premier Satellite il y a 20 heures 34 min. de différence, dont les 225 revolutions ſont plus courtes; ces 20 heures 34 min. ſont quatre dixiémes de revolution, donc le temps du retour de Jupiter à ſon oppoſition moyenne eſt meſuré par 225 revolutions moyennes du premier Satellite & $\frac{4}{10}$. On prend le jour de l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil pour époque de ces revolutions qui ſont déſignées par le nombre ſecond; ainſi le nombre ſecond marquera le nombre des revolutions depuis l'oppoſition de Jupiter avec le Soleil qui la précéde; ce nombre ſe termine à l'oppoſition ſuivante, & il ſert à regler la ſeconde inégalité qui convient à chaque révolution.

Mais pour faire la diſtribution de la ſeconde inégalité à chaque revolution il faut connoître quelle eſt la plus grande, en quel endroit elle arrive, & par quelles regles elle varie. M. Caſſini a conclu la plus grande inégalité par celle qu'il a trouvée près des quadratures de Jupiter avec le Soleil; car ayant calculé en cet endroit les Eclipſes du premier Satellite par rapport aux époques qu'il avoit établies dans les oppoſi-

tions, il a reconnu que les conjonctions calculées par la premiére Equation, différoient d'un degré entier, ou un peu plus à l'égard des conjonctions du premier Satellite qu'on trouvoit par les observations immédites, de sorte que ce Satellite dans les quadratures a un degré environ d'Equation soustrative à l'égard du mouvement établi dans les oppositions, ce qui lui fit conclure qu'elle alloit en augmentant jusqu'aux conjonctions de Jupiter avec le Soleil, où elle devoit être plus de deux degrés, & le double plus grande que près des quadratures. Le premier Satellite parcourt deux degrés de son orbite en 14′ 10″ de temps; & parce que entre une opposition moyenne de Jupiter avec le Soleil, & la conjonction suivante, il y a la moitié de l'intervalle qui est entre une opposition moyenne & la suivante, égal à 225 revolutions, il suit qu'entre l'opposition & la conjonction il doit y avoir 112 revolutions: c'est par cette raison que dans la Table qui commence à la page 39 au nombre 112 répond 14′ 10″ d'Equation qu'il faudroit faire au Satellite, lorsque Jupiter est en conjonction avec le Soleil, si ces Eclipses étoient visibles en cet endroit. Cette Equation a été distribuée à chaque revolution comprise entre la conjonction & l'opposition de Jupiter, en raison du sinus verse de la distance de Jupiter à l'égard du Soleil vûë de la Terre.

Telle est la construction de la Table de la seconde inégalité qui se prend avec le nombre second, qui, comme nous avons déja dit, désigne les révolutions du Satellite depuis l'opposition de Jupiter avec le Soleil jusqu'a la suivante. La Table de cette Equation se trouve à la page 39 & 40.

On remarquera ici que cette Table suppose que le Satellite a la même inégalité à pareilles distances de l'opposition, & que l'Equation qui convient à l'Eclipse d'un Satellite avant l'opposition, est la même que celle qui lui convient dans un pareil nombre de revolutions après l'opposition; mais cela n'est pas toûjours conforme aux observations, ainsi que M. Cassini l'a reconnu lui-même, ce qui a été aussi confirmé par les observations que nous avons continué de faire, & que nous rapporterons dans la suite de ce Memoire.

Cette Equation eſt ſouvent différente non ſeulement dans la même année à égale diſtance de l'oppoſition, mais elle n'eſt pas la même 12 ans après, lorſque Jupiter retourne au même lieu du Zodiaque. Ces deux mêmes variations qui arrivent à la ſeconde inégalité s'obſervent encore dans les trois autres Satellites, & elles ſont beaucoup plus ſenſibles & plus grandes dans ces Satellites que dans le premier, ainſi que nous le ferons voir dans une autre occaſion.

A l'égard du nombre ſecond des Tables du premier Satellite, il reſte à rendre raiſon des Equations qu'il y a à faire.

Pour comprendre ces Equations, il faut conſidérer que ſi le mouvement de Jupiter étoit égal auſſi bien que celui du Soleil, entre une oppoſition de Jupiter & la ſuivante il y auroit toûjours le même intervalle de temps, ou un égal nombre de revolutions du premier Satellite, qui eſt de 225 $\frac{4}{10}$, tel que nous l'avons trouvé ci-deſſus; mais parce que le mouvement vrai de ces deux Planetes eſt tantôt plus vîte, tantôt plus lent que le moyen, il en reſulte qu'entre une oppoſition de Jupiter avec le Soleil & l'autre, il y a tantôt un plus long intervalle de temps, & tantôt un peu plus petit, & par conſéquent un plus grand nombre de revolutions que 225, ou un plus petit; & comme la différence entre une oppoſition & l'autre vient en partie d'inégalité du mouvement du Soleil, & en partie de celle du mouvement de Jupiter, on conſidére à part la différence que chacune de ces inégalités y peut apporter.

Pour commencer par celle du Soleil; lorſque cette Planete ſe trouve dans ſon périgée ou dans ſon apogée, ce qui arrive ſur la fin de Decembre, & ſur la fin de Juin, il ne doit pas y avoir de différence par cette cauſe entre les revolutions moyennes & les véritables, parce qu'alors le lieu véritable du Soleil concourt avec le moyen; mais à égale diſtance du périgée & de l'apogée, le lieu moyen du Soleil eſt différent du véritable de ſon Equation, qui dans les moyennes diſtances eſt près de deux degrés, ce qui arrive ſur la fin de Mars & de Septembre : les revolutions véritables doivent donc être différentes des moyennes, & la différence eſt cauſée

par l'inégalité du mouvement du Soleil, qui eſt près de deux degrés. Or le Soleil ne parcourt ces deux degrés qu'en deux jours; dans ces deux jours il y a une revolution entiére du premier Satellite, & de plus $5^h\,31'$, qui ſont environ deux dixiémes de revolution : c'eſt donc là la différence qu'il peut y avoir par cette raiſon entre les revolutions moyennes & les véritables. C'eſt pourquoy dans les revolutions qui ſont dans la Table des mois, le nombre ſecond concourt avec le premier au commencement de Janvier, pourquoy ils différent d'une revolution & deux dixiémes au mois de Mars, & qu'ils concourent de nouveau à la fin de Juin, & enfin pourquoy ils ſont de nouveau différens d'une revolution & deux dixiémes à la fin de Septembre.

Il ſera aiſé de voir pourquoi le nombre ſecond va en augmentant à l'égard du premier depuis le commencement de l'année juſqu'à la fin de Mars, & qu'il diminuë enſuite juſqu'en Juillet; pourquoi depuis ce terme le nombre ſecond eſt plus petit que le premier, & va toûjours en diminuant juſqu'à la fin de Décembre, où le nombre ſecond eſt le même que le premier.

Il reſte à rendre raiſon du nombre ſecond qui eſt dans la grande Table de la premiére Equation. Ce nombre eſt proprement une Equation qu'il faut faire au nombre ſecond, à cauſe de l'inégalité du mouvement de Jupiter, qui fait que les oppoſitions moyennes de Jupiter avec le Soleil ne concourrent pas le plus ſouvent avec les véritables, & cauſe une variation dans le nombre des révolutions du premier entre une véritable oppoſition & la ſuivante, outre celle que nous avons remarqué venir du Soleil, de ſorte qu'elles ſont tantôt plus, tantôt moins que 225; ainſi pour avoir les véritables conjonctions du Satellite qui ſont échûës depuis l'oppoſition, il faut faire au nombre ſecond l'Equation qui eſt convenable à l'inégalité du mouvement de Jupiter, de même que pour avoir le nombre des conjonctions du Satellite, qui ſont échûës après l'oppoſition, & qui ſervent à trouver la ſeconde Equation, qui leur convient.

Pour

Pour comprendre la raiſon de ce nombre, il faut conſidérer, comme nous avons déja dit, que l'Equation de Jupiter eſt nulle dans le Périhélie & dans l'Aphélie; que depuis ces termes elle va en augmentant juſqu'aux moyennes diſtances, où elle monte à 5 degrés & demi; les conjonctions moyennes dans ces endroits différent donc d'autant des véritables comme elles ſont vûës du Soleil. Or le Soleil par ſon mouvement, parcourt l'intervalle de 5 degrés & demi en 5 jours & demi, dans leſquels il y a un peu plus de trois révolutions du premier Satellite; il y a donc dans les moyennes diſtances un peu plus de trois révolutions du Satellite entre les conjonctions moyennes & les véritables.

Dans le Périhélie & dans l'Aphélie les conjonctions moyennes concourent avec les véritables, c'eſt pourquoi il n'y a point d'Equation à faire au nombre ſecond. Depuis le Périhélie juſqu'à l'Aphélie le Satellite arrive plûtôt à la ligne des véritables conjonctions qu'à celles des moyennes, c'eſt pourquoi il faut ôter du nombre ſecond cette Equation des révolutions moyennes pour avoir les véritables; mais depuis l'Aphélie juſqu'au Périhélie, il faut l'ajoûter par une raiſon contraire.

Tout ce que nous avons dit juſqu'à préſent regarde le calcul des conjonctions du Satellite qui ſe font, lorſqu'il arrive à peu-près au milieu de ſa courſe dans l'ombre de Jupiter, mais le Satellite n'eſt point viſible en cet endroit. On peut obſerver ſeulement, à l'égard du premier Satellite, ſon entrée dans l'ombre, ou ſa ſortie, & jamais l'une & l'autre dans la même Eclipſe; ainſi quand on a trouvé par le calcul l'heure de la conjonction du Satellite, pour avoir celle de ſon entrée dans l'ombre, il faut connoître le temps qu'il employe à la parcourir; car ſa moitié étant ôtée de l'heure de la conjonction, donne le temps de ſon immerſion ou de ſon entrée dans l'ombre, qui eſt la phaſe viſible depuis la conjonction de Jupiter avec le Soleil juſqu'à ſon oppoſition. La même demi-incidence dans l'ombre ajoûtée à l'heure de la conjonction, donne le temps de ſon émerſion ou de ſa ſortie de l'ombre, qui eſt la phaſe qui ſe peut obſerver depuis

l'opposition jusqu'à la conjonction suivante de Jupiter avec le Soleil. Il faut donc avoir le temps que le Satellite employe à parcourir l'ombre de Jupiter, ou la durée des Eclipses.

Mais la durée des Eclipses du Satellite dépend de différens principes. Il faut premiérement connoître la situation des nœuds des Satellites avec l'orbite de Jupiter, l'inclinaison de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, & le diametre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'orbe du Satellite, car ces trois principes concourrent à déterminer la durée des Eclipses, & à connoître les régles avec lesquelles elle varie dans les différens endroits du Zodiaque.

Lorsque Jupiter, vû du Soleil, se trouve dans les nœuds des Satellites, la durée des Eclipses est la plus grande de toutes, parce que l'incidence du Satellite dans l'ombre, ou la partie de son orbe qu'il parcourt dans l'ombre, est pour lors représentée par le diametre de cette ombre. Quand Jupiter, vû du Soleil, est éloigné des nœuds du Satellite, la durée des Eclipses est représentée par une Corde qui est d'autant plus petite, que Jupiter est éloigné des nœuds; ainsi pour avoir la durée des Eclipses, il faut considérer cette distance des nœuds, qui avec la déclinaison de l'orbe du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, détermine la latitude du Satellite, laquelle étant comparée avec le diametre que l'ombre occupe dans l'orbe du Satellite, fait connoître la partie de l'orbe du Satellite qui tombe dans l'ombre; cette portion de l'orbite du Satellite étant comparée avec le temps de la révolution entiére du Satellite, donne la durée de l'Eclipse. Il est donc nécessaire de connoître pour cela la situation des nœuds des Satellites, leur inclinaison à l'égard de l'orbite de Jupiter, & le diametre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'orbe du Satellite.

Pour connoître la grandeur que l'ombre occupe dans l'orbe du Satellite, il faut avoir le diametre du Soleil, tel qu'il feroit vû de Jupiter, ce que l'on trouve par son diametre vû de la Terre, & par la proportion des distances de Jupiter au Soleil, & du Soleil à la Terre. Il faut sçavoir en second lieu le diametre de Jupiter vû du Soleil, ce qu'il faut conclure de

l'apparence qu'il fait à la Terre, & de la proportion des mêmes distances de Jupiter & de la Terre à l'égard du Soleil; enfin pour avoir la grandeur de l'ombre dans l'orbe du Satellite, il est nécessaire de sçavoir encore le rapport du diametre de Jupiter au diametre de l'orbe du Satellite. Voilà ce qui est nécessaire de sçavoir, pour connoître la grandeur de l'ombre, qui est un des principes qui servent à trouver la durée des Eclipses.

Le second principe qui sert au même usage, est la situation des nœuds des Satellites à l'égard de l'orbite de Jupiter. Si dans la même Eclipse l'on pouvoit observer l'entrée & la sortie du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter, par les observations assiduës des mêmes Eclipses, on pourroit trouver cette situation; car en les comparant ensemble, on auroit celles de la plus longue durée, & le lieu de Jupiter où elles arrivent donneroit la situation des nœuds des Satellites; mais comme on ne peut pas observer dans la même conjonction du premier Satellite qu'une de ces phases, on ne peut pas employer cette méthode qui seroit des plus simples; il a donc fallu avoir recours à d'autres plus composées. On s'est servi des conjonctions apparentes du premier Satellite dans la partie inférieure de son cercle, dans lesquelles on peut observer l'entrée dans Jupiter & sa sortie, pour avoir la durée totale. Mais comme elle est un peu différente de la durée dans l'ombre qui arrive dans la même révolution, & que d'ailleurs la plus longue durée dans l'ombre n'arrive pas dans la même révolution de la plus longue durée dans le disque, M. Cassini a été obligé de chercher une méthode de trouver la différence qu'il y a entre une apparence & l'autre, en réduisant par les hypotheses du mouvement de Jupiter & du Soleil les apparences qui s'observent de la terre à celle qui seroient vûës du Soleil. Il seroit trop long de rapporter ici les différentes méthodes dont il s'est servi pour cette recherche, & qu'on peut voir dans son Traité sur les hypotheses des Satellites de Jupiter.

Enfin pour avoir la durée des Eclipses du premier Satellite

de Jupiter, par tous les degrés de ſon orbite où cette Planete ſe trouve, il faut connoître l'inclinaiſon de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter qui eſt un des principes qui, comme nous avons dit, concourent à déterminer leur durée.

On eſt parvenu à cette connoiſſance par l'obſervation des plus grandes latitudes du Satellite vûës de la Terre & comparées au diametre de Jupiter, ce qui demande des obſervations de pluſieurs années pour ſçavoir quelles ſont les plus grandes, & en quel endroit du Ciel elles arrivent. On trouve encore l'inclinaiſon par la plus grande durée & par la plus courte des conjonctions inférieures du premier Satellite avec Jupiter; car comme l'on peut obſerver en cet endroit ſon entrée dans Jupiter & ſa ſortie de Jupiter, on connoîtra la durée, ce qui ne demande pas une moindre ſuite d'obſervations pour ſçavoir quelle eſt la plus grande & quelle eſt la plus courte. La plus grande durée meſure l'arc du Satellite compris par le diametre de Jupiter; la plus courte meſure l'arc par lequel le Satellite parcourt une corde de ce diſque : ces deux arcs ſont deux côtés d'un triangle rectangle, par le moyen duquel on trouve la latitude du Satellite dans la conjonction par rapport au centre apparent de Jupiter. Cette latitude ainſi trouvée, ſeroit égale à la déclinaiſon vûë de Jupiter, ſi au temps de l'obſervation de la plus grande & de la plus courte durée, cette Planete n'avoit point de latitude, mais comme cela n'arrive preſque jamais, il a fallu réduire par des méthodes particuliéres cette déclinaiſon ainſi trouvée, à celle qui ſeroit vûë de Jupiter par rapport à ſon orbite, qui eſt la véritable déclinaiſon de l'orbe du Satellite.

Voilà les obſervations qui ont été néceſſaires, & les voyes qu'il a fallu ſuivre pour calculer la durée des Eclipſes du premier Satellite qui eſt à la page 41 des Tables de M. Caſſini.

On prend la demi-durée des Eclipſes avec le nombre premier qui, comme nous avons dit, marque les révolutions de ce Satellite depuis le Périhélie de Jupiter. Le nœud aſcendant des Satellites où eſt la plus longue durée, a été déterminé au 14° 30′ d'*Aquarius*. Le Périhélie de Jupiter étant au 10°

d'*Aries*, il ſuit que de ce dernier terme au 14° 30′ du Lion opposé à *Aquarius*, il y a 800 révolutions du premier; donc quand le nombre premier ſera 800, Jupiter ſera dans le nœud deſcendent des Satellites, il marquera pour lors la plus longue durée de ſes Eclipſes. Il en ſera de même, lorſque le nombre premier ſera 2098, car Jupiter ſera pour lors dans le nœud aſcendent des Satellites; & comme le nombre premier marque les différens points de l'orbe de Jupiter, il ſervira à connoître la durée des Eclipſes dans ces mêmes points.

Ce ſont là les principes qui ont été employés dans les Tables du premier Satellite, & c'eſt là la méthode que M. Caſſini a donnée pour calculer ces Eclipſes. Ces Tables ont été faites avec un tel art, que quoiqu'elles ſuppoſent les moyens mouvemens du Soleil & de Jupiter, auſſi-bien que leurs véritables & les diſtances de ces deux Planetes vûës de la Terre, connus pour le temps de chaque Eclipſe du Satellite, on n'a pas béſoin de les calculer, mais à leur place on employe ſes révolutions qui ſervent de meſure pour connoître ces différens mouvemens. Cette méthode facilite les calculs de ces Eclipſes à un tel point, qu'ils peuvent être faits par ceux mêmes qui n'ont aucun principe d'Aſtronomie, pourvû qu'ils ſçachent ſeulement les régles de l'addition & de la ſouſtraction.

Ces Tables ainſi conſtruites, repréſentoient avec aſſés de préciſion toutes les obſervations qu'on avoit faites juſqu'en 1693, qui fut l'année de leur édition; cependant comme par la ſuite des obſervations les hypotheſes des mouvemens céleſtes ſe perfectionnent toûjours davantage, ſur-tout ceux des Satellites, qui ne ſont connus que depuis ſi peu de temps, & dont nous n'avons d'obſervations un peu exactes de leurs Eclipſes que depuis 1650, feu M. Caſſini cinq années après l'édition de ſes Tables ayant comparé les obſervations les plus éloignées entre elles qu'il avoit faites alors par lui-même, trouva que les révolutions du 1.er Satellite ſuppoſées dans les Tables, étoient un peu trop longues, & qu'il falloit ôter une ſeconde de temps à 25 révolutions du premier, ce qui fait 8 ſecondes de temps en 206 révolutions compriſes dans une année; ainſi ôtant

8 secondes à la derniére révolution des mois qui se termine au 30 Décembre 14^h 11′ 36″, on aura à la place 30 14^h 11′ 28″, il en sera de même dans les autres années à proportion, ce qui est une correction qui se peut faire aisément aux Tables.

Après cette correction faite aux révolutions moyennes, M. Cassini ayant comparé les Eclipses observées près des moyennes distances, lorsque Jupiter alloit de son Aphélie à son Périhélie, il reconnut qu'elles avoient une Equation soustractive de 40 ou 41 minutes de temps, & lorsqu'il alloit du Périhélie à l'Aphélie près des moyennes distances, elles en avoient une Equation additive à peu près de 41′; ainsi dans l'une & dans l'autre situation l'Equation étoit environ une minute ou deux de temps plus grande que celle des Tables qui la donnent 39′ 8″. Il est extrêmement difficile de s'assûrer d'une minute, à cause du grand nombre de principes qui entrent dans le calcul d'une Eclipse du Satellite, qui pris un peu différemment, peuvent causer tous ensemble une différence encore plus grande; c'est pourquoi dans ce doute M. Cassini se détermina à augmenter la premiére Equation de sa 30e partie, qui donne la plus grande Equation de 40′ 26″, au lieu de 39′ 8″ comme elle est dans la Table. Il prit ce parti non seulement pour avoir à peu près un milieu entre la plus grande & la plus petite correction qu'il y avoit à faire, mais encore pour faciliter le calcul de cette Equation, afin qu'on pût l'appliquer aisément aux Tables qu'il avoit publiées; car le nombre qui marque dans la Table les minutes de la premiére Equation, & qui répond au nombre premier étant doublé, si on l'ajoûte au nombre des secondes de la même Equation, on aura l'Equation corrigée, & telle qu'il faut l'employer.

Il faut remarquer ici, que si l'on suppose exacte l'Equation de Jupiter, telle qu'elle est dans les Tables Rudolphines, qui est celle qui a été employée dans ce calcul, & qu'elle n'ait pas besoin de correction, la 30e partie dont il faut augmenter la premiére Equation du Satellite pour représenter les observations de ces Eclipses, & sur-tout celles qui arrivent près des

moyennes diſtances ſeroit une troiſiéme inégalité à laquelle ces Eclipſes ſeroient ſujettes; mais nous avons lieu de croire qu'au moins une partie de cette différence vient de ce que Kepler fait la premiére Equation de Jupiter trop petite; car ayant comparé enſemble un grand nombre d'obſervations que nous avons faites dans les oppoſitions de Jupiter avec le Soleil, nous avons trouvé ſon Equation de 5 minutes plus grande que celle qui eſt ſuppoſée par ce célébre Aſtronome, & qui eſt employée dans les Tables du premier Satellite, ce qui donneroit 35 ſecondes de plus ſeulement & feroit l'Equation totale de 39' 40", au lieu de 40 ou 41 qu'a trouvé M. Caſſini. Il faudra examiner ſi l'autre partie de l'Equation qui eſt néceſſaire pour repréſenter ces Eclipſes ne vient point de la premiére Equation de Jupiter, qui dans ce cas devroit être encore de 6 ou 7 minutes de degré plus grande que nous ne la ſuppoſons; ſi cela eſt, les mouvemens de Jupiter & du premier Satellite concouroient à ſe perfectionner réciproquement.

M. Caſſini fit les corrections que nous venons de rapporter ſur les mouvemens du premier Satellite, en 1698, cinq ans après l'édition de ſes Tables, & elles ſont le ſujet d'un Mémoire qu'il communiqua à l'Académie au mois de Juillet de la même année, dont M. du Hamel a publié un Extrait dans la 2.e édition de ſon Hiſtoire. Elles ſont encore rapportées dans les Mémoires de l'Acad. de l'an 1706, page 81, à l'occaſion de l'accord que le P. Laval dit avoir trouvé entre les obſervations des Eclipſes du premier Satellite faites à Marſeille, & le calcul qu'on avoit donné de ces Eclipſes dans la Connoiſſance des Temps; car en cet endroit M. Caſſini dit que ces calculs ont été faits ſur les corrections qu'il avoit données en 1698, & qui conſiſtent à ôter 4 minutes à l'époque marquée dans les Tables, à ôter une ſeconde de temps à 25 révolutions, & augmenter la premiére inégalité qui eſt dans la Table de ſa trentiéme partie.

Outre ces corrections qui ont été publiées dans ces deux différens endroits, M. Caſſini en fit une autre à la durée des

Eclipſes du même Satellite, comme il paroît par une Table écrite de ſa main qui nous reſte. Dans cette Table, il augmente d'une minute de temps la plus longue durée qu'il a donné dans celle qui eſt imprimée; & ſuppoſant la plus courte, telle qu'elle avoit été marquée dans la même Table, il calcule par cette hypotheſe dans les différentes diſtances de Jupiter au nœud des Satellites, la durée des Eclipſes qui réſulte de quelques ſecondes de temps, plus longue.

Les corrections de feu M. Caſſini, qui conſiſtent à ôter une ſeconde de temps à 25 révolutions, & à augmenter la premiére Equation de ſa trentiéme partie, repréſentent non ſeulement les obſervations des Eclipſes du premier Satellite qui avoient été faites juſqu'à l'année 1698 qu'il donna ces corrections, mais encore celles que nous avons continué de faire depuis ce temps-là juſqu'à préſent, de ſorte qu'il n'y a rien à changer ni au moyen mouvement, ni à la premiére Equation; & elles repréſentent ces Eclipſes avec tant de préciſion, que parmi plus de ſix cens que nous avons comparées enſemble, une grande partie s'accorde dans la minute, une autre partie s'en éloigne un peu plus, & il n'y a que 40 obſervations qui s'éloignent de 4 à 5 minutes du calcul.

Ces plus grandes différences ſe rencontrent pour l'ordinaire dans les Eclipſes obſervées proche des conjonctions de Jupiter avec le Soleil, où la ſeconde Equation eſt plus grande, ce qui fait connoître qu'elle eſt ſujette à des variations.

Entre pluſieurs obſervations qui font voir ces variations de la ſeconde inégalité, nous nous contenterons de rapporter les ſuivantes. En 1670 feu M. Caſſini obſerva l'Emerſion du premier Satellite le 31 Mai à $8^h 48' 46''$, temps moyen. Dans cette obſervation, où la ſeconde Equation réſulte de 17 minutes, le nombre ſecond eſt 86, & par conſéquent Jupiter étoit éloigné de la conjonction ſuivante de 26 révolutions du premier. En 1671 il obſerva l'Immerſion du premier le 18 Octobre à $4^h 2' 56''$, temps moyen, d'où la ſeconde Equation réſulte de 7 à 8 minutes. Dans cette obſervation le nombre ſecond étoit 146, & par conſéquent Jupiter étoit éloigné

éloigné de la conjonction précédente de 33 révolutions, & 17 révolutions plus éloigné de la conjonction que celle de 1670. Si elles avoient été faites à la même distance, en 1671 l'Equation auroit été d'une minute plus grande qu'en 1670, & par conséquent elle auroit été de 8 à 9 min. mais en 1670 elle a été de 17; elle a donc été 8 min. au moins plus grande avant la conjonction de 1670, qu'elle n'a été après la même conjonction en 1671 à distances égales de la conjonction.

En 1695 cette Equation, avant la conjonction, a été égale à celle qui résulte des observations faites après, à la même distance, & elle s'est trouvée cette année-là telle qu'elle est dans les Tables.

En 1716, par les observations que nous avons faites le 10 Avril à 7^h 33′ 41″, temps moyen avant la conjonction, la seconde Equation résulte de 9 minutes; & par une autre, faite la même année, le 24 Juillet, à 3^h 44′ 56″ du matin, temps moyen, après la conjonction, elle résulte de 16′ 10″. Dans l'observation du 10 Avril, le nombre second étoit 86, & dans celle du 24 Juillet il étoit de 143. La premiére étoit donc éloignée de la conjonction suivante de 26 révolutions, & la seconde étoit éloignée de la conjonction précédente de 31, avec une différence de 5 révolutions, dont la derniére étoit plus éloignée, ce qui donne une différence de 30 secondes, dont la derniére auroit été encore plus grande; elle auroit donc été de près de 17 minutes, si elle avoit été faite à la distance de 26 révolutions, comme celle du 10 Avril, mais celle-ci n'a été que de 9 minutes; donc en 1716 la seconde Equation a été fort inégale, & presque le double plus grande après la conjonction qu'avant, à distances égales de ce terme.

La seconde inégalité ayant donc été par les observations de 1670 & 1671, plus grande avant la conjonction qu'après, on auroit lieu de croire que vers ces années-là le terme où elle a été plus grande, n'a pas été dans la conjonction, mais avant; qu'en 1695 ce terme s'est rencontré dans la conjonction, & enfin qu'en 1716 ce terme s'est rencontré après la

conjonction ; d'où l'on peut inférer qu'il a un mouvement qui, à l'égard du Soleil, l'a transporté de la partie occidentale vers l'orientale, & qu'en 1716 il étoit autant éloigné vers l'Orient qu'il en étoit vers l'Occident en 1671.

Ces inégalités & les variations qui arrivent à la seconde Equation du premier Satellite, non seulement en différentes années, mais dans la même année, à pareille distance de la conjonction de Jupiter avec le Soleil, ne sont pas favorables à l'opinion de quelques Philosophes, touchant le mouvement de la Lumiére, qu'on prétend prouver par cette second inégalité, laquelle dans ces circonstances devroit être sensiblement égale, au lieu qu'elle est le plus souvent tantôt plus grande & tantôt plus petite, avec une différence de 7 à 8 minutes.

On peut ajoûter cette nouvelle réflexion aux autres, que nous avons rapportées dans le Mémoire de 1707 contre cette hypothese. J'ai communiqué cette réflexion avec d'autres à M. Halley, célébre Astronome Anglois, dans une Lettre que je lui écrivis en 1718, à l'occasion d'une faute de Calcul que j'ai faite dans ce Mémoire, & dont il eut la bonté de m'avertir. Voici en quoi elle consiste.

J'y comparai deux observations du troisiéme Satellite avec deux autres du premier, faites à peu de jours près l'une de l'autre, & dans cette comparaison je trouve par erreur la seconde inégalité du troisiéme de 8 minutes, & contraire à celle qui se trouve dans le même intervalle entre deux observations du premier ; au lieu que par un calcul plus exact, elle n'est que de 2 minutes, & conforme à celle qui résulte des observations du premier, comme l'a remarqué M. Halley, de sorte que dans cette circonstance la seconde inégalité du troisiéme Satellite étant conforme & égale, à quelques secondes près, à celle du premier, elle est favorable à l'hypothese du mouvement de la Lumiére. Mais la preuve que nous avons tirée dans le Mémoire de 1707, de l'inégalité du second contre cette hypothese, subsiste toûjours, quoique par les principes que nous suivons présentement touchant le mouvement du second Satellite, un peu différens

de ceux que nous employâmes alors dans ces calculs, donnent la quantité de cette Équation un peu différente.

On peut ajoûter encore que si l'Équation du 3.e se trouve égale à celle du premier dans les deux observations rapportées, & dans d'autres, comme nous avons dit dans ce Memoire, il y en a un grand nombre où elle se trouve plus grande, quoique dans ce Satellite elle ne suive pas le rapport des distances des Satellites à l'égard du centre de Jupiter.

Il reste à examiner la durée des Eclipses du premier Satellite, ce qui est nécessaire à sçavoir pour avoir l'heure des Immersions & des Emersions.

Pour vérifier ce principe, nous nous sommes servis de différentes méthodes. Celle qui nous paroît la plus simple & la plus certaine, est de comparer une Immersion qui a été observée quelques révolutions avant l'opposition de Jupiter avec le Soleil, avec une Emersion qui a été observée quelques révolutions après l'opposition, ce qui donne l'intervalle du temps qu'il y a entre une révolution & l'autre. Cet intervalle est composé du nombre entier de révolutions, & de plus du temps que le Satellite a employé à parcourir l'ombre de Jupiter, puisqu'on compare le temps d'une Immersion avec celui d'une Emersion; si l'on ôte de cet intervalle celui qui est dû au nombre des révolutions qui y sont comprises, ayant égard aux variations qui arrivent à la premiére & à la seconde Equation dans le même intervalle, on aura le temps que le Satellite a employé a parcourir l'ombre de Jupiter, avec presque autant de précision que si on l'avoit pû observer par son entrée dans l'ombre & par sa sortie de l'ombre dans la même révolution.

Il est vrai qu'on ne peut employer cette méthode qu'une fois tous les 13 mois, & qu'il y a des années où le temps n'a pas été favorable pour faire des observations à une petite distance de l'opposition de Jupiter avant & après comme il est nécessaire; mais quoique les autres observations que l'on employe pour cette recherche soient un peu moins rares, elles n'ont pas la même évidence, & cette méthode peut servir

à vérifier les mêmes principes que l'on a trouvé par les autres méthodes.

Ayant donc comparé de cette maniére les obſervations faites depuis 1672 juſqu'en 1726, parmi leſquelles il y a en a un grand nombre propres pour cette recherche, nous avons trouvé en 1677 la demi-demeure du Satellite dans l'ombre de Jupiter de $1^h\ 8'\ 13''$, lorſque cet aſtre étoit au $20^\circ\ 30'$ d'*Aquarius*, & plus avancé de 8 degrés du $14^\circ\ 30'$ du même Signe, où M. Caſſini place le nœud aſcendent des Satellites; en 1724 lorſque Jupiter étoit au $7^d\ 14'$ du même Signe, & moins avancé de $7^d\ 16'$ du lieu du même nœud, la demi-demeure du Satellite dans l'ombre a été de $1^h\ 8'\ 33''$.

Par les obſervations faites l'an 1683, lorſque Jupiter étoit au $17^\circ\ 10'$ du Lion, plus avancé de $2^d\ 40'$ que le nœud aſcendent, nous avons trouvé la demi-demeure de $1^h\ 9'\ 43''$, & en 1695 de $1^h\ 8'\ 45''$, le lieu de Jupiter dans le Zodiaque étant au $21^\circ\ 44'$ du même Signe & plus avancé de 7° & un quart, que le lieu où l'on place le nœud deſcendent.

En comparant ces obſervations enſemble, il paroît que la plus grande durée eſt arrivée, lorſque Jupiter étoit vers le milieu d'*Aquarius* & du Lion, qui eſt le degré où M. Caſſini a déterminé les nœuds des Satellites. Si l'on compare les obſervations de 1677 avec celles de 1724, éloignées entr'elles d'un intervalle de 47 ans, on voit avec toute l'évidence que peuvent donner ces obſervations, que la ſituation des nœuds eſt la même, & que par conſéquent ils n'ont point eu de mouvement ſenſible, comme cela réſulte encore des obſervations faites chaque année dans cet intervalle; en cela les Satellites ſont plus conformes aux Planetes qu'à la Lune, dont les nœuds ont un mouvement ſenſible. Il réſulte cependant de ces mêmes obſervations, que la durée des Eclipſes au retour de Jupiter près du même lieu du Zodiaque n'eſt pas la même, comme elle réſulte des calculs fondés ſur les principes établis ſur le plus grand nombre d'obſervations, par leſquels on calcule cette durée à différentes diſtances de nœuds. On trouve dans la durée des Eclipſes une variation non ſeu-

lement par les obſervations faites proche des nœuds, & à différentes diſtances des nœuds, mais dans les limites des plus grandes latitudes qui ſont éloignés des nœuds de 90 degrés.

Voici ce qui réſulte des obſervations faites dans ces limites. En 1691, Jupiter étant au 10° 50′ du Taureau, éloigné de 3° 40′ d'un de ces termes, la demi-durée de l'Eclipſe réſulte de 1ʰ 4′ 0″. En 1703, Jupiter étant au 17° 8′ du même Signe, & fort près du limite de la plus grande latitude, on trouve la demi-durée de l'Eclipſe de 1ʰ 2′ 20″. Et en 1715, elle a été de 1ʰ 3′ 48″, Jupiter étant au 21° 25′ du Taureau. Ainſi entre ces trois différentes déterminations, il y a une minute 40 ſecondes, quoique la différente diſtance de Jupiter à l'égard du limite n'en doive cauſer de ſenſible. La durée des Eclipſes paroît plus uniforme par deux déterminations faites près du limite oppoſé, par l'une deſquelles elle eſt de 1ʰ 4′ 27″, & par l'autre 1ʰ 4′ 18″.

On eſt porté à ſuppoſer que cette variation qui ſe trouve dans la durée des Eclipſes, non ſeulement près des nœuds & des limites de la plus grande latitude, mais encore dans les différentes diſtances à l'égard de ces termes, vient de la difficulté de déterminer préciſément cette durée, mais il y a quelque raiſon de les croire ces variations réelles, parce qu'au retour de Jupiter dans le même lieu du Zodiaque, nous en avons trouvé encore de plus grandes & de plus ſenſibles dans la durée des Eclipſes des trois autres Satellites que l'on a déterminée avec toute l'évidence & toute l'exactitude poſſible par l'entrée & par la ſortie des Satellites dans l'ombre obſervées dans la même révolution, comme nous le ferons voir une autre fois.

Il eſt vrai que ces variations ne ſont point cauſées par le mouvement des nœuds, puiſqu'on les trouve toûjours dans le même endroit du Zodiaque; mais elles peuvent venir de quelque changement dans l'inclinaiſon de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, ou par quelque excentricité des Satellites, qui étant variable, eſt cauſe que le Satellite rencontre le cone de l'ombre de Jupiter, tantôt plus proche, tantôt plus loin de cet aſtre, & fait par cette cauſe en différentes

années, au même endroit du Zodiaque, la durée des Eclipses; tantôt un peu plus longue, tantôt un peu plus courte, comme il arrive aux Eclipses de Lune.

Supposé que ces variations soient réelles, & qu'elles ne dépendent point des observations, comme il y a tout lieu de croire, il faudra un grand nombre d'observations pour en trouver les régles & en connoître la cause; celles que nous avons jusqu'à présent, quoique faites avec toute l'attention & l'assiduité possible, n'étant pas suffisantes.

M. Pond, célébre Astronome Anglois, a donné dans les Transactions philosophiques de 1719, les Tables du premier Satellite de Jupiter, dans lesquelles il suppose les révolutions moyennes échuës au 30 Décembre, de 14^h 11' 28". M. Cassini dans ses Tables imprimées en 1693, le suppose de 14^h 11' 36", la différence entre les unes & les autres de 8" de temps, dont les révolutions que M. Pond employe sont plus courtes: ces 8 secondes sont justement la correction que M. Cassini trouva en 1698 qu'il falloit faire aux révolutions moyennes, ainsi les révolutions moyennes calculées suivant les corrections de M. Cassini sont les mêmes que celles de M. Pond.



EXAMEN D'UN SEL TIRÉ DE LA TERRE EN DAUPHINÉ;

Par lequel on prouve, que c'est un SEL DE GLAUBER NATUREL.

Par M. BOULDUC.

M. DE RESSONS, Membre de l'Académie Royale des Sciences, y présenta, il y a quelque temps, un Sel à examiner, pour sçavoir à quel genre il pourroit être rapporté, ou quel usage on en pourroit faire? & nous dit, que c'est auprès de Grenoble, que l'on le tire de la terre.

Cette Ville a des environs, où il y a différentes Mines métalliques, & d'autres Matiéres minérales, pour la recherche desquelles on a coupé la terre en différens temps, & l'on a fait des creux, dont quelques-uns restent encore ouverts, & sont d'un facile accès. Quelques ouvriers ou Mineurs s'avisérent de travailler de nouveau dans un de ces creux; & loin de trouver ce qu'ils y cherchoient, ils découvrirent une terre chargée de quelques petits brillants, que quelques-uns d'entr'eux reconnurent pour être salins. Ils se persuadérent d'abord d'avoir trouvé une terre fertile en Salpêtre, & ils se crurent confirmés dans leur idée d'avoir rencontré un magasin plein de ce Sel, quand, après avoir fait une forte lessive de leur terre, ils apperçûrent dans l'évaporation de cette lessive des Cristaux, qui avoient quelque ressemblance, quoique très imparfaite, avec ceux du Salpêtre.

Mais quand les Cristaux du Sel du Dauphiné auroient ressemblé davantage à ceux du Salpêtre, il ne pouvoit pas encore pour cela passer ni être reçû pour ce Sel, vû que les autres qualités, qui sont propres & comme spécifiques au

Salpêtre, lui manquent. La ſeule configuration d'un Sel n'épuiſe pas ſon eſſence ou ſon caractére.

Afin de faire connoître le Sel du Dauphiné pour ce qu'il eſt en effet, je comparerai d'abord *ſes proprietés,* qui ne ſont en quelque façon qu'*exterieures,* enſuite j'examinerai ce qui regarde *ſon interieur,* je veux dire, *les principes,* dont il eſt compoſé.

Ce Sel, tel qu'on nous l'envoye du Dauphiné, eſt ordinairement en gros monceaux, dont la partie inférieure, qui eſt épaiſſe d'environ un pouce, eſt une maſſe indiſtincte, blanche, opaque, & aſſés ferme; & le deſſus, ou la partie ſupérieure, épaiſſe d'environ deux à trois pouces, repréſente un tas de petits Criſtaux tranſparents & brillants, dont quelques-uns ſont en lamelles plattes; d'autres, & c'eſt la plus grande partie, ſont formés en petits quarrés allongés, mais tellement ſerrés les uns contre & ſur les autres, que la configuration, qu'ils affectoient, n'a pas pû s'achever; & parmi ceux-ci il eſt rare d'en trouver, qui ſoient en petites colomnes parfaitement de quatre côtés ſurmontées de facettes.

Cette irrégularité & confuſion ſont l'effet d'une évaporation & criſtalliſation trop précipitées, que les ouvriers mieux inſtruits éviteroient facilement; car ayant diſſous de nouveau une quantité de ce Sel, tant du deſſus que du deſſous des monceaux, & l'ayant laiſſé criſtalliſer lentement, j'ai vû les derniers Criſtaux auſſi bien que les premiers en colomnes exactement quarrées, dont les extrémités ſont taillées à facettes, leſquelles répondent en nombre aux côtés de leurs colomnes, quoique les derniers de ces Criſtaux ſoient plus grêles, & d'un bien moindre volume que les premiers; ce qui eſt ordinaire aux Sels moyens.

Dans quelque état que l'on prenne nôtre Sel, il ſe *diſſout facilement dans environ un poids égal d'Eau commune*, il *eſt friable*, il *ternit par la chaleur*, & même avec le temps *à l'air*, & ſe couvre comme d'une fole farine; ſur *un charbon ardent il fond aiſément*, ſans fuſer comme le Salpêtre & ſans s'enflammer, il ſe bourſouffle ſeulement par l'Eau qu'il contient & que la chaleur en diſſipe, & alors il ſe change en une chaux ſaline;

enfin

enfin *ce Sel* étant goûté, imprime d'abord à la langue une *amertume ſenſible*, qui eſt bien-tôt après ſuivie de *fraîcheur*.

A ces marques & proprietés, quoique ſeulement extérieures, on a coûtume de reconnoître le Sel, qu'on appelle *admirable* ſuivant Glauber ſon Auteur. Le Sel du Dauphiné ayant ces mêmes qualités eſt donc déja par-là ſon ſemblable.

Mais comme dans les recherches que nous faiſons par la Chimie, on ne peut pas ſe contenter d'un petit nombre de circonſtances, qui n'achevent pas le caractére d'un Mixte; il faut entrer dans l'examen des principes, dont ce Mixte eſt combiné. C'eſt ce que je vais faire pour le Sel du Dauphiné, qui fait mon ſujet.

A l'égard de celui que nous faiſons par art, ſelon la méthode de Glauber, nous ſçavons avec certitude, qu'il eſt compoſé *de deux principes*, dont l'un eſt *Salin* & l'autre *Terreux*; le premier eſt *l'acide vitriolique fixe*, & le deuxiéme la *Terre du Sel marin*, dans laquelle cet acide s'engaîne & ſe corporifie: il faut que nôtre Sel ait les deux mêmes principes pour être entiérement ſemblable à celui de Glauber.

Il pourroit à la vérité ſuffire de bien prouver le principe Salin de nôtre Sel, & ſuppoſer le deuxiéme par une juſte conſéquence; puiſque nous ſommes préſentement bien convaincus, que l'acide vitriolique ne peut avec aucune autre ſubſtance connuë, ſi ce n'eſt celle qui fait la baſe du Sel commun, former un Sel de la configuration & des proprietés, que doit avoir celui de Glauber: néantmoins je ne perdrai point *ce deuxiéme principe* entiérement de vûë.

Il eſt ſuperflu pour ma recherche de rapporter, que le Sel du Dauphiné ſe convertit aiſément en Foye de Soufre avec des matiéres inflammables par rapport *à ſon principe ſalin*, & qui dans ce changement ne peut-être que *l'acide vitriolique;* je ne toucherai pas non plus les précipitations qu'il fait de l'argent diſſous en Eau forte, & du ſucre de Saturne ou plomb diſſous par le Vinaigre, par rapport au *même principe;* je m'arrêterai ſeulement à ce qu'il opére avec le Vif-argent; & à cette petite opération j'en ferai ſucceder une autre, qui regarde

ſon principe terreux : ces deux opérations ſont également faciles à imiter par les moins connoiſſeurs.

Je diſſous une once de Vif-argent dans un poids égal ou un peu plus de bon Eſprit de Nitre, & je verſe cette ſolution dans deux onces de Sel du Dauphiné diſſous dans l'Eau commune : ſur le champ l'acide vitriolique, contenu dans le Sel du Dauphiné, abandonne ſa baſe terreuſe à l'Eſprit de Nitre & dérobe, comme par le droit du plus fort, à celui-ci le Vif-argent, & après s'être lié étroitement avec lui, ils tombent tous les deux au fond du vaiſſeau en *une poudre jaune* ſemblable au Turbith minéral, que nous faiſons dans nos opérations ordinaires par le Vif-argent & l'Huile de vitriol.

Après avoir retiré cette poudre jaune, qui eſt réellement un Turbith minéral, comme la ſuite le fera voir, & après l'avoir lavée & ſéchée, j'en mêle une once avec deux onces de Sel marin pareillement bien ſec, & je pouſſe ce mêlange au feu de ſable dans un vaiſſeau, dont la partie ſupérieure eſt bien convexe ; alors il s'ouvre une nouvelle ſcéne ; l'acide du Sel marin joüit ici de la ſupériorité, il enleve à ſon tour à l'acide vitriolique, concentré dans le Turbith, le Vif-argent ; & s'élevant enſemble au haut du vaiſſeau, ils forment eux deux un Sublimé Mercuriel, pendant que l'acide vitriolique, retrouvant une terre ſemblable à celle qu'il avoit abandonnée à l'Eſprit de Nitre, laquelle eſt ici ce que l'acide du Sel marin a laiſſé en arriére, s'y rejoint & reſte uni avec elle au fond du vaiſſeau comme une poudre ſaline; laquelle diſſoute dans l'Eau regenere ou reproduit un Sel parfaitement ſemblable à celui que j'avois d'abord employé à précipiter le Mercure, ayant la même configuration des Criſtaux, les mêmes autres proprietés & les mêmes principes; en un mot le caractére du Sel de Glauber.

Ceux qui ne ſont pas initiés dans les principes de Chimie; ni accoûtumés à entendre parler des rapports, qui regnent entre les ſubſtances naturelles & que les expériences nous font encore connoître tous les jours, peuvent être ſurpris des différens changemens, qui arrivent dans les deux opéra-

tions, que je viens d'expoſer. Voici ce que je puis en dire ſuccinctement : dans la *premiére*, qui eſt le *mêlange du Sel du Dauphiné avec la ſolution du Mercure*, l'acide vitriolique, contenu dans ce Sel, joüit en plein de ſa force, qui eſt : Que « preſque dans toutes les occaſions, il eſt ſupérieur aux autres « acides, il leur enleve ſelon l'occurrence les Sels & les Terres ; « il leur emporte même les ſubſtances métalliques, & cela va « juſqu'à l'Eſprit de Nitre, comme il le fait ici à l'égard du « Mercure, que l'Eſprit de Nitre avoit diſſous ; il force cet acide « à le lui ceder & il tombe enſuite avec lui en Turbith minéral. Mais une petite circonſtance change la Théſe dans la *deuxiéme opération*, qui eſt *le mêlange de ce Turbith avec le Sel marin :* La Chimie a des exceptions ſous ſes regles générales comme d'autres arts. Cette exception eſt par rapport à nôtre ſujet : Que toutes les fois que certaines ſubſtances métalliques ſe « trouvent diſſoutes par un acide quel qu'il ſoit, & que le Sel « marin ou ſon principe ſalin eſt de la partie, ou qu'il y ſur- « vienne, il leur enleve à tous les ſubſtances métalliques, ayant « plus de relation ou de rapport avec elles que les autres ; peut- « être ce rapport roule-t-il ſur ce que ces ſubſtances métalliques ſont Mercurielles. C'eſt toutefois ce que ce Sel fait ici par ſon principe ſalin à l'égard du Mercure même, il l'enleve à l'acide vitriolique qui le tenoit enchaîné dans le Turbith, & l'éleve avec lui en Sublimé, laiſſant en arriére ſa terre, que l'acide vitriolique ſaiſit à ſon tour.

Par ces deux opérations *les principes conſtitutifs* de nôtre Sel deviennent évidents ; il précipite d'abord le Mercure en Turbith minéral ; & le Mercure ne peut devenir Turbith que par l'acide vitriolique : nôtre Sel a donc cet acide pour ſon principe ſalin.

Ce Sel auſſi ne peut avoir pour deuxiéme principe que la Terre du Sel marin, parce que, comme je l'ai déja dit, l'acide vitriolique ne peut qu'avec cette ſubſtance-là former un Sel, qui ait les proprietés & la configuration des Criſtaux, comme le Sel du Dauphiné les a lui-même & *communes* avec celui de Glauber ; c'eſt ce que la deuxiéme opération confirme, ou

l'acide vitriolique de nôtre Sel, qui étoit transporté sur le Mercure, retrouvant dans le Sel marin une terre semblable à celle qu'il avoit abandonnée à l'Esprit de Nitre, forme de nouveau avec elle un Sel cristallisé comme le premier que j'avois employé, & doüé de mêmes proprietés.

Ainsi le Sel du Dauphiné a les mêmes principes que celui de Glauber; ainsi il est encore par-là lui-même *un vrai Sel de Glauber,* que j'appelle à juste titre *naturel,* parce que l'art ne contribuë rien pour sa composition, la nature l'ayant elle-même travaillé dans la terre, dont on ne fait que le séparer par le moyen de l'Eau.

Et c'est là ce que je m'étois proposé de vérifier aujourd'hui.

Avant de finir, on me permettra de faire quelques réflexions sur mon sujet, *comme sortant de la terre.*

Environ vers le milieu du siécle passé, *Glauber* fit connoître son *Sel,* que *Kunckel* pourtant assûre dans son *Laborat. Chymic.* avoir été connu sous un autre nom cent ans auparavant dans la Maison Electorale de Saxe. Quoiqu'il en soit, nous en devons la connoissance & la composition au premier, lequel après en avoir vû des effets, qui le surprenoient lui-même, lui donna l'épithéte d'*Admirable :* En effet ce Sel a eu depuis son temps bien de la réputation, particuliérement pour l'usage intérieur, & la soûtient encore aujourd'hui. Mais on étoit fort éloigné de croire alors, & même long-temps après, qu'il se trouvoit son pareil dans le sein de la terre, ou dans la Nature, dont pourtant il ne me sera pas difficile de prouver présentement la vérité.

Il y a quelques quarante ans, que M. *Lister,* tirant des Eaux minerales d'Angleterre un Sel, qui lui étoit inconnu, & dont les apparences extérieures approchoient en quelques choses du Salpêtre, l'appella *Nitrum calcarium.* Cependant ce prétendu Nitre est au fond un vrai *Sel de Glauber,* vérifié par la figure que cet Auteur en donne lui-même, & par les effets qu'il en rapporte dans son liv. *De Fontibus medicatis Angliæ,* de 1682.

Après Lister, M. *Grew* publia en 1696 le *Sel d'Epsom :* mais quelque connu qu'il soit depuis dans toute l'Europe, son

mélange & le vrai caractére nous ont été cachés longues années : & quoiqu'ils ne soient pas encore tout à fait éclaircis (car ce Sel n'est pas simple) je puis du moins assûrer, que *celui de Glauber* en fait une bonne partie, soit que le Sel d'Epsom vienne de la Source minérale de cet endroit, soit, comme l'assûre M. Slare, Membre de la Société Royale de Londres, qu'on le tire depuis quelques années d'une mine de Sel commun fossile, avec lequel il se trouve confondu, & dont on le sépare par le moyen de la cristallisation après les avoir dissouts ensemble, & dépouillés des impuretés terreuses qui y sont mêlées : dans les *Transactions philosophicales* de 1714.

M. *Sthal*, & je crois qu'il est le premier, reconnut ensuite au vrai le *Sel de Glauber* dans les Acidules ou Eaux minérales ferrugineuses, & ne balança pas de le mettre au nombre des *Sels minéraux*, qui sont ceux que la terre fournit : dans son *Specimen Beccherianum* de 1703, & dans son *Traité des Sels*, imprimé depuis.

Après lui, M. *Hoffmann*, encore actuellement Professeur à Halle, découvrit une Source d'Eau minérale bien amere & purgative, dont la livre, au rapport de M. Henckel, donne deux gros de *Sel* pareil aux précédens, & qui se convertit aisément en Foye de Soufre. C'est dans ses *Observations Physiques & Chymiques* de 1722.

Je puis ajoûter, qu'il y a trois ans, que j'eus occasion de faire reconnoître, dans une Assemblée de cette Académie, le *Sel cathartique*, que l'on trouve auprès de Madrid, pour un vrai Sel de Glauber; comme j'ai encore aujourd'hui l'avantage de faire connoître le *Sel du Dauphiné* pour son semblable.

Par ces faits il est bien constant, que cette espece de Sel, que nous appellons *de Glauber*, se trouve *naturellement* dans le sein de la terre, & peut-être même en plus grande abondance que nous n'avons pû présumer jusqu'ici : Et comment ne s'y trouveroit-il pas ? La Nature, qui travaille sans cesse à décomposer les Mixtes & à les changer en d'autres, rencontrant, pour ainsi dire, sous ses mains des matiéres vitrioliques, sulphureuses ou alumineuses avec le Sel marin, ou du moins

avec ſa terre, produira auſſi-bien par-là cette ſorte de Sel, que nous faiſons par le ſecours de l'Art, non ſeulement avec l'Huile de Vitriol, mais encore avec le Vitriol lui-même, ou l'Alum & le Sel marin : Et alors ce Sel (étant une fois dans cet état) s'il eſt détrempé & diſſous par des Eaux ſoûterraines, qui ont de l'iſſuë, il s'écoulera avec elles, tantôt *ſeul*, & produira des Eaux améres, dont Gallien a déja fait mention ; tantôt *mêlé avec d'autres matiéres minérales*, comme il l'eſt dans quelques Acidules : Si au contraire le Diſſolvant général des Sels lui manque, il reſtera comme arrêté & ſupprimé dans la terre, dont on le retirera, quand on aura l'avantage de le reconnoître ; comme on le fait depuis peu auprès de Neuſol en Hongrie, où ce Sel, au rapport de M. *Hermann* dans une Diſſertation faite à ce ſujet, eſt attaché aux parois & dans les fentes d'un roc, qui ſe trouve dans les creux d'une Mine de Cuivre.

Juſques-là nous avons vû, que le Sel de Glauber eſt *naturellement* dans le ſein de la terre, & qu'on l'en a tiré en différens pays. Je pourrois ajoûter que j'en ai trouvé, en quantité raiſonnable, dans une Plante calcinée ou brûlée. Mais, comme je ne ſuis pas encore certain, ſi ce Sel a paſſé formellement & en ſa propre ſubſtance dans la Plante, par la ſuppoſition que l'on peut faire, que le terrain, où elle croît, en ſoit rempli ; ou ſi dans la calcination, le feu y ayant rencontré ſes principes conſtitutifs, les a uni, & produit par-là nôtre Sel? Je différerai d'en entretenir la Compagnie juſqu'au temps que j'aurai plus de certitude de l'un ou de l'autre.

On diroit que ce Siécle nous ſera favorable pour la découverte du Sel de Glauber naturel.

Au reſte, il y a lieu de croire, que, quand la Médecine aura pris connoiſſance de nôtre Sel du Dauphiné, elle lui accordera la place qu'il mérite dans la Matiére Médicinale, non ſeulement parce que nous l'avons dans le Royaume, mais principalement parce qu'il produit les mêmes effets ſur le Corps humain qu'un bon Sel de Glauber, & que d'ailleurs il a le caractere de perfection en ce genre de Sels, qui eſt :

Qu'il ne s'humecte point à l'air; qu'il n'altere point la teinture du Tournesol & des fleurs de Violetes; & que lui-même n'est point altéré par l'Huile de Vitriol, comme ceux de ses semblables, qui ont encore retenu du Sel marin. Ces trois articles sont autant de preuves de la juste proportion, qu'il y a entre ses principes.

OBSERVATIONS SUR LE PORC-EPIC;

Extraites de Mémoires & de Lettres de M. Sarrazin, Médecin du Roy à Québec, & Correspondant de l'Académie.

Par M. DE REAUMUR.

DANS les Mémoires que l'Académie a donnés en 1666, pour servir à l'Histoire Naturelle des Animaux, on trouve une Description anatomique de six Porcs-épics, qui ne nous empêchera pas de communiquer les observations de M. Sarrazin; il est de ces observateurs qui peuvent fort bien saisir ce qui a échappé aux grands maîtres sur des matiéres qu'ils ont traitées. Mais il y a tout lieu de croire que, malgré la ressemblance des noms, les nouvelles recherches n'ont pas été faites sur les mêmes animaux que les anciennes ont eu pour objet. Il s'agit dans les unes & dans les autres de Porcs-épics, mais probablement d'especes différentes, & peut-être aussi différentes entr'elles qu'elles le sont l'une & l'autre de nôtre Hérisson.

Les Porcs-épics qui ont été anciennement dissequés par les Anatomistes de l'Académie étoient d'Afrique; leur museau ressembloit à celui d'un Liévre; leur lévre supérieure étoit fenduë. Le Canada est le pays natal de ceux qu'a dissequés

M. Sarrazin; il n'a trouvé à leur muſeau aucune reſſemblance avec celui des Liévres, quoiqu'il ſçût qu'elle leur eût été donnée par d'anciens Naturaliſtes qui n'avoient apparemment jamais vû de Porcs-épics d'Amérique. Il le compare pour la forme, à celui d'une eſpece de Rat, nommé le *Sifleur*, qu'il a décrit ci-devant ſous le nom de *Rat des Alpes*. Le plus grand des Porcs-épics dont on a donné la deſcription, avoit dix-huit pouces depuis le muſeau juſqu'à l'extrémité des pieds de derriére allongés. M. Sarrazin a trouvé aux ſiens dix-huit pouces depuis le muſeau juſqu'à la racine de la queuë; ils étoient donc au moins auſſi grands que les autres, cependant les plus longs picquans des ſiens n'avoient que trois à quatre pouces, & les autres en avoient de longs d'un pied. Une ſi grande différence dans la longueur des picquans, ſuffiroit ſeule pour établir une différence d'eſpece entre des animaux qui nous paroiſſent ſur-tout remarquables par ces mêmes picquans. Mais les diſſections nous apprendront qu'outre les différences extérieures, il y en a entr'eux d'intérieures. Au reſte le Porc-épic dont nous allons parler actuellement, ſur le rapport de M. Sarrazin, ſera toûjours celui du Canada; nous ne ferons mention de l'autre que quand nous aurons à les comparer enſemble.

Le Porc-épic eſt de la Claſſe des Animaux qui rongent; il ſe nourrit de l'écorce de toutes ſortes d'Arbres vivans, mais il ne touche point à celle du bois mort. Il aime ſur-tout celle des Pins & celle des Cédres du Canada, appellés *Arbres de vie*. Il paît auſſi l'herbe. Il peſe communément depuis quinze juſqu'à dix-huit livres. Les Chaſſeurs qui en ont fourni à M. Sarrazin, l'ont aſſuré qu'on en trouvoit encore de plus peſans.

Il diſtingue ſept différentes eſpéces de poils ſur la peau de cet animal. Celui de la premiére eſpéce a quatre, cinq & ſix pouces de long, depuis les épaules juſque ſur les hanches; d'où il diminue de part & d'autre, peu à peu en approchant de la tête & de la queue. Comme ce poil eſt noir, & qu'il excéde tous les autres en longueur, il donne cette longueur au

au Porc-épic qui est dans un parfait repos; mais dès qu'il s'agite, sur-tout lorsqu'il se met en colére, qu'il se hérisse, il paroît aussi blanc que noir : le blanc paroît même toûjours un peu, quoiqu'il ne se hérisse point.

Ce blanc est dû à la seconde, & à la plus singuliére espéce de poils, à ses picquants. Ils ont trois ou quatre pouces de longueur depuis les épaules jusque sur les hanches, d'où ils diminuent peu à peu jusqu'au museau; ils diminuent de même de l'autre côté peu à peu jusqu'au bout de la queuë. Chaque picquant a environ demi-ligne de diametre : il est intérieurement moëlleux : il est tout blanc, excepté près du bout qui est noir sur une longueur de trois, quatre ou cinq lignes. M. Sarrazin ayant observé avec soin sa pointe au Microscope, a remarqué qu'il s'en éleve un filet tourné en vis. Il a encore remarqué qu'à l'extrémité des picquans, près de l'origine de la vis, il y a une dentelure garnie de pointes tournées du côté de la base, & capables de quelque résistance. On sent cette résistance, quand tenant d'une main un picquant par sa racine, on le passe entre les doigts de l'autre main. La pointe des picquants est si fine & si délicate, que si après avoir posé un picquant à plat sur la main, on frappe sur le revers de cette main, quoique très légérement, le picquant entre dans la partie qu'il touche, & s'y accroche si bien, que pour l'en retirer on enleve deux ou trois lignes de peau. La racine du picquant a environ demi-ligne de long; elle tient très peu à la peau de l'animal.

Il appelle la troisiéme espéce de poil, petit ou nouveau picquant, parce qu'elle est si semblable aux picquans dont nous venons de parler, qu'il n'y a remarqué de différence que dans la pointe, qui n'a ni dentelure, ni filet en forme de vis. Comme tous les Animaux changent de temps en temps les poils dont leur peau est couverte, il soupçonne aussi que ce sont des picquans naissans, dont la dentelure & la vis ne sont pas encore développées.

Le poil de la quatriéme espece est roux. Il a deux pouces de longueur; il est un peu frisé; il est épars sur la tête.

Celui de la cinquiéme eſpece, qui eſt un peu plus roux que le précédent, eſt rude, & arrangé le long des parties latérales de la queuë.

Celui de la ſixiéme eſpece eſt un poil noir, long d'environ un pouce. Il eſt fort rude; il eſt placé autour des parties naturelles, & ſous la queuë.

Le poil de la ſeptiéme eſpece couvre la gorge, le ventre & l'entre-deux des cuiſſes; il eſt mollet, & de couleur fauve tirant ſouvent ſur le blanc.

Le Porc-épic a environ 24 pouces de longueur, ſçavoir quatre pouces depuis le bout du muſeau juſqu'à la premiére vertébre du col; & de-là juſqu'à la racine de la queuë il en a quatorze, & enfin la queuë en a ſix.

La tête a trois pouces d'une oreille à l'autre: chaque oreille a environ trois lignes de longueur, & un peu plus de largeur. Elles ne reſſemblent point à l'oreille de l'Homme, comme y reſſembloient celles des Porcs-épics des Mémoires de l'Académie.

Les dents ſont ſemblables à celles des Animaux qui rongent. Les inciſives ſupérieures ont ſix lignes de longueur, les inférieures en ont dix. Les premiéres ſont entaillées en dedans de la profondeur d'environ demi-ligne; les unes & les autres ſont larges de deux lignes.

Les yeux ont trois lignes d'un angle à l'autre. On a remarqué dans les Mémoires de l'Académie comme une ſingularité, que le grand coin étoit beaucoup plus haut que le petit; il y a apparence que cette ſingularité ne ſe trouve pas dans les Porcs-épics du Canada, du moins M. Sarrazin n'en a rien dit.

Les cuiſſes ont deux pouces & demi de longueur; la jambe en a quatre; le pied eſt plat comme celui du Caſtor; il a deux pouces & demi depuis le talon juſqu'à l'origine des orteils. Il eſt large d'un pouce & demi dans le milieu, & n'a que deux lignes au talon. Il a cinq orteils, le gros n'a qu'une ligne de long, les trois qui ſuivent en ont chacun trois, & le petit eſt un peu plus court. Les ongles ont environ trois lignes

de longueur; ils ſont très-forts; ils ſont creux, trenchants, courbés, & très-pointus. Les bras & l'avant-bras ont une longueur égale à celle des jambes & des cuiſſes : pour les mains elles ſont ſemblables à celles des animaux qui rongent, & leurs ongles à ceux des pieds; ſtructure qui donne à cet animal une grande facilité pour grimper, qui lui eſt ſouvent très-néceſſaire.

Les parties contenantes du bas-ventre n'ont rien de particulier. Quand on les a ſéparées, le foye ſe préſente : il occupe non ſeulement l'hypocondre droit, mais encore une partie du gauche; il eſt diviſé en ſix lobes, ſçavoir quatre grands & deux petits. M. Sarrazin a remarqué comme une des particularités du Porc-épic, qu'il n'a point de véſicule de fiel, mais que le port biliaire y ſupplée; ſon conduit s'ouvre dans le *duodenum*. On a trouvé à ceux qui ont été diſſéqués anciennement cette véſicule, mais elle étoit petite, applatie, & preſque vuide.

Une autre particularité encore de celui du Canada, c'eſt qu'il n'a pas d'épiploon; il ne manquoit pas de même à ceux d'Afrique, mais il ne flottoit pas librement ſur les inteſtins, à l'ordinaire. L'eſtomac a huit pouces depuis la partie antérieure juſqu'à la poſtérieure : elles ſont approchées l'une de l'autre par une membrane, qui les tient dans une attitude pareille à celle où ſont les mêmes parties dans le Rat-muſqué. Il contient environ une livre & demie d'eau : il a dans cet état dix pouces de tour dans ſa plus grande largeur. L'iſſue de l'œſophage dans l'eſtomac eſt avancée de dix lignes plus du côté de la partie latérale anterieure que du côté de l'épine; & il eſt bien plus proche du fond que de la partie oppoſée.

La rate a environ un pouce de longueur.

Le pancreas eſt tel que celui du Rat-muſqué.

Les inteſtins ont dix-ſept pieds de longueur, & n'ont d'ailleurs rien de particulier.

La veſſie n'a auſſi rien de particulier, elle peut contenir quatre onces d'eau.

La verge eſt attachée à la lévre inférieure de l'os pubis.

Elle a deux pouces de long, & trois lignes de diametre. Le balanus eſt long d'environ quatre lignes; il eſt couvert d'une peau chagrinée, comme celui du Caſtor. Il eſt dentelé dans ſa circonférence, c'eſt une eſpece de prépuce.

Les teſticules ont dix-huit lignes de longueur, & environ huit de diametre à leur gros bout, & deux ſeulement au petit bout; leur ſituation ordinaire eſt en partie dans l'aine. Ils ſont appuyés ſur les os pubis à coté de la racine de la verge; ils ſont cachés ſous la peau; ils ſont enveloppés dans des bourſes que les muſcules obliques leur donnent, & au fond deſquelles ils ſont adhérens, en ſorte qu'en rentrant dans le ventre, comme je les y ai trouvés, ils les renverſent & les entraînent avec eux, comme cela arrive dans le Rat-muſqué.

L'épididime ſort du petit bout du teſticule, & monte en ſerpentant le long du teſticule même, auquel il eſt colé de la longueur de ſept ou huit lignes.

Le défférent, qui eſt une continuation de l'épididime, a dans cet endroit une ligne; il paſſe par les anneaux, entre dans le ventre, dans lequel il s'éleve conſidérablement en formant une écharpe qui a cinq pouces de longueur; il s'abbaiſſe en s'approchant du col de la veſſie, dans lequel ils ont l'un & l'autre leurs iſſuës ſéparées, & aboutiſſent à l'urétre, où il y a une eſpece de *veru-montanum*. Il a trouvé dans l'extrémité de ces vaiſſeaux une lame oſſeuſe, mince comme du papier, longue de demi-ligne & moins large encore. Il ſemble que cette lame ſerve à tenir leurs extrémités toûjours ouvertes, car ils n'ont dans cet endroit qu'un quart de ligne de diametre.

Ce qui a paru de plus particulier à M. Sarrazin dans l'intérieur du Porc-épic, ce ſont les véſicules ſéminales; elles repréſentent parfaitement deux de ces eſpeces de foüets à pluſieurs brins de corde noués, ou de ces diſciplines à manche appellées martinets, dont l'uſage n'eſt que trop familier à ceux qui montrent les premiers élémens aux enfans. Elles ſont poſées comme deux de ces martinets renverſés; les parties qui reſſemblent aux manches ſont tournées du côté

de la vessie, elles sont les conduits excretoires, qui comme les désférens s'ouvrent aussi dans le *veru-montanum*, dont il a été parlé, par plusieurs petits trous, par où la liqueur des vésicules s'échappe en forme de rosée; elle est grisâtre. Chaque manche de nos especes de disciplines ou martinets soûtient plusieurs branches qui sont longues, quelques-unes d'un pouce, d'autres un peu plus, d'autres moins; elles sont élevées, & étenduës sur les muscles psoas. De distance en distance il y a le long de ces branches de petits nœuds qui sont autant de glandes grosses comme des grains de Chenevis. Ces grains ou especes de nœuds rendent plus parfaite la ressemblance de ces parties avec les martinets ou foüets auxquels on les a comparés.

Les parties naturelles de la femelle du Poc-épic n'ont fait voir rien de particulier, sinon que l'entrée en est de travers.

Si on se donne la peine de comparer les observations anatomiques que nous venons de rapporter, avec celles qui ont été faites sur les Porcs-épics d'Afrique, on trouvera encore dans la structure intérieure de ces animaux des différences que nous n'avons pas fait remarquer, nous ne nous sommes arrêtés qu'à celles qui nous ont semblé les plus considérables.

Le Porc-épic d'Amerique, ou au moins du Canada est un animal lourd; il semble qu'il soit embarrassé de sa peau chargée de tant de picquans; il n'y a point de chasseur qui à la course ne le joigne en peu de temps, & qui ne l'assomme d'un seul coup de bâton donné sur son museau. M. Sarrazin pense que quand il y en auroit eu autrefois en Europe, au moins dans les pays habités, qu'il ne devroit plus y en rester aujourd'hui. On s'apperçoit même déja en Canada qu'ils y deviennent rares : leur instinct pourtant les conduit à demeurer dans les lieux, où ils ont le moins à craindre les hommes ; ils se tiennent dans les forêts les plus épaisses & les moins praticables, comme sont celles de Pins, & de Cedres de Canada. Ils préférent les pays de rochers & de montagnes aux pays plats : mais ces mêmes pays si peu praticables aux hommes, sont souvent habités par d'autres ennemis qui leurs sont aussi

rédoutables; les *Pecands*, les Ours, les Carcajoux leur font une cruelle guerre.

Il n'y a qu'un cas, où le Porc-épic puiſſe par la fuite échapper à de pareils ennemis, c'eſt quand il a le temps de ſaiſir quelque arbre; il y grimpe, il gagne les plus petites branches qui ſuffiſent pour le porter, & ſur leſquelles des animaux plus forts, mais plus peſans, n'oſent aller; là il laſſe leur patience, il y reſte conſtamment juſqu'à ce qu'ils ſoient partis, pour aller chercher une autre proye.

Les arbres creux lui donnent encore un autre azile, il entre dans leur cavité la tête la premiére, & ne laiſſe à l'ouverture que ſa partie poſtérieure qui eſt toute hériſſée des plus courts, & des plus fort picquans. Ils ſçavent auſſi ſe placer de même dans les cavernes, & dans les trous des rochers.

Mais le Porc-épic ſe met ſouvent en campagne pour chercher l'herbe qu'il aime: quand il eſt ſurpris alors, une de ſes reſſources pour ſa défenſe, eſt de courber ſa tête vers ſa queuë, de ſe mettre en boule. Par ce moyen, tout ce qui paroît de ſon corps eſt couvert de picquans, qu'il hériſſe bientôt. Sa gorge & ſon ventre qui en ſont dénués, ſe trouvent dans l'intérieur de la boule. Nôtre Hériſſon ſçait très-bien pratiquer cette manœuvre pour ſe défendre contre les Chiens: c'eſt la ſeule que nous lui ayons vû faire. Mais on aſſûre que le Porc-épic, au lieu de ſe mettre en boule, ſe tapit ſouvent contre terre; alors ſon ventre & ſa gorge ne ſont pas expoſés; ſon ennemi ne peut l'attaquer que par le muſeau, que nôtre animal défend même avec ſes dents. Il n'a le malheur de périr que quand il eſt aſſailli par trop d'adverſaires à la fois, ou par un adverſaire que la faim force à braver tant de picquans.

C'eſt encore une grande queſtion, que de ſçavoir ſi le Porc-épic lance ſes picquans. Diverſes Chaſſeurs ont dit à M. Sarrazin qu'ils ne lui en avoient jamais vû lancer; les rapports circonſtanciés de pluſieurs autres le font pourtant pancher à croire qu'il les lance. On aſſûre qu'il les abbaiſe, & qu'il les éleve ſoudainement, qu'il leur fait faire des mou-

vemens semblables à ceux que le vent fait faire aux épis de nos moissons, mais plus subits ; que c'est dans ces mouvemens que les picquans sont lancés. D'autres prétendent que ceux qu'il lance sont sur-tout ceux de la queuë, que quelquefois ils la frappent contre terre avec force & vîtesse, & que c'est alors que les picquans partent. On cite nombre d'exemples de Chasseurs & de Chiens, qui sans avoir touché de Porcs-épics, se sont trouvés avoir de ces picquans.

Peut-être que les deux sentimens opposés se peuvent concilier. On a imaginé, & les expressions des Anciens tendent à le faire croire, que le Porc-épic décoche ses picquans, comme un arc décoche une fléche. Le Porc-épic ne fait rien de pareil, & c'est ce que n'ont point vû, & que peut-être s'attendoient à voir, ceux qui disent qu'ils ne lui ont point vû lancer de picquans. Mais ces picquans tiennent si peu au Porc-épic, qu'il n'est guere possible qu'il se donne des mouvemens vifs, sans que quelques-uns se détachent ; les mêmes mouvemens qui les détachent, peuvent les porter à quelque distance de l'animal. Ceux qui les ont fait aller le plus loin, disent qu'ils sont poussés à quatre à cinq pieds ; la distance n'est pas grande, & peut-être y a-t-il beaucoup à en rabbattre.

M. Sarrazin a observé lui-même que quand le Porc-épic est pris, qu'il ne lance point ses picquans, que tout ce qu'il fait alors est de s'applatir contre terre.

Ce qui est de très-sûr, c'est que pour peu que la pointe d'un picquant touche quelque corps, elle y tient plus fortement que sa racine ne tient à la peau de l'animal ; ainsi le picquant y reste attaché.

M. Sarrazin mit un Porc-épic qu'il vouloit disséquer, sur une table couverte d'un tapis de toile cirée, tous les picquans qui touchérent la toile s'y accrochérent si-bien, que lorsqu'il en tira l'animal, ils restérent tous sur la toile. Aussi avons-nous fait remarquer au commencement de ce Mémoire, que la racine du picquant du Porc-épic est très-déliée. Les picquans de nos Hérissons ne sont pas faits pour se détacher aisément comme ceux des Porcs-épics. Dans les Mémoires

de l'Académie, à la ſuite de la Deſcription anatomique des ſix Animaux de cette derniére eſpece, on a donné celle de deux Hériſſons ; on y a très-bien remarqué qu'il n'a pas comme le Porc-épic un muſcle peauſſier propre à ſecoüer la peau, & à en lancer ou faire tomber les picquans. Mais on n'y a pas fait remarquer une ſtructure du picquant, qui fait voir que la Nature a non ſeulement ſongé à l'attacher plus ſolidement que ceux du Porc-épic, mais même auſſi ſolidement qu'il étoit poſſible. La partie du picquant, qui perce la peau, eſt un peu plus menuë que ce qui la précéde, mais en deſſous de la peau le bout de la racine s'élargit; il forme une eſpece de tête plate & ronde. En un mot, le picquant du Hériſſon eſt arrêté en deſſous de la peau, comme nous arrêtons diverſes pointes, en les rivant plus proprement que nous ne rivons les pointes des clous ordinaires.

La facilité que les picquans du Porc-épic ont à ſe détacher, & la ſtructure particuliére de leur pointe, que nous avons dit, d'après M. Sarrazin, être terminée d'abord par des dentelures, & enfin par une vis, ſont cauſe que les animaux qui l'attaquent, n'en ſont pas quittes à auſſi bon marché qu'on le penſeroit. Il ſemble qu'il ne s'agit pour eux que du riſque de quelques picqueures, mais ce ne ſont pas les picqueures qui ſont le plus à craindre, c'en ſont les ſuites. L'animal reſte chargé des picquans qui l'ont percé; & comme s'ils avoient conſervé l'envie de vanger le Porc-épic qui les a produit, ils pourſuivent ſa vengeance, même après ſa mort; chaque jour ils augmentent la bleſſure qu'ils ont faite, ils pénétrent de plus en plus dans la peau de l'animal où ils ſe ſont attachés, ils percent ſes chairs, & font par la ſuite des bleſſures qui rendent l'animal languiſſant, & qui même le font périr. Le remede eſt d'arracher ces picquans ſur le champ. Les autres Animaux ne connoiſſent pas plus ce reméde que les Chiens le connoiſſent; mais heureuſement que les maîtres de ceux-ci ſçavent les ſecourir. Les Chaſſeurs ne manquent point d'ôter ceux qui paroiſſent attachés à leurs Chiens, lorſqu'ils ont approché d'un Porc-épic. Il y a pourtant des Chiens

qui

qui languiſſent long-temps, & périſſent quand ils ont appartenu à des maîtres négligens, ou qui n'ont point vû les traits dont ils avoient été percés.

Les hommes même ne ſçavent pas toûjours ſe garantir contre les ſuites des picqueures du Porc-épic. M. Sarrazin, que ſa profeſſion & ſon ſçavoir mettent à portée de voir les maladies les plus remarquables du Canada, a été conſulté par pluſieurs perſonnes qui étoient réduites dans un pitoyable état, pour n'avoir pas ſçû ſe retirer à temps le picquant dont elles avoient été percées. Entre pluſieurs exemples, il en cite un dans ſes Mémoires, qui ne doit pas être oublié ici. Un nommé d'Orval chaſſant ſur le bord du Lac Champelain, tua d'un coup de Fuſil un jeune Ours : il le chargea ſur ſes épaules, comme le Berger y met quelquefois ſa Brebis. L'Ours apparemment avoit vaincu, ou combattu un Porc-épic, quelques picquans étoient reſtés embarraſſés dans ſon poil. Il y en eut un qui perça la chemiſe & la peau du Chaſſeur au deſſous de l'épaule. Il ſentit la picqueure ſans penſer aſſés à la cauſe d'où elle pouvoit venir. Le picquant eut le temps de pénétrer, il fit ſon chemin, & mit bien du temps à le faire. Après cinq années, pendant leſquelles le pauvre Chaſſeur fut dans un état de langueur continuel, il apperçût la pointe du picquant à la partie antérieure de ſon corps; il la ſaiſit, & retira peu à peu le picquant : depuis ce jour ſa ſanté commença à ſe rétablir, & il s'eſt très-bien porté dans la ſuite. Auſſi l'uſage ordinaire des Chaſſeurs, qui ont tué un Porc-épic, eſt de le griller ſur le champ, pour ne pas courir riſque d'être picqués.

La figure de la pointe du picquant met M. Sarrazin en état d'expliquer bien clairement pourquoi le picquant pénétre dans les chairs des Animaux qu'il a commencé à percer. Elle lui permet, cette figure, d'aller en avant; mais elle ne lui permet pas de même de retourner en arriére. Quelque part où elle ſoit engagée, elle eſt agitée par le mouvement alternatif ou de ſiſtole & de diaſtole des artéres; de ces deux mouvemens celui-là ſeul pouſſe avec ſuccès le picquant qui tend à

lui faire continuer ſon chemin en avant. D'ailleurs ſoit en marchant, ſoit en agiſſant de toutes les autres façons qui nous ſont familiéres, nous donnons des mouvemens preſque continuels à nos muſcles, & ces mouvemens ſont des cauſes très-capables de faire pénétrer les picquans dans les chairs, où ils ſe ſont engagés. L'expérience de l'épi de bled qu'on fait monter le long du bras, eſt connuë des enfans; ils ſe divertiſſent à la faire; ils poſent l'épi de bled immédiatement ſur la chair de leur avant-bras, ayant ſes barbes tournées vers les doigts; ils r'accommodent enſuite leur manche de chemiſe, & boutonnent celle de leur veſte; ils agiſſent après à leur ordinaire; l'épi de bled monte alors peu à peu, & ſouvent eſt moins d'une heure à parvenir juſqu'à l'épaule. La méchanique qui fait monter cet épi, & celle qui fait pénétrer le picquant dans les chairs, ſont viſiblement la même.

Souvent le picquant rencontre un os ſur lequel il s'arrête; il y produit une tumeur qui ne ſuppure jamais, elle devient oſſeuſe, & ſubſiſte ſans cauſer aucune douleur. M. Sarrazin avoüe ingénuement qu'il n'a jamais ſçû donner aucuns conſeils ſalutaires à ceux qui étoient incommodés de picquans qui s'étoient entiérement cachés ſous leurs chairs, & qu'alors il ne ſçait point de moyen de les en retirer, qu'il eſt même difficile de retirer le picquant lorſqu'il a pénétré très-avant, quoiqu'il ne ſoit pas encore entré en entier.

Les Chaſſeurs, ſoit François, ſoit Sauvages, prétendent que le Porc-épic vit douze à quinze ans. Ils aſſûrent que les mâles ſont furieux dans le temps du Rhut, qui eſt dans le mois de Septembre, qu'ils ſe déchirent les uns les autres à belles dents, qu'ils s'entrebleſſent de leurs picquans. Il n'ont pourtant à les craindre que pour leur ventre & leur gorge, le reſte de leur corps étant bien couvert.

Mais dans les approches du mâle & de la femelle, ces mêmes picquans ſemblent devoir être dangereux & pour l'un & pour l'autre. On a voulu faire croire à M. Sarrazin que la femelle ſe ſuſpendoit par ſes cuiſſes à une branche d'arbre la tête en bas, & que le mâle ſe ſoûtenoit ſur une

autre branche voisine par le moyen de ses mains. Il traite ce récit de fabuleux, il cite des témoins oculaires qui méritent qu'on leur ajoûte foi, qui assûrent avoir vû le Porc-épic approcher de sa femelle pardevant. Mais on n'explique pas précisément de quelle maniére.

La femelle du Porc-épic met ordinairement bas au mois d'Avril; elle porte environ sept mois. On a assûré M. Sarrazin qu'elle ne faisoit jamais qu'un petit à chaque portée. Il en a dissequé deux pleines, l'une au mois de Février, & l'autre au mois de Mars, qui n'en avoient aussi qu'un chacune. Ces foetus étoient couverts de poils & de picquans déja rudes, sur-tout ceux du dernier; ils n'étoient pourtant pas capables d'incommoder la mere. On dit qu'elle n'allaite son petit qu'environ un mois. Elle ne peut plus le souffrir, lorsque ses picquans sont devenus trop durs; pour lors il vit d'herbe, & s'accoûtume peu à peu à se nourrir d'écorce.

Les Sauvages du Canada teignent en rouge, en noir, en jaune les picquans du Porc-épic; ils en brodent différentes sortes d'ouvrages d'écorces d'arbres, comme des Corbeilles de diverses grandeurs & figures; ils en brodent aussi des bracelets, des ceintures de cuirs dont leurs femmes se parent. Ces broderies de picquans de Porcs-épics sont souvent très-bien faites, & ont l'avantage d'être plus durables que nos broderies de soye, & même que nos broderies d'or & d'argent.



OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL Du 15 Septembre 1727.

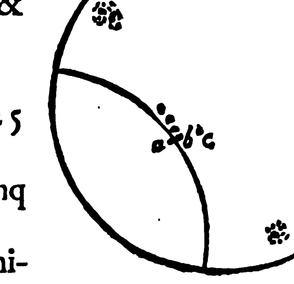
Faite à Thury près de Clermont en Beauvoisis.

Par M. CASSINI.

LE temps fut très-favorable pour l'obſervation de l'Eclipſe du Soleil, que je me préparai de faire avec une Lunette de 8 pieds, dans laquelle j'avois placé au foyer commun des deux Verres, un Micrometre à réticules paralléles, qui, en s'approchant & s'éloignant les uns des autres, conſervent le parallélisme, & comprennent des intervalles égaux entr'eux. Je diſpoſai ce Micrometre de ſorte, que les fils extrêmes comprenoient exactement l'image du Soleil, & je fis les obſervations ſuivantes.

A 6^h	26′	34″	Le Soleil paroît éclipſé d'une très-petite partie.
			J'ai jugé par la fin que le commencement a dû arriver à 6^h 26′ 4″
	32	15	Un doigt.
	35	46	Un doigt & demi.
	40	1	Deux doigts.
	44	41	Deux doigts & demi & un peu plus.
	49	22	Trois doigts.
	56	42	Trois doigts & demi.
	59	3	La petite Tache *a*, eſt éclipſée.
7	8	43	Trois doigts 50 minutes, le bord du Soleil eſt éloigné de la Tache *b*, de la moitié de la diſtance entre les Taches *b* & *c*.

7^h	$14'$ $28''$	L'Eclipse diminuë, & le bord de la Lune est éloigné de la Tache *b*, d'une distance égale à celle qui est entre les Taches *b* & *c*.
28	43	Deux doigts & trois quarts.
31	5	Deux doigts & 25 minutes.
35	38	Deux doigts.
39	40	Un doigt & 25 minutes.
43	24	Cinquante-cinq minutes.
46	54	Vingt-cinq minutes.
48	59	Fin de l'Eclipse.



Il y avoit dans le Soleil trois amas de Taches, dont il n'y en a eu qu'une seule fort petite d'éclipsée. J'ai observé que la distance du bord du Soleil à la Tache marquée *b*, étoit exactement de quatre parties, dont le disque du Soleil en comprenoit douze.

J'ai aussi déterminé la grandeur apparente du diametre du Soleil à la fin de l'Eclipse, de $0^d\ 32'\ 4''$.



OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES DE L'ANNE'E M. DCCXXVII.

Par M. MARALDI.

10 Janv. 1728. ON a vû plusieurs fois la Lumiére boréale durant l'Hiver, dans le Printemps & dans l'Automne de l'année 1727, mais elle n'a paru avec quelque éclat que le 17 Janvier, le 14 Mars & le 19 Octobre, le même jour que parut en 1726 celle qui fut si éclatante. On ne donne point de descriptions particuliéres de ces phénomenes, parce qu'ils ont fait les mêmes apparences qu'on a remarquées dans la plûpart de ceux que nous avons observés depuis douze ans. Il suffira de dire qu'ils paroissoient au dessus d'un broüillard adhérant à l'horison, & qu'ils étoient formés en Arc d'une étenduë tantôt plus grande, tantôt plus petite. Ils ont été aussi accompagnés de la même température d'air que ceux des années précédentes, car ils ont paru après qu'on a senti pendant le jour un air doux, & même une chaleur plus grande qu'à l'ordinaire pour la saison.

La Lumiére du 14 Mars a été remarquable par la blancheur extraordinaire qui a paru dans toute son étenduë, & durant tout le temps qu'elle a été visible, au lieu que la Lumiére qui formoit les apparences des années précédentes étoit de couleur de feu.

M. Manfredi a observé à Bologne, la nuit du 14 Mars, le même phénomene depuis 11^h 29' jusqu'à une heure après minuit qu'il cessa de paroître; il en a déterminé l'étenduë le long de l'horison, de 70 ou 80 degrés, & sa plus grande élévation sur l'horison, de 5 ou 6 degrés. Nous observâmes son étenduë & sa situation, en le comparant avec les Etoiles voisines, & nous trouvâmes que par sa sommité supérieure il rasoit les deux belles Etoiles qui sont dans le bras & dans l'épaule de Céphée, élevées pour lors sur nôtre horison de

21 degrés, ce qui donneroit un argument de Parallaxe d'environ 10 degrés qu'auroit eu ce phénomene entre Paris & Bologne ; mais comme l'obſervation de M. Manfredi a été faite à $11^h 29'$, qui ſont $10^h 52'$ de Paris, & que nôtre détermination a été faite à 10 heures, on n'en ſçauroit conclure avec quelque précision cette parallaxe, à cauſe du changement qu'il peut avoir fait dans l'intervalle de plus de trois quarts d'heure qu'il y a eu entre ces deux obſervations.

Le 20 Avril nous avons obſervé un Cercle lumineux au tour du Soleil, qui a duré depuis midi juſqu'à deux heures & demie. Aux deux extrémités du diametre de ce Cercle qui concouroit avec le vertical qui paſſoit par le centre du Soleil, il y avoit deux lumiéres plus fortes que dans le reſte du Cercle, dont le diametre étoit de 26 degrès.

On a vû auſſi à Paris, & en d'autres lieux éloignés, un feu volant le ſoir du 13 Novembre, qui a duré quelques ſecondes de temps, ſemblable à celui qui fut vû le 30 Mars de l'an 1719.

Obſervations ſur la quantité de Pluye qui eſt tombée pendant cette année 1727.

En Janvier	$12\frac{1}{2}$	En Juillet	$12\frac{2}{3}$
Février	6	Août	$2\frac{2}{3}$
Mars	5	Septembre . . .	$18\frac{1}{3}$
Avril	$9\frac{1}{2}$	Octobre	$16\frac{2}{3}$
Mai	$16\frac{2}{3}$	Novembre . . .	$17\frac{1}{6}$
Juin	27	Decembre. . . .	$19\frac{5}{6}$

Donc la hauteur de Pluye qui eſt tombée pendant l'année 1727 à l'Obſervatoire eſt de 164 lignes, qui font 13 pouces 8 lignes. Dans les ſix premiers mois il a pleu 6 pouces 4 lignes, & dans les ſix derniers 7 pouces 4 lignes.

L'état moyen de la Pluye que nous avons conclu l'année derniére par les obſervations de 38 années, étant de 17 pouces & demi, il ſuit que l'année 1727 en eſt une de ſécherefſe,

puisqu'il en a pleu quatre pouces de moins que dans les années moyennes. Malgré la sécheresse de l'année & les longues chaleurs qui ont regné, il y a eu dans ce climat une abondante recolte, parce que les Pluyes sont tombées dans des temps convenables, & que celles du mois de Mai, Juin & de Juillet, qui contribuent le plus à rendre les campagnes fécondes, ont été abondantes, y en ayant eu durant ces trois mois 4 pouces 8, lignes qui font plus d'un tiers de ce qui en est tombé pendant toute l'année; au lieu que la hauteur de celles de Février, Mars & Août, qui ne sont pas si nécessaires, n'a été que d'un pouce & une ligne.

Observations sur le Thermometre.

Le Thermometre, qui dans les Caves de l'Observatoire & dans un état d'air temperé, se trouve à 48 degrés, & à 31, lorsqu'il commence à geler, a toûjours été au-dessus de 30 dans le mois de Janvier 1727. Il descendit à 30 le 5 & le 6 de Février par un vent de Nord & de Nord-Oüest, & le jour suivant 7 de Février il descendit par un vent du Sud au 28[e] degré. C'est là l'état le plus bas où il soit arrivé pendant l'année; ce qui marque un degré de froid moderé, puisqu'il n'étoit que trois degrés au-dessous de celui qui marque le commencement de la gelée. Il est à remarquer que le 7 Février, lorsqu'il faisoit un vent de Sud, le Thermometre s'est trouvé plus bas que les deux jours précédens, lorsque le vent étoit Nord & Nord-Oüest. Cet abbaissement du Thermometre par un vent de Sud, vient au moins en partie de ce que ce vent nous a ramené d'abord par un espece de reflux qui se fait dans l'Athmosphere, les particules d'un air froid que le vent du Nord avoit poussées du côté du Midi; mais ce même vent de Sud ayant continué, a fait hausser le Thermometre, & c'est fait sentir temperé, & tel qu'il est naturellement.

Par une raison semblable, lorsqu'après un vent de Sud, celui de Nord commence à se faire sentir, il fait hausser le Thermometre, mais il le fait baisser s'il continuë. Il arrive la même chose à l'égard de nôtre sensation, qui est plus prompte

&

& plus subite que n'est le mouvement de la liqueur dans le Thermometre, lorsque nous trouvons temperés les vents de Nord, & froids les vents de Midi.

Depuis le 7 Fevrier le Thermometre a continué de s'élever considérablement dans les mois suivans, jusqu'à ce que le 10 de Mai, ayant été le matin au lever du Soleil à 56 parties, il monta à 2 heures après midi à 70, hauteur où il arrive très rarement durant ce mois. Il continua d'être à une grande élévation tout le reste du mois de Mai, en Juin & Juillet, de sorte que le 16 du même mois à 3^h après midi, qui est celle de la plus grande chaleur du jour, il se trouva à 73 degrés, le 17 à 75, le 18 à 78, & enfin le 7 Août à trois heures après midi à 80 degrés, qui est le plus haut où il soit arrivé cette année. Tous ces jours-là il faisoit un vent de Sud & de Sud-Est, qui est celui qui nous amene les plus grandes chaleurs de l'Eté, ainsi que nous l'avons déja remarqué plusieurs fois. Le Thermometre a été assés élevé le reste d'Août & dans Septembre; ainsi les chaleurs ayant commencé en Mai, & n'ayant fini qu'en Septembre, ont duré cinq mois, ce qui n'est pas ordinaire dans nôtre climat.

Quoique les chaleurs ayent duré long-temps, elles n'ont pas été des plus grandes, puisqu'en 1706, 1707, 1718 & 1719 le même Thermometre est monté deux degrés plus haut qu'en 1727.

Il y a eu pendant presque toute l'année un grand nombre de Taches dans le Soleil, & quelquefois plus grandes que n'est la surface de la Terre, ce qui n'a pas empêché que nous n'ayons eu de grandes chaleurs. La même chose est arrivée en 1718 & 1719; car quoique dans ces années il y ait eu dans le Soleil un grand nombre de Taches, les chaleurs ne laissérent pas d'être des plus excessives qu'il ait fait depuis qu'on fait ces remarques; ainsi par les observations de ces trois années, on voit que les Taches du Soleil ne portent aucune diminution sensible dans la chaleur que nous sentons sur la Terre, comme quelques-uns se le sont imaginé.

En effet quand il y auroit en même temps dans le Soleil

quatre où cinq Taches, des plus grandes que nous ayons observées jusqu'à présent dans cet astre, elles n'occuperoient que la deux milliéme partie de sa surface, ce qui n'est pas sensible à l'égard du reste qui est sans Taches. On doit donc attribuer la différente température d'air qui regne dans les mêmes Saisons en différentes années, aux différents vents, aux différentes exhalaisons de la Terre, & aux nuages qui couvrent nôtre hémisphére plus en une année que l'autre, & qui empêchent les rayons du Soleil de venir jusqu'à Terre, & de l'échauffer, ainsi que nous l'avons déja remarqué dans un autre Mémoire.

Quoique les plus grandes chaleurs n'arrivent pas tous les ans aux mêmes jours, & qu'il y ait des variations d'une année à l'autre, tant à cause de la diversité des vents, que des autres accidens ausquels nôtre Athmosphére est exposée, on voit cependant par les observations d'un grand nombre d'années, qu'elles se font très souvent sentir vers le commencement d'Août, comme il est arrivé encore cette année ; car elles ont été les plus grandes au 7.e du même mois, environ 45 jours après le solstice d'Eté.

De même, quoique la plus grande chaleur du jour ne se rencontre pas perpétuellement à la même heure, on voit néantmoins qu'elle arrive le plus souvent à 3 heures après midi, quand il ne survient point pendant le jour des nuages qui interrompent la continuation de la chaleur : ainsi dans ce climat il y à peu près un même rapport entre le temps du midi & celui de la plus grande chaleur du jour, qu'entre le temps du solstice d'Eté & celui de la plus grande chaleur de l'année; car comme 3 heures sont la 8.e partie du jour, ainsi 45 jours sont la 8.e partie de l'année.

Sur le Barometre.

Le Barometre s'est soûtenu à une grande hauteur presque toute l'année, il est monté à 28 pouces 4 lignes le 1 Décembre ; & il est descendu à 27 pouces 1 ligne le 28 du même mois, ainsi la variation a été de 1 pouces 3 lignes. On n'a point eu de vents violents que la nuit du 4 au 5 Janvier, qui ne durerent que pendant la nuit.

Sur la Déclinaiſon de l'Aimant.

La Déclinaiſon de l'Aimant obſervée le 3 Janvier 1728 avec la Bouſſole ordinaire de 4 pouces, s'eſt trouvée de 14 degrés 0′ vers le Nord-Oüeſt. En 1724 elle avoit été de 13 degrés, elle a donc varié d'un degré en 4 ans, ce qui eſt en raiſon d'un quart de degré ou 15 minutes par an. C'eſt auſſi le changement qui réſulte de la comparaiſon des plus anciennes obſervations que nous ayons avec les modernes ; ainſi quoique depuis 1720 juſqu'en 1724 elle n'ait fait aucun changement ſenſible, & que pendant ces quatre années la déclinaiſon ait toûjours été de 13 degrés, depuis 1724 elle continuë de faire ſon progrès ordinaire, comme elle avoit fait avant.

FIN.





